



הנושא: **פיתוח חשיבה כמותית לקראת תכנית לימודים ספיראלית במתמטיקה ועמידה בסטנדרטים בין-לאומיים בחטיבת הביניים**

יעקב כץ ועופר רימון.

הוכן ע"י:

במאמר מציגים המחברים את ניתוח הנתונים שנאספו מתוצאות המחקר הבינלאומי
TIMSS 1999, בו השתתפה ישראל.

תקציר:

בעקבות התוצאות שהתקבלו בישראל הוחלט במשרד החינוך לזיום מהלך הוראתי
בשם: 'פיתוח החשיבה הכמותית במתמטיקה ובניית מודל ספיראלי ללמידה' –
מהלך המלווה בניסוי מבוקר.

מחקר בינלאומי, TIMSS, חשיבה כמותית, תובנה מספרית, מספרים רציונליים,
שברים, שבר פשוט, שבר עשרוני, סטטיסטיקה, הסתברות, גיאומטריה, הנדסה,
גיאומטריה המישור, הנדסת המישור, מדידות, מחשבון, אלגברה, בעיות מילוליות,
פתרון משוואה.

מילות מפתח:

החומר פורסם במסגרת: על"ה 32, סיוון תשס"ד - יוני 2004, עמודים 25-34.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 10 עמודים.

פיתוח חשיבה כמותית

לקראת תכנית לימודים ספיראלית במתמטיקה

ועמידה בסטנדרטים בין-לאומיים בחטיבת הביניים

יעקב כץ, יו"ר המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך, התרבות והספורט ואוניברסיטת בר-אילן
עופר רימון, מנהל הפרויקט לפיתוח החשיבה הכמותית, משרד החינוך, התרבות והספורט
oferrim@int.gov.il

נציג אותן בקצרה:

מבוא

1. ניתוח שניוני (Secondary analysis) של המחקר הבינלאומי TIMSS 1999
ניתוח של מבנה המבחן, דיווחי המורים והישגי התלמידים הוביל למסקנה, כי יש לחזק את התחום הכמותי בחטיבות הביניים בישראל. חלקים מניתוח זה יוצגו בהמשך.

2. ניתוח השוואתי בין תוכנית הלימודים הישראלית במתמטיקה לבין תוכניות לימוד במתמטיקה בעולם
השוואה בין תוכנית הלימודים הישראלית לבין תוכניות המשלבות את הנושאים הכמותיים מלמדת על שני סוגים של הבדלים הקשורים לשילוב הנושאים הכמותיים בתוכנית: הבדלים בגישה המאפיינת את התוכנית בכללה והבדלים בנושאי התוכן.
לעניין הבדלי הגישה נמצאו ארבעה תחומים המאפיינים תוכניות שמשלבות את הנושאים הכמותיים, אשר כמעט ואינם קיימים בתוכנית הלימודים בישראל. תחומים אלה הם: המשכיות הלמידה, שימושים בהקשרים יום-יומיים, חישובים תוך הגבלת השימוש במחשבון (בתוכניות הללו חישובים בכלל, וחישובים מנטאליים בפרט, נתפסים כמרכיב מרכזי בפיתוח היכולת הכמותית של התלמידים) ואומדן, עיגול והערכה.
כאמור, מלבד ההבדלים בגישה נמצאו גם הבדלים בנושאי התוכן כדלקמן:

תובנה מספרית – תחום זה מפורט מאוד בתוכניות לימוד המשלבות את הנושאים הכמותיים. התחום כולל, בדרך כלל, עיסוק בשברים פשוטים ועשרוניים ובעציות אריתמטיות (חישוביות). העיסוק במספרים

ישראל השתתפה במחקר TIMSS 1999 בו נטלו חלק 38 מדינות. מטרת המבחן הייתה קבלת מידע על ההישגים של התלמידים במתמטיקה ובמדעים ועל הגורמים המשפיעים על הישגים אלה. אוכלוסיית היעד במבחן הייתה תלמידים בני 13 (Mullis et al., 2000). בישראל אלה תלמידי כיתה ח. ישראל דורגה במבחן של 1999 במקום ה-28. הציון הממוצע הבינלאומי היה 487 נקודות, הציון הממוצע של התלמידים הישראלים היה 466 נקודות וטעות תקן של 3.9, יותר מחמש טעויות תקן מתחת לממוצע, כלומר באופן מובהק מתחת לממוצע הבינלאומי¹.

תוצאות המבחן התקבלו בישראל בדאגה רבה והובילו לדיונים רבים בנושא החינוך בכלל והחינוך במתמטיקה ומדעים בפרט. העובדה שישאל דורגה במקום הראשון במבחן הבינלאומי שהתקיים ב-1964 (Husen, 1967), תרמה אף היא לתחושה הקשה בישראל בעניין הישגי התלמידים.

בעקבות התוצאות הוחלט במשרד החינוך ליזום מהלך הוראתי בשם: 'פיתוח החשיבה הכמותית במתמטיקה ובניית מודל למידה ספיראלית' – מהלך המלווה בניסוי מבוקר. תוצאות השנה הראשונה להפעלת הניסוי מלמדות אותנו שאנו בכיוון הנכון.

רקע

לקראת תכנון המהלך נערכו מספר בדיקות מחקריות.

¹ Timss 1999, International Mathematics Report, ch-1 Exhibit 1.1

בישראל לעומת זאת, מסתיים בדרך כלל בשליש הראשון של כיתה ז'. היעדר עיסוק בבעיות אריתמטיות בישראל כבר בכיתה ז' מוביל לחוסר תרגול אריתמטי ויכול להוביל לקיבעון בשיטות לפתרון בעיות.

