

הנושא: שיחה עם פרופסור אפרים פישביין

הוכן ע"י: אברהם הרכבי.

תקציר: המחבר משתף אותנו בחילופי שאלות ותשובות שהיו לו עם פרופסור אפרים פישביין. הדיון נסב סביב המושגים: אינטואיציה, אינטואיציה מקדימה, אקסיומטיזציה, ידע אינטואיטיבי, אמונה, השפעת הרקע התרבותי בטיפוח אינטואיציות מסויימות וכן העובדה שמודלים הוראתיים שונים משפיעים על עיצוב האינטואיציה שלנו.

מילות מפתח: אינטואיציה, אקסיומטיזציה, מובן מאליו, ידע אינטואיטיבי, קוגניציה, קוגניציה אינטלקטואלית, קוגניציה פרצפטואלית, אמונה, מודל, שיחה, פרופ' אפרים פישביין.

החומר פורסם במסגרת: עלייה 26, קיץ תש"ס, 2000, עמודים 13-16.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 4 עמודים.

שיחה עם פרופסור אפרים פישביין

אברהם הרכבי

אך אין זה דומה למידה שמתרחשת במגע יומיומי המוסיפה את הטעם של רעיון בהתהוות, של שיחה חיה, של החלפת דעות על חס, של למידה מתוך הסתכלות על הדרך שאדם חושב, בונה טיעון, עונה על שאלות, מתפלמס. בניגוד לחלק מהיושבים כאן, לא זכיתי לקרבה כזאת לפרופסור פישביין, מעבר לפגישות חטופות, רובן בפרוזדורים של כינוסי PME

אותן שאלות, מחשבות והערות בעקבות הרצאתו, נראו לי הזדמנות פז ליצור אתו ולו חלקיק של קשר כזה. לפיכך, חזרתי וקראתי את רשימותיי וכעבור יומיים יתרגמתי אותן למכתב ובו פירטתי את הנושאים שעליהם רציתי לדבר אתו לא קיבלתי תשובה מיידית, אך ב-21 בפברואר 1993 הוא ענה לי.

חילופי המכתבים נשתכחו ממני, ורק כשפרופסור פישביין נפטר נזכרתי בהם. הלכתי לחפש אותם אך לא מצאתי

חיפוש מאומץ הביא אותי למחשב (אני חושב שלאנשים לא מסודרים כמוני, מחשב הוא מכשיר מומלץ לתיק) ומצאתי את מכתבי אליו, אך לא את תשובתו זה ציער

בארבעה בנובמבר 1992 הרצה פרופסור אפרים פישביין במסגרת הסמינר להוראת המדעים בבית הספר לחינוך, באוניברסיטת תל אביב, בנושא האינטואיציה הוא היטיב לסכם את משנתו, ועבורי, אני מודה, זאת הייתה ההזדמנות הראשונה לשמוע על רעיונותיו בצורה מאורגנת ומסודרת את הספר שלו בנושא, שהיה כבר אז בן חמש, קראתי רק מאוחר יותר

נהניתי מאוד מההרצאה ובמהלכה רשמתי הרבה שאלות, הערות ואסוציאציות הקשורות לדברים שעליהם קראתי או שהעסיקו אותי באותו זמן הייתה זאת הרצאה שכמעט כל מילה בה עוררה מחשבה בסוף ההרצאה רציתי מאוד לגשת אליו עם הרשימות שלי כדי להחליף אתו דעות ולשאול אותו שאלות לא הצלחתי, כי הרבה אנשים הקדימו אותי וסובבו אותו הדבר לא נתן לי מנוחה

במהלך חיי המקצועיים התמזל מזלי לעבוד לצדם של מספר אנשים מובילים בתחום החינוך המתמטי בעולם נוכחתי לדעת עד כמה המגע היומיומי עם אנשים מובילים באקדמיה הוא חיוני כדי ללמוד מהם אפשר ללמוד על עבודתם מתוך קריאה, מהאזנה להרצאות ומפגש מזדמן

אותי מאוד כאשר התיישבתי לראות מה כתבתי לו, מצאתי, לשמחתי ולהפתעתי, את תשובתו בהמשך מכתבי (מוקלדת באותו קובץ) לא נראה לי שהוא ענה לי באמצעות דואר אלקטרוני ולכן כנראה שהקלדתי את תשובתו כתרופת מנע נגד אבדן אפשרי כעבור חודש חודשיים לאחר שמצאתי את המכתבים, הגיעה הזמנה לשאת דברים לזכרו החלטתי להתמקד בהם, לכן השם שיחה עם פרופסור פישביין