מדידות – בתוכנית הלימודים בישראל אין דרישה מפורשת לעסוק בנושא זה, בניגוד למדינות אחרות, שם נושא המדידות מופיע בתכניות הלימודים לאורך כל שנות הלימוד בחטיבת הביניים. התחום כולל, בדרך כלל: שטחים והיקפים של צורות מישוריות פשוטות ומורכבות, נפח ומסה וחקר הערך האופטימלי של מדידה.

סטטיסטיקה והסתברות – נושאים אלה מופיעים בתוכנית הלימודים הישראלית, אם כי לא בצורה רציפה. במדינות שמשלבות את לימודי הסטטיסטיקה וההסתברות בחטיבת הביניים, לבד מרציפות הלימוד, מודגשים מספר מרכיבים חשובים, שאינם מודגשים בישראל, כמו: שימוש בסטטיסטיקה ובהסתברות בחיי יומיום, השתתפות פעילה של התלמידים, בחינה של טיעונים שניתן (או לא ניתן) להפיק מתוך ניתוח סטטיסטי ושימוש בגיליון אלקטרוני.

גיאומטריה – בישראל מתחילים ללמוד גיאומטריה בכיתה ח. המוקד המרכזי של לימודי הגיאומטריה בישראל הוא התהליך הדדוקטיבי. באמצעות הגיאומטריה מבקשים לפתח אצל התלמיד את היכולת לנסח משפטים להציע להם הוכחות ואף לכתוב הוכחות אלו. הגיאומטריה משמשת דוגמה לתורה מתמטית המבוססת על מושגי יסוד ואקסיומות. כדי לנסח תכונות נוספות של מושגים אלה ונוספים מנסחים טענות ומשפטים ומוכיחים אותם בתהליך דדוקטיבי. לעומת זאת, במדינות רבות מלמדים גיאומטריה כבר בראשית כיתה ז' כהמשך ישיר ללימודים בבית הספר היסודי. המטרות המרכזיות בשלבים הראשונים הן היכרות והתמודדות עם צורות גיאומטריות בחיי היומיום – כולל שרטוט של צורות במישור וגופים במרחב, קבלת תחושה ופיתוח הבנה לגבי יחסים במישור ובמרחב – כולל טרנספורמציות וסימטריה, תחומים שלא נלמדים בישראל. בנוסף, במדינות המשלבות את הנושאים הכמותיים משתמשים באפשרויות הקישור בין תובנה מספרית, מדידות, ניתוח נתונים והסתברות זאת לצורך חיזוק הדדי של ההבנה בכל אחד מהתחומים.

3. ניתוח של השינויים שחלו בתוכנית הלימודים הישראלית משנות החמישים עד היום

מספר אירועים היסטוריים, שהתרחשו באמצע המאה העשרים, גרמו לכך שבארצות-הברית יצאה קריאה להגדיל את הכמות והאיכות של התלמידים המיועדים ללמוד לימודים מדעיים גבוהים. קריאה זו הובילה להכנסת פרקים של מתמטיקה תיאורטית ופורמאליסטית אל תכנית הלימודים של בתי-הספר. דגש רב יותר הושם על הוראת קבוצות, מבנים ושפה מתמטית. מהלך זה כונה מאוחר יותר בשם: 'New Mathematics' – (Senk & Thompson, 2003). נראה שלגישה החדשה הייתה השפעה גם על תוכנית הלימודים הישראלית.

בסוף שנות השישים חל מהפך בתוכנית הלימודים הישראלית לחטיבת הביניים, מהפך שנבע בחלקו מהתהליכים המוזכרים לעיל, אך גם מהשינוי המבני שעברה מערכת החינוך ממבנה תלת-שלבי: קדם יסודי, בתי ספר יסודיים (א-ח) ותיכוניים (ט-יב) למבנה בעל ארבעה שלבים: קדם יסודי, יסודי (א-ו), חטיבת ביניים (ז-ט) ותיכון (י-יב).

השינוי בלימודי המתמטיקה בחטיבת הביניים בא לידי ביטוי בהכנסת פרקי לימוד באלגברה כבר בתכנית הלימודים של כיתה ז' ופרקים מהגיאומטריה האוקלידית בתכנית הלימודים של כיתה ח, תוך הזנחת הנושאים הכמותיים. בניגוד לתוכנית הקיימת בישראל כיום, עד שנות השבעים הייתה בישראל התייחסות משמעותית לנושאים הכמותיים בכיתות ז-ח במיוחד לבעיות אריתמטיות (חישוביות) ולמדידות גיאומטריות. הדגש על הנושאים הכמותיים לא הסתכם רק בנושאי הלימוד, כפי שהופיעו בתוכנית, אלא גם בהנחיות שליוו את ההוראה. כך, למשל, הייתה דרישה לחישובים בעל-פה, להכרת עובדות ולשימוש בשאלות הלכות מחיי היומיום.

פערים אלה בין תוכנית הלימודים הישראלית הנוכחית לזו שהייתה נהוגה בשנות השישים יכולים לתת הסבר ולו חלקי, לפערים בהישגי התלמידים בשנות השישים ובשנות התשעים.

בעקבות הממצאים שהוצגו לעיל הגענו למסקנה שהאיזון בהוראת המתמטיקה בחטיבות הביניים הופר, כאשר הושם דגש על מתמטיקה טהורה ופורמאליסטית בעוד שהטיפול בנושאים הכמותיים הוזנח.

האמריקאים מסיימים את בית הספר התיכון עם מיומנויות כמותיות שאינן מתאימות לחיים בחברה מודרנית. בספרות ניתן למצוא טענות שחוסר עיסוק בנושאים הכמותיים יכול לפגוע בביטחון של התלמידים, ביכולת שלהם להתקדם ואף לפתח רתיעה מהמקצוע (חרדת מתמטיקה) (Kennedy, 2001;).

(The mathematics strand of Key Stage 3, 2001;). היו אף שהקצינו והמשילו את המצב לסיפור 'בגדי המלך החדשים'. אלה טענו שזהו רק עניין של זמן עד שמישהו יצחק 'המלך עירום' (כאשר בגדי המלך מייצגים את הנושאים התיאורטיים והפורמאליים של לימודי המתמטיקה) (Kennedy, 2001). עוד מוזכר בספרות, שטבעי לפתח את נושא ה'כמותיות' במסגרת לימודי המתמטיקה, אבל זו צריכה להיות משימה בית-ספרית באחריות מנהל בית הספר ובשיתוף מורים ממקצועות נוספים (Ewell, 2001; Wade, 2001;).

(The mathematics strand of Key Stage 3, 2001;). לעיתים קרובות, וכפועל יוצא מהישגים חלשים של תלמידים בתחומים הכמותיים, עולה הדרישה להגדיל את מספר שעות הלימוד של מקצוע המתמטיקה, או להציב סטנדרטים מחמירים יותר ללימודי המתמטיקה. לטעמנו גישה כזו לא תפתור את הבעיה, כיוון שהוראת האריתמטיקה הבסיסית נזנחת בשלב מוקדם של לימודי המתמטיקה לטובת הוראתם של רעיונות מופשטים יותר, שמתאימים לצרכים העתידיים של מספר מועט של תלמידים בלבד.

ניתן לסכם ולומר, שהצורך ללמד את הנושאים הכמותיים נובע:

- א. מהשאיפה ומהאחריות של מערכת החינוך להביא לכך שבוגר המערכת יהא אדם בעל יכולת התמודדות עם המידע הכמותי הרב הסובב אותו, ואף הולך ומתעצם עם ההתקדמות וההתפתחות הטכנולוגית.
- ב. מהשאיפה לפתח תחושת בטחון בעיסוק במתמטיקה ולהביא להורדת רמות החרדה מפני המקצוע, הן אצל התלמידים והן אצל הוריהם.

אחת ההגדרות המודרניות הראשונות של המונח 'כמותיות' (Numeracy) הופיעה בדו"ח של הממשלה הבריטית בהקשר לחינוך מתמטי ומתייחסת לרכישה של שתי יכולות (Cockroft, 1982):

1. התייידדות עם מספרים ויכולת להשתמש במיומנויות מתמטיות בחיי היומיום.
2. יכולת להערכה ולהבנה של אינפורמציה שמוצגת במונחים מתמטיים.

ביתר פירוט: הצבענו על מספר גורמים שהשפיעו על הישגיהם הנמוכים של התלמידים הישראליים במבחנים משווים במתמטיקה:

- א. היעדר התייחסות מספקת לנושאים כמותיים (תובנה מספרית, מדידה וייצוג נתונים) הן בתכנית הלימודים והן בהוראה בפועל.
- ב. היעדר מודל למידה ספיראלי – היעדר רצף והיעדר שילוב וקישור בין נושאי הלימוד הנלמדים בבית הספר היסודי לבין הנושאים הנלמדים בחטיבת הביניים.
- ג. היעדר עיסוק בבעיות מעשיות מחיי יומיום.
- ד. היעדר דרישה לחישובים בכתב ובעל-פה, ושימוש מופרז ולא מבוקר במחשבוני, הגורר הזנחה של תרגול מיומנויות יסוד (חישובים מנטאליים וידע אלגוריתמי).
- ה. היעדר שילוב וקישור מספקים בין הנושאים השונים הנלמדים במסגרת תכנית הלימודים.

רקע תיאורטי

בשנים האחרונות אנו עדים לעיסוק הולך וגובר בנושאים הקשורים לפן הכמותי של לימודי המתמטיקה. כך אפשר למצוא בספרות את המונחים הבאים בהקשר של הוראת המתמטיקה:

- ✓ 'מספריות' (Numeracy)
- ✓ אוריינות כמותית (Quantitative Literacy)
- ✓ מיומנויות כמותיות (Quantitative Skills)
- ✓ מיומנויות מספריות (Numeracy Skills)
- ✓ חשיבה/הסקה כמותית (Numerical Reasoning, Quantitative Reasoning)

הדיון בדרישה ובצורך לעסוק בנושאים הכמותיים עולה בספרות במקומות רבים, הן בשל הנחיצות ביכולת כמותית גבוהה לתפקוד סביר בחברה מודרנית והן לשם חיזוק בסיס הידע המתמטי של התלמידים.

לעומת המיומנויות המתמטיות, המיומנויות הנדרשות לביצוע מניפולציות כמותיות אינן ממשיכות להתפתח ברמת ההפשטה, אלא מתפתחות במצבים ובהקשרים מורכבים יותר (Manster, 2001; Orrill, 2001;).

(The Quantitative Literacy Design Team, 2001). סטין (Steen, 1997) ציין שלמרות שנים של לימוד והתנסות כמותית בחיים, אנשים מלומדים נשארים לעיתים חסרי יכולת כמותית. לדבריו התלמידים

הקשורים בלימוד המתמטיקה. כדי שתלמידים יוכלו לעסוק בפעילויות אלו גם בנושאים הכמותיים בחטיבת הביניים, יש צורך בפיתוח מודל למידה ספיראלי, בו יש חזרה על החומר שנלמד בבית הספר היסודי, כמו גם תוספות על הנלמד במסגרת היסודית והעמקתה של למידה זו.

שיפור יכולת התלמידים בהתמודדות עם בעיות מתמטיות יומיומיות (אוריינות כמותית) – לימוד של נושאים כמותיים הלקוחים מתוך העולם בו אנו חיים, במטרה להכשיר את התלמידים לתפקוד יעיל במסגרת המידע הכמותי הרב השובב אותם היום וזה שייתקל בו בעתיד.