במכתבי אליו אני מעלה מספר נקודות אתייחס לשמונה מהן ולתשובותי

1 פרופסור פישביין, אתה הזכרת שמתמטיקאים הפנו את תשומת לבם לאינטואיציה ברצינות, כאשר מצאו אבני נגף בדרכם לאקסיומטיזציה, ובמיוחד כשמצאו רעיונות אינטואיטיביים ש"סירבו" להיכלא בתוך מערכת אקסיומות שאלתי העיקרית היא אולי הדרך הייתה גם הפוכה, מתמטיקאים נטו לאקסיומטיזציה דווקא משום שהאינטואיציה שלהם יצרה להם בעיות אולי יש כאן מעין בעיה של הביצה והתרנגולת?

תשובתו של פרופסור אפרים פישביין ילדעתי, בהיסטוריה הייתה השפעה הדדית, מתמטיקאים הרגישו צורך להיות ריגורוזיים יותר, אך זה גם הבליט את המרכיבים האינטואיטיביים ואת המכשולים שהם עלולים להציב



חשבתי שגלום כאן רעיון יפה מאוד המעמד של האינטואיציה והמודעות אליה התחזקו, אליבא דפרופסור פישביין, דווקא כאשר המתמטיקה פתה לאקסיומטיזציה וזאת אולי מעין גרסה מעניינת של אותה תסמונת מוכרת, לפיה לפעמים דבר מתחדד דווקא כשתשומת הלב מתמקדת בהיפוכו.

2 'במהלך ההרצאה שלך, פרופסור פישביין, היה נדמה לי כי אינטואיציה ו Self-evidence (היות הדבר מובן מאליו) הם עבורך שמות נרדפים אם כך, כל דבר שהוא מובן מאליו הוא אינטואיטיבי ולהפך, האם כל דבר שהוא אינטואיטיבי הוא מובן מאליו? כשחיברתי שאלה זאת לא הייתי מודע שיש בספרו סעיף שלם על Self-evidence

תשובתו של פרופסור פישביין ילא כל דבר שהוא מובן מאליו הוא ידע אינטואיטיבי. לדעתי, ידע אינטואיטיבי הוא קוגניציה אינטלקטואלית קוגניציה פרצפטואלית, חושית, היא שונה מאינטואיציה למשל, דף נייר שמונה על השולחן נראה לי מובן מאליו אך לא נתפס בצורה אינטואיטיבית אינטואיציה כוללת מאפיינים נוספים, אקסטרפולציה ואף אלמנטים שיזכירו מרכיבים של תיאוריה'

3 'פרופסור פישביין, אתה אומר שכל אינטואיציה כוללת אלמנט או מרכיב של אמונה (belief) כיום בקהילה של חינוך מתמטי "אמונה" הוא מושג שמתייחס לדברים רבים כך, למשל, תלמידים שמתייחסים מלפתור בעיה חמש דקות אחרי שקיבלו אותה, משום שהם מונעים על-ידי אמונה שאם לא מצליחים לפתור בעיה תוך זמן קצר מאוד, אין סיכוי למצוא עבודה פתרון אמונה זו רווחת אצל חלק גדול מתלמידינו אם הם לא מצליחים כעבור חמש דקות הם נכנעים ומשתתקים במובן זה אמונה ואינטואיציה לא רק שאינן קרובות זו לזו, הן אולי אפילו בקונפליקט אחת עם השנייה האמונה, במקרה כזה, עלולה לחנוק כל גילוי של אינטואיציה.

תשובתו של פרופסור אפרים פישביין הייתה קצרה ולעניין ילא כל אמונה נשענת על האינטואיציה, ולא כל אינטואיציה קשורה לתחושה של אמונה'

תשובה ברורה, קצרה, קולעת ואף קצת מביכה הייתי יכול לחשוב על זה לפני שהעליתי זאת על הכתב אך להגנתי אגיד כי אותו מגע יומיומי עם אנשים מובילים בתחום מאפשר לשאול שאלות לא כל כך חכמות, שאולי הנייר הכתוב סובל אותן פחות

4 פרופסור פישביין, יש במתמטיקה אלמנטרית שאלה שאני מאוד אוהב לצטט, עליה אני מבקש מתלמידים (ולפעמים גם ממבוגרים) לענות בצורה אינטואיטיבית, מידית השאלה היא מה יקרה לשטחו של מלבן אם נגדיל את רוחבו ב 10% ונקטין את אורכו ב 10% בדרך כלל, אני מקבל את כל התשובות האפשריות השטח גדל, השטח קטן, השטח אינו משתנה, וגם תשובה רביעית "תלוי מה הגדלת ומה הקטנת, תניד עוד פעם"