ניתוח שניוני (Secondary analysis) של המבחן הבינלאומי במתמטיקה – (TIMSS 1999)

ניתוח המבחן מחולק לשניים:

א. ניתוח הממצאים שמופיעים בדו"ח הבינלאומי ובדו"ח הלאומי.

ב. ניתוח פרטי המבחן בעזרת בסיס הנתונים של המחקר (TIMSS 1999 Database).

מה למדנו מתוך הדו"ח הלאומי והדו"ח הבינלאומי?

1. קיים פער בין התוכנית המיועדת והמופעלת בישראל לבין תוכניות הלימוד המיועדות והמופעלות במדינות המשתתפות המבחן.

עיון בתכני המחקר הבינלאומי ובתוכנית הלימודים בישראל מצביע על פער. בעוד תוכנית המבחן מכילה חמישה נושאים: תובנה מספרית, אלגברה, גיאומטריה, מדידות ועיבוד מידע והסתברות, התוכנית הישראלית מתרכזת בשני נושאים בלבד: אלגברה וגיאומטריה. פער זה עקרוני במיוחד לאור העובדה שאחד הקריטריונים על-פיו הוחלט באם להכליל נושא במבחן הבינלאומי או לא, הוא מספר המדינות שלמדו את הנושא. נושא נכנס למבחן הבינלאומי רק אם הוא שייך לתכנית הלימודים של שני שלישים מהמדינות המשתתפות במחקר לפחות.

נושאים בסטטיסטיקה ובהסתברות אמנם מופיעים בתוכנית הלימודים הישראלית (תחת נושא האלגברה), אך אינם זוכים להדגשה מספקת, הן בתוכנית המיועדת והן בזו המופעלת. בנוסף, כפי שנראה להלן, הנושאים מתחום הגיאומטריה המופיעים במבחן שונים במהותם באופן עקרוני מאלה הנלמדים בישראל. על הפערים הללו אפשר ללמוד ביתר פירוט מתוך מספר מוצגים בדו"ח הבינלאומי.

בסקר הלאומי לאוריינות מבוגרים שנערך בארה"ב (National Adult Literacy Survey), הוגדרה אוריינות כמותית כידע והמיומנויות הנדרשים, כדי להתייחס לפעולות אריתמטיות בפני עצמן או בהקשר מסוים יחד עם היכולת להשתמש במספרים הנמצאים בחומרים מודפסים (NALS, 1993).

בסקר הבינלאומי למיומנויות לחיים (International Life Skill Survey) אימצו הגדרה רחבה יותר לאוריינות כמותית והיא: "הידע והמיומנויות הדרושים כדי להתמודד בצורה יעילה עם הדרישות המתמטיות במצבים שונים". (ILSS, 2000).

וולף (Wolf, 1998) מתייחס למונח 'הסקה כמותית' (Quantitative Reasoning) וטוען שפעמים רבות סטודנטים מרגישים אי-נוחות בשימוש במושגים כמותיים ומספריים בהסקה ובפתרון בעיות. במונח הסקה כמותית הכוונה למגוון של יכולות מנטאליות. מיומנויות של הסקה כמותית כוללות היכרות עם מדידות והערכה, תובנה של ציר מספרים, הבנה של הסתברות בסיסית וסטטיסטיקה ויכולת להסיק בעזרת מספרים.

גם נרישמן (Narasimhan, 2003) כמו וולף מתייחסת למונח 'הסקה כמותית' ומגדירה אותו כיכולת הדרושה להבין ולתקשר בעזרת מידע כמותי.

בתוכנית הלימודים הבריטית לחטיבות הביניים מציינים שייכולת מספרית (Numeracy) הינה מורכבת יותר מהיכולת לעסוק באריתמטיקה בסיסית. היא קשורה לפיתוח הביטחון וליכולת ההתמצאות במספרים ובמידות. היא דורשת: הבנה של מערכת המספרים, היכרות עם אוסף של טכניקות מתמטיות ויכולת ואף נטייה לפתור בעיות כמותיות או מרחביות בהקשר רחב. יכולת מספרית דרושה כדי להבין את הדרכים בהן מידע נאסף באמצעות ספירה, מדידה והצגה שלו בגרפים, דיאגרמות, תרשימים וטבלאות (The mathematics strand of Key Stage 3, 2001).

בתכנון המהלך לפיתוח החשיבה הכמותית התרכזנו בשני מרכיבים: יכולת הסקה כמותית ושיפור יכולת התלמידים בהתמודדות עם בעיות מתמטיות יומיומיות.

יכולת הסקה כמותית – עניינה ביכולת לוגית וחשיבה שיטתית, ובכלל זה שימוש במיומנויות כמו: העלאת השערות, ניתוח, הערכה, הכללה, מיזוג, פתרון בעיות לא שגרתיות והצדקה או הפרכה של טיעונים. הסקה נחשבת כחלק מההתהליכים הקוגניטיביים הגבוהים

הטבלה הבאה מתארת את תשובות המורים לשאלה: מהם הנושאים המודגשים בהוראת המתמטיקה בכיתה ח. המספרים מציינים את אחוז התלמידים הנחשפים בלימודי המתמטיקה בכיתה ח להדגשה של הנושא המצוין על-פי תשובות מוריהם.