מה שמעניין בשאלה זו היא שבדרך כלל אנשים שעונים עליה אינטואיטיבית (מבלי לבדוק אותה אלגברית), מלווים את התשובה באיוושהי חשיבה איכותית, שעושה רושם שהיא מתפתחת ad hoc, על המקום, לצורך פתרון הבעיה אם כן, ייתכן שיש חשיבה הקשורה לאינטואיציה ואז, מה קרה למיידיות?

תשובתו של פרופסור פישביין 'מיידיות אין פירושה שאינטואיציה לא קשורה להתפתחות מסוימת מיידית, בהקשר של אינטואיציה, מתייחסת לתחושה הסובייקטיבית שמשוהו מאוד מתקבל על הדעת בצורה ישירה וללא בעיות'

מהתשובה הבנתי שעבורו המילה 'מיידיות' אינה מתייחסת דווקא למשהו שקורה בין רגע, כלומר, אינה קשורה למימד הזמן, כפי שאני כנראה הבנתי אותה עבורו 'מיידיות' קשורה אולי לקרבה במקום, כלומר, דבר מידי הוא דבר שאין בינו לבין תפישתי אותו, מכשול קוגניטיבי כלשהו

5 'אתה בוודאי מכיר את בעיית החוט סביב קו המשווה של כדור הארץ המובאת על-ידי פפרט (Papert) בספרו המפורסם Mindstorms הבעיה היא אם נמתח חוט סביב קו המשווה של כדור הארץ (ונוניח כי אין לאורכו הרים), אורך החוט הוא כאורך ההיקף של קו המשווה. השאלה (שתשובתה מפתיעה את רובנו), היא איזה

תוספת על אורך החוט נדרשת אם נרצה להעמידו על מקלות בגובה 2 מטר (סביב קו המשווה) התשובה הנפרצה האינטואיטיבית היא שנדרשת תוספת חוט גדולה מאוד אך אלגברה פשוטה מראה כי כל התוספת מסתכמת בפחות מ-13 מטר, ועוד מראה לנו כי תוספת זו אינה תלויה כלל ברדיוס כדור הארץ זאת תהיה בדיוק אותה תוספת שתידרש אם נרצה להעמיד בגובה 2 מטר חוט מתוח סביב כל כדור אחר

פפרט מסכים שהתשובה לשאלה זאת נוגדת מאוד את האינטואיציה של רובנו אך הוא מסרב בתוקף לכתב בדרכי אלה אשר ירכבו על כתפי דוגמה זאת כדי לטעון עד כמה איראפשר לסמוך על האינטואיציה, כי היא עלולה להטעות אותנו, ולכן יש לבטוח אך ורק בפיתוח הפורמלי פפרט אינו מניח את האינטואיציה, הוא רוצה לבדוק למה היא מטעה, ואם אפשר לשנותה ולחנך אליה כל זאת מתוך דאגה כי, אמנם הפיתוח האלגברי הפשוט אינו משאיר מקום לספק לגבי התשובה הנכונה, הוא אינו משכנע את אותה אינטואיציה באופן עמוק לשם כך, הוא מפתח סדרה של דוגמאות שהראשונה בהן מאוד אינטואיטיבית (דמיינו לכם 'כדור הארץ' ריבועי ובדקו מה קורה במקרה כזה לתוספת החוט הנדרשת) ומפעיל עליה דפורמציות 'רציפות' (בודק מצולעים שבהם מספר הצלעות הולך וגדל) התרגיל אכן פונה אל האינטואיציה ומשכנע ויואלית למה נדרשת כמות קטנה וקבועה של חוט

שאלתי 'אני תוהה אם התכוונת למשהו מן הסוג הזה כאשר ציינת שהאינטואיציה מתפתחת, ואפשר לשנות אותה הדוגמה של פפרט מדגימה אולי מיקרר-שינוי, אך נראה לי שאתה בהרצאתך דיברת על מקרר-שינוי, להתפתחות לטווח ארוך'

תשובתו של פרופסור פישביין הייתה קצרה מאוד 'אני מכיר את הדוגמה היפיפיה שאתה מצטט ומסכים עם כל מה שאמרת'

6 'בהרצאתך לא הזכרת בצורה מפורשת את השפעת הרקע התרבותי בטיפוח אינטואיציות מסוימות על פני אחרות, מה דעתך?'