	גיאומטריה	אלגברה	שילוב של אלגברה וגיאומטריה	שילוב של אלגברה, גיאומטריה, מספרים ועוד	בעיקר מספרים	אחר
ישראל	1	19	42	35	1	2
ממוצע בינלאומי	3	8	19	55	14	2

טבלה 1: אחוז התלמידים שמוריהם מדגישים מקצועות שונים במתמטיקה בכיתה ח²

אכסיומטית נושא שאינו מופיע במבחן הבינלאומי. על פער זה בלימודי הגיאומטריה אפשר ללמוד בין השאר מהדו"ח הלאומי הישראלי³. מתוך 22 פריטים השייכים לתחום הגיאומטריה: 3 פריטים שייכים ללימודי האלגברה (קואורדינטות), ומתוך 19 הפריטים הנוספים 11 מהם לא נלמדו. כלומר 64% מפרטי הלימוד אינם נלמדים במסגרת לימודי הגיאומטריה בישראל.

עדות נוספת לחוסר העיסוק בנושאים הכמותיים בלימודי המתמטיקה בישראל אפשר למצוא בתשובות לשאלות שהופיעו בשאלון המורים. הנשאלים התבקשו לציין האם התלמידים בכיתתם למדו כל אחד מהנושאים: תובנה מספרית, אלגברה, גיאומטריה, מדידות ועיבוד מידע והסתברות.

על-פי טבלה זו, המורים ברוב מדינות העולם מדווחים כי הם משלבים בלימודי המתמטיקה: אלגברה, גיאומטריה, מספרים ונושאים אחרים. בישראל, לעומת זאת, רוב המורים מדווחים שהם מלמדים בעיקר אלגברה וגיאומטריה.

מתוך הדיווח ניתן ללמוד שיותר מ-60% מהתלמידים בישראל לומדים אצל מורים שמתרכזים בהוראת אלגברה ו/או גיאומטריה, בעוד שהממוצע הבינלאומי הוא 30%. המורים של 36% מהתלמידים בישראל מעידים כי הם משלבים נושאים כמותיים בלמידה לעומת 69% בעולם. פער זה הוא תוצאה של הפער הקיים הן בין התכניות המיועדות והן בין התוכניות המופעלות. בנוסף, לימוד הגיאומטריה בישראל מתמקד בתהליך ההוכחה ובהבנה של מערכת

עדיין לא נלמדו 50% או יותר מהפריטים	הנושא נלמד במהלך השנה		יותר מ- 50% מהפריטים נלמדו יותר מ- 50% לפני שנה זו		
	יותר מ- 50% מהפריטים נלמדו	50% או פחות מהפריטים נלמדו		ישראל	ממוצע בינלאומי
0	4	21	75	ישראל	שברים ותובנה מספרית
1	4	45	50	ממוצע בינלאומי	
29	7	13	51	ישראל	מדידות
6	8	40	45	ממוצע בינלאומי	
44	13	18	25	ישראל	ניתוח וייצוג מידע והסתברות
34	7	39	19	ממוצע בינלאומי	
47	20	31	2	ישראל	גיאומטריה
22	20	42	16	ממוצע בינלאומי	
1	9	77	12	ישראל	אלגברה
8	4	73	15	ממוצע בינלאומי	

טבלה 2: אחוז התלמידים שלמדו את נושאי הלימוד השונים⁴

² TIMSS 1999 International Mathematics Report, ch-5 Exhibit 5.8

³ רות זוזובסקי (2001), הישגיהם של תלמידי ח בישראל בפרטי מבחן TIMSS 1999 במתמטיקה עמ' 60-63.

⁴ TIMSS 1999 International Mathematics report, Reference-2 Exhibits R.2.8-R.2.12

מטבלה זו אפשר ללמוד שבישראל רק 25% מהתלמידים למדו את הנושא 'שברים ותובנה מספרית' במהלך שנת הלימודים בה נערך המבחן, בעוד הממוצע הבינלאומי הוא כמעט כפול – 49%.

בתחום המדידות התמונה חריפה אף יותר, כאשר רק 20% מהתלמידים בישראל למדו את הנושא במהלך השנה, כאשר הממוצע הבינלאומי הוא כמעט פי שניים וחצי – 48%. יותר מכך: אם מתוך התלמידים שלמדו את הנושא נתייחס רק אל התלמידים שלמדו יותר ממחצית מהפריטים המופיעים בתחום המדידות במהלך השנה, נמצא שהפער גדול עוד יותר – בישראל 13% מהתלמידים למדו יותר ממחצית מהפריטים כשהממוצע הבינלאומי הוא 40% כלומר יותר מפי שלושה.

בנושא: ייצוג נתונים והסתברות 31% מהתלמידים בישראל למדו את הנושא במהלך השנה, בעוד שהממוצע הבינלאומי הוא 46%. גם כאן כשמתייחסים רק אל התלמידים שלמדו יותר מ – 50% מהפריטים הפער גדל.

בגיאומטריה קיים פער קטן יותר, אך כפי שציינו מנתון זה קשה להסיק מסקנות בגלל ההבדל בין תוכנית הלימודים בגיאומטריה בישראל לבין תוכנית המבחן בגיאומטריה – התוכנית הישראלית מתמקדת בהכרת המבנה האקסיומטי, בהכרת מושגי יסוד ובהוכחת משפטים ותכונות אחרות, תחומים שאינם מופיעים במבחן.

באלגברה, כפי שאפשר לראות התמונה מתהפכת, זהו המקצוע היחיד אותו לומדים בישראל בממוצע יותר תלמידים במהלך כיתה ח בהשוואה לממוצע הבינלאומי.

ממצאים אלו עולים בקנה אחד עם עבודות המחקר האחרות שנעשו ומצביעים על כך, שלימוד המתמטיקה בחטיבת הביניים בישראל אינו מאוזן בהשוואה למדינות אחרות בעולם.

2. השימוש במחשבוניס בלמידה מספר מומחים למתמטיקה כמו קליין ומילגרם טוענים, שהעדר עיסוק באלגוריתמים מסורתיים יוביל בסופו של דבר לפגיעה במיומנויות הבסיס (Klein & Milgram, 1999). אנדרסן טען ששימוש מופרז במחשבוניס יכול לגרום אף הוא לפגיעה במיומנויות הבסיסיות (Andersen, 1998). בתוכנית הלימודים בישראל אין כל הנחיה ביחס למחשבון ולמידת השימוש בו וכך גם לא מופיעה דרישה לחישובים בעזרת נייר ועפרון או חישובים בעל-פה.

בתוכניות לימוד רבות בעולם עניין זה זוכה להדגשה בשלב חטיבת הביניים. כך למשל בתוכנית הלימודים הבריטית נכתב:

"An ability to calculate mentally lies at the heart of numeracy. As a teacher, whether of mathematics or other subject, you should stress the importance of mental calculation methods and give all pupils regular opportunities to develop the skills involved".⁵

טבלה 3 מפרטת את תשובות המורים לשתי שאלות שהופיעו בשאלון המורים. האחת עסקה בשאלה האם לתלמידים יש מחשבוניס בשיעורי מתמטיקה והשנייה במדיניות השימוש בהם.

טבלה זו יכולה לאשש את הטענה בדבר אי ההגבלה של השימוש במחשבון בשיעורי המתמטיקה בישראל. מהטבלה לומדים כי ל- 98% מהתלמידים בישראל יש גישה למחשבוניס בכיתה לעומת 73% בממוצע הבינלאומי. הבדל זה לא נובע בהכרח מהבדלי גישה, הוא יכול לנבוע גם מסיבות אחרות (כלכליות למשל) על כך יכולים ללמד הנתונים באנגליה – 100% גישה למחשבוניס. לעומת זאת בישראל רוב התלמידים לומדים אצל מורים שאינם מגבילים את השימוש

	מדיניות השימוש במחשבוניס לגבי תלמידים שיש להם נגישות למחשבוניס			אחוז התלמידים שיש להם גישה למחשבוניס בשיעורי המתמטיקה	
	שימוש בלתי מוגבל	שימוש מוגבל	השימוש במחשבוניס אסור		
ישראל	78	21	1	98	
אנגליה	14	86	0	100	
ממוצע בינלאומי	21	67	12	73	

טבלה 3: שימוש במחשבוניס בשיעורי המתמטיקה⁶

⁵ TIMSS 1999 International Mathematics report, ch-6 Exhibit 6-15
⁶ Mathematics strand of Key Stage 3 National Strategy, Department of Education and Employment United Kingdom, 2001. Guide to the framework. P10

התוכנית הישראלית שהייתה נהוגה בשנות השישים לתוכנית הלימודים (כיום).

ביקשנו להשתמש בנושאים אלה כדי לבדוק את ההשערה שחוסר השילוב של הנושאים הכמותיים בתוכנית הלימודים פוגע בהישגי התלמידים. במאמר זה נציג את הניתוח שנעשה בתחום התובנה המספרית בלבד.

שיטת הניתוח

ניתוח ראשוני בחן, באופן תיאורי, האם יש הבדל בין ממוצע ההישגים בנושא הנבדק לבין ממוצע ההישגים בתחום אליו שייך הנושא. ההבדל נבדק הן ברמה לאומית והן ברמה בינלאומית. ביצענו ממוצע אריתמטי פשוט של אחוז התשובות הנכונות בכל תחום.

כאשר משווים את הממוצע של הישגי התלמידים בישראל לממוצע של ההישגים בכל המדינות המשתתפות, ייתכן כי ההבדלים נובעים מהבדלים בין רמות של תלמידים – דבר שיכול ליצור הטעיה. לכן חוקרים מציעים, לבצע השוואות בין הממוצעים של הישגי התלמידים בנושאים ממוקדים, רק בין מדינות שאין ביניהן הבדלים משמעותיים בממוצע הישגי התלמידים (Routitsky & Zammit, 2002; Postlethwaite, 1999).

מסיבה זו נעשו השוואות גם בין ממוצע ההישגים של התלמידים הישראליים בנושאים הנבדקים לבין המדינות שלהן אין הבדלים משמעותיים בהישגים בהשוואה לישראל.

בנוסף, בקרב התלמידים בישראל, נערך ניתוח השוואתי בין ההישגים בתחום הנבדק לבין שאר השאלות בתחום. לשם ביצוע הניתוח חולקו הנבחנים לרבעונים בהתאם לממוצע הישראלי. הניתוח נעשה ברמה הרבעונית, כדי ללמוד האם התופעות הכלליות שאותרו מתקיימות לגבי תלמידים ברמות שונות. המשתנה התלוי, אחוז התשובות הנכונות, חושב על ידי בחינת אחוז התשובות הנכונות מכלל התשובות של התלמיד באותו תחום והכפלתו במשקל הבית (House Weight) המתייחס לדגימה המורכבת שנערכה בכל מדינה, כפי שהוצע על ידי ארגון ה-IAE (Timss 1999, User Guide, 5-9). שקלול המשקלים האלה שינה את טווח המשתנה התלוי: 0-269 בתחום המספר, 0-196 בתחום המדידות ו-0-239 בתחום האלגברה. כיוון שבחלק מהמבחנים אחוז הנבדקים שלא ענו על שאלות היה גבוה, בוצעו הניתוחים באמצעות טרנספורמציה לוגריתמית על המשתנים התלויים, בכדי לשמר את ההתפלגות הנורמלית.

במחשבון בשיעורי המתמטיקה – 78%, בעוד הממוצע הבינלאומי של תלמידים שמוריהם אינם מגבילים את מידת השימוש במחשבון הוא 21%, כלומר כרבע מהממוצע בישראל! באנגליה ממוצע התלמידים שמוריהם אינם מגבילים את השימוש במחשבון הוא 14% כלומר פחות מחמישית מהממוצע הישראלי. הבדלים אלה יכולים ללמד על הבדלי גישה בתחום זה.