תשובתו של פרופסור פישביין 'בוודאי שהרקע התרבותי משחק תפקיד חשוב בעיצוב אינטואיציות מסוימות אך הפרקטיקה, המימד האישי, הוא המקור העיקרי לאינטואיציות כמובן, שאותה פרקטיקה מושפעת מאילוצים חברתיים ומייצוגים רווחים'

7 יסיפרת על פואנקרה (Poincare) וה- insight (תובנה, בוננות) הפתאומית שהיה לו על פתרון בעיה שעליה עבד במשך זמן רב אני מנסה להפריד בין אינטואיציה לבין insight ה- insight של פואנקרה (או של אחרים) עשוי להתרחש בין רגע, אך אולי הם לא כל כך 'נסיים' כמו שהם נראים, אלא שיש מאחוריהם היסטוריה מוקדמת של עבודה קשה והתנסות האם כך גם באינטואיציותיי

תשובתו של פרופסור אפרים פישביין 'קשה להפריד בין אינטואיציה לבין insight, אך insight או אינטואיציה מקדימה, כפי שאני קורא לה, היא, אכן בדרך כלל, תולדה של מאמץ ארוך ואינטנסיבי לפתור בעיה'

8 'הזכרת שהמקור של אינטואיציות בפיסיקה, בין אם הן נכונות ובין אם הן מוטעות, נובע מהימצאותנו בעולם שסובב אותנו ובהתנסויות בו מהיום שנולדנו במתמטיקה הסיפור קצת שונה יש הטוענים שהסיבה שלנו היא די דלה מבחינה מתמטית בהשוואה לעושר הפיסיקלי מהו המקור לאינטואיציות המוטעות או הנכונות הייתכן שהמקור הוא ההוראה אם כך, מודלים הוראתיים שונים עלולים להוליד ידע אינטואיטיבי שונה'

תשובתו של פרופסור פישביין 'לדעתי, mathematical affirmatory intuitions (אינטואיציות מתמטיות מאשרות) קשורות הן להתנסויות שלנו והן לאילוצים אינטלקטואליים ואפיסטמולוגיים בפירוש, הוראה הוא אחד התנאים שמסייעים ומשפיעים בעיצוב האינטואיציה שלנו'

אלה חלק מהציטוטים את המכתב אני סיימתי בהבעת תודה ובתקווה שהוא יוכל להקדיש זמן לתשובה

פרופסור אפרים פישביין פתח את מכתב התשובה בהתנצלות על האיחור, הוא היה בחוץ לארץ, והיו לו

התחייבויות לסיים מאמרים מוזמנים עם תאריכי יעד נוקשים הוא סיים בפסקה שלימדה אותי משהו שאולי לא פחות חשוב מאשר התשובות עצמן הוא כתב 'אני חושב שקריאה בספרי תספק לך רמזים נוספים על השקפתיי על אפיונים ומנגנונים של ידע אינטואיטיבי' אני למד מכך שאם שאיפתי ללמוד מאנשים גדולים ומהמגע היומיומי האקדמי אתם כפי שתיארתי בהתחלה, כנראה שאין קיצורי דרך ועליי לעשות קודם שיעורי בית לאותו מגע יומיומי יש להגיע לאחר שקראת, למדת, התעמקת

לסיום, אני מבקש להקדיש למשפחתו של פרופסור אפרים פישביין מזכרת קטנה ואולי קצת מפתיעה כולנו יודעים שפרופסור אפרים פישביין היה דמות מוכרת בכל העולם המחקרי והאקדמי שעוסק בקוגניציה ובחינוך מתמטי אולי אנו יודעים פחות ששמו ורעיונותיו פרצו את התחומים האלה והגיעו גם לתחומים אחרים כמו רפואה, למשל מה שאני רוצה להקדיש למשפחתו של פרופסור אפרים פישביין היא חוברת אחת של 'הרפואה', העיתון של ההסתדרות הרפואית בישראל, מתאריך 15 ביוני 1997 בחוברת זו יש מאמר על 'היבטים מושגיים ומשמעויות קליניות של האינטואיציה' אינטואיציה ברפואה ובסיעוד המאמר נכתב על-ידי חברת סגל של בית הספר לסיעוד של המרכז הרפואי 'איכילוב', וברקע התיאורטי יש מקורות מעבודותיו של פרופסור אפרים פישביין תודה רבה