מה למדנו מניתוח פרטי המבחן ?

כפי שצינו לחוסר השילוב של הנושאים הכמותיים יכולות להיות השפעות רבות על לימודי המתמטיקה; כך למשל ידע מתמטי בסיסי רעוע יכול לגרום לחוסר ביטחון בעיסוק במקצוע; יכולת חישובית חלשה יכולה לפגוע גם בהישגי התלמידים בבעיות אלגבריות. בנוסף חוסר העיסוק בבעיות אריתמטיות אינו מאפשר לתלמידים למצוא פתרון אריתמטי לבעיה אלגברית, למרות שלפעמים הפתרון האריתמטי הוא טבעי או פשוט יותר. חוסר העיסוק בחישובים בעל-פה יכול לפגוע בהבנה של מושג המספר ומכאן תיווצר גם בעייתיות בייצוג שברים.

מאחר וההשפעה של חוסר השילוב של הנושאים הכמותיים רחבה וההישגים של התלמידים בנושאים הכמותיים היו נמוכים, יש קושי למצוא קבוצה של פריטים שתואמת לחלוקת הפריטים הבינלאומית ומבליטה את ההשפעה של חוסר עיסוק בנושאים הכמותיים. יחד עם זאת הערכנו שאם נבודד את הנושאים שדורשים יכולת חישובית בתחומים של תובנה מספרית ומדידות (תחומים שכמעט ואינם נלמדים בחטיבת הביניים בישראל), ההישגים של התלמידים הישראליים ירדו בהשוואה להישגים בתחומים הנבדקים (תובנה מספרית ומדידות). החלטנו לבחור את נושא השאלות החישוביות המופיע בתחום של שברים ותובנה מספרית ואת הנושא של חישובים של שטחים והיקפים, המופיע בתחום של מדידות. לבחירה זו כמה סיבות:

- הערכנו שלחוסר הלימוד בנוסף לחוסר ההגבלה על השימוש במחשבון יש השפעה על הישגי התלמידים בנושאים הללו.
- במדינות המשלבות את הנושאים הכמותיים מודגש הנושא של בעיות וחישובים אריתמטיים וחישובים של שטחים, היקפים, נפחים.
- נושאים אלה עניינו אותנו במיוחד, כיוון שבמהלך השנים חלו בהם שינויים גדולים. (השוואה בין

יחד עם זאת הממוצעים המוצגים הינם הממוצעים לפני הטנספורמציה בכדי לאפשר פירוש קל יותר.

על מנת לבחון את ההבדלים בין הרבעונים נערך מבחן שונות למדידות חוזרות (4x2 Anova for Repeated Measures). המשתנים הבלתי תלויים הם הרבעון אליו שייך הנבדק וסוג השאלות, והמשתנה התלוי הוא אחוז התשובות הנכונות. ניתוחי המשך לצורך בחינת מקור המובהקות בוצעו באמצעות תיקוני Bonferoni לממוצע.

נציג כאן את הניתוח ביחס לתחום של תובנה מספרית. התחום מורכב מ-61 פריטים – נסמן קבוצה זו ב-A. כדי לבחון את ההשערה בחרנו את שתי קבוצות הפריטים הגדולות, שמופיעות במבחן שעוסקות בנושא חישובים: חישובים בשברים פשוטים וחישובים בשברים עשרוניים – סה"כ 18 שאלות. קבוצה זאת תיקרא להלן קבוצת חישובים בשברים, נסמן קבוצה זו ב-B. במסגרת הפריטים השייכים לקבוצה ניתן למצוא בעיות אריתמטיות חישוביות למשל:

R14: ללאה היו 240 שקלים. היא השתמשה ב- $\frac{5}{8}$ של

הכסף. כמה כסף נשאר לה?

N17: לצבָה היו 25 ליטר של צבע. הוא השתמש ב-2.5

ליטר בכל שעה, וסיים את עבודתו כעבור 5.5

שעות. כמה צבע נשאר לו?

או תרגילי חישוב:

L18: למה שווה הערך של: $\frac{4}{5} - \frac{1}{3} - \frac{1}{15}$

R7: חשב: $4.722 - 1.945 =$

מתוך שמונה-עשר (18) הפריטים בקבוצה B, שבעה הם תרגילי חישוב כדוגמת שני הפריטים האחרונים והשאר הם בעיות חישוב כדוגמת שני הפריטים הראשונים. שבעת תרגילי החישוב ייקראו להלן קבוצת תרגילי החישוב – נסמן קבוצה זו ב-C.

טבלה 4 משווה את האחוז הממוצע של התשובות הנכונות (ממוצע אריתמטי פשוט) בתחום המספר (קבוצה A) אל מול האחוז הממוצע של התשובות הנכונות בתחום של חישובים בשברים (קבוצה B) ומול הקבוצה של תרגילי החישוב (קבוצה C). הנתונים מתייחסים לישראל, לממוצע הבינלאומי ולמדינות שהישגי התלמידים בהן אינם שונים באופן מובהק מממוצע ההישגים הישראלי.

מהטבלה אפשר לראות כי בישראל קיימת ירידה גדולה, של קרוב לעשר נקודות, באחוז הממוצע של תשובות נכונות בהשוואה בין תחום המספר כולו לנושא של חישובים בשברים פשוטים ועשרוניים. הירידה באחוז הממוצע של התשובות הנכונות גדולה מהירידה הן במדינות ההשוואה והן בממוצע הבינלאומי. כמו כן בתחום של תרגילי חישוב הפער בין האחוז הממוצע של התשובות הנכונות גדל מעל ל-11 נקודות בעוד שבמדינות ההשוואה הפער קטן ל-1.4 נקודות; בממוצע הבינלאומי הפער קטן ל-2.2 נקודות.

בין מדינות ההשוואה יש מדינה אחת שמתנהגת בתחום זה בצורה דומה לישראל; בניו-זילנד האחוז הממוצע של התשובות הנכונות בתחום המספר הוא 37.1, 50, 37.1 בחישובים בשברים ו-27.2 בתרגילי חישוב – כלומר פערים גדולים עוד יותר מהפערים של ישראל.

d2	d1	C תרגילי חישוב		B חישובים בשברים פשוטים ועשרוניים		A תחום מספר		
		N	ממוצע	N	ממוצע	N	ממוצע	
			7		18		61	מספר פריטים
11.2	9.6	4,190	35.2	4,190	36.8	4,190	46.4	ממוצע פשוט ישראל
1.4	4.2	39,050	47.4	39,050	44.6	39,050	48.8	ממוצע פשוט מדינות השוואה
2.2	4.3	180,300	50.5	180,300	48.4	180,300	52.7	ממוצע פשוט בינלאומי

טבלה 4: ממוצע אחוז התשובות הנכונות בתחום המספר בחישובים בשברים פשוטים ועשרוניים ותרגילי חישוב, בישראל, במדינות ההשוואה ובממוצע הבינלאומי

הערות:

א. d1 הוא ההפרש בין הממוצע בקבוצות A ו-B. d2 הוא ההפרש בין הממוצע בקבוצות A ו-C.

ב. מדינות ההשוואה הן: קפריסין, ישראל, איטליה, לטביה, מקדוניה, מאלזיה, מולדובה, ניו-זילנד, רומניה וטאילנד. במדינות אלה אין הבדל סטטיסטי משמעותי בממוצע הישגי התלמידים בתחום המספר.⁷

⁷ Timss 1999 International Mathematics Report, Appendix B Exhibit B.1

נמוכים באופן מובהק מהממוצע הבינלאומי. מצאנו בתחום המספר תחום חלקי שבו התלמידים הישראלים חלשים באופן מיוחד. התחום החלקי עוסק בנושא חישובים בשברים. קיימת ירידה של 9.6 נקודות בציון הממוצע בנושא חישובים בשברים לעומת הממוצע בתחום המספר. כאשר מצטמצמים לנושא תרגילי החישוב (קבוצה C) הפער גדל ל-11.2 נקודות. במדינות ההשוואה, שלהן ציון ממוצע דומה לישראל, הציון בתרגילי חישוב יורד ב-1.4 נקודות בלבד לעומת הממוצע בתחום המספר. פער דומה קיים גם בממוצע הבינלאומי. נראה שלחוסר העיסוק בנושא המספר בחטיבת הביניים בישראל ולחוסר ההגבלה בשימוש במחשבון יש השפעה על ההישגים, במיוחד כאשר עוסקים בנושא של חישובים בשברים. הירידה בהישגים בחישובים בשברים קיימת בכל הרבעונים. הניתוח מראה שבכל הרבעונים יש פער מובהק מבחינה סטטיסטית בין הישגי התלמידים בקבוצת שאלות החישוב בשברים (קבוצה B) לבין קבוצת השאלות המשלימה (קבוצה E). ניתוח דומה מראה כי קיים פער בין הישגי התלמידים בתרגילי החישוב לבין הישגיהם בפריטי הקבוצה המשלימה. כלומר ההישגים 'הנמוכים' במיוחד בנושא החישובים בשברים הם נחלת כל רמות האוכלוסייה של התלמידים.

אחת הסיבות שבישראל הופסקה ההוראה של נושא השברים בחטיבת הביניים הייתה ההנחה, שעיסוק נוסף בנושא השברים לא יסייע לאותם תלמידים שלא הצליחו להתמודד עם הנושא עוד בבית הספר היסודי, שכן "או שתלמיד הבין את נושא השברים או שלעולם לא יבין". הניתוח מצביע על כך, שכאשר לא לומדים את נושא המספר בחטיבת הביניים, גם התלמידים ברמות העליונות מתקשים בהתמודדות – במיוחד בנושא חישובים בשברים. הציון הממוצע ברבעון הרביעי (25% עליונים) בתרגילי חישוב בשברים היה 61.5 לעומת ציון של 76.9 בנושאים האחרים בתחום המספר. ברבעון השלישי הפער היה בין 39.0 בתרגילי חישוב בשברים ל-55.7 בנושאים האחרים בתחום המספר.

מעניין לציין שמבין מדינות ההשוואה ישראל וניו-זילנד הן המדינות היחידות, בהן מוריהם של יותר מ-50% מהתלמידים ציינו שהם אינם מגבילים את השימוש במחשבון בשיעורי המתמטיקה (בישראל 78% מהתלמידים ובניו-זילנד 60% מהתלמידים). בשאר מדינות ההשוואה אחוז התלמידים שמוריהם דיווחו שאינם מגבילים את השימוש במחשבון נע מ-0% במלזיה, 5% בקפריסין ועד ל-28% במולדובה.

ניתוח נוסף שנעשה בדק האם הירידה קיימת בכל הרבעונים. ביצענו ניתוח השוואתי בין קבוצת החישוב בשברים פשוטים ועשרוניים (קבוצה B – 18 שאלות) לבין קבוצת הפריטים הנותנים בתחום המספר (43 שאלות) להלן קבוצה E ($E = A - B$). ר' טבלה 5. תוצאות מבחן השוונות הראו כי קיים אפקט עיקרי למשתנה 'סוג השאלות':

$$(F(1,4176) = 2499.10; p < 0.01; \eta = .37)$$

כך שבכל הרבעונים ניתן לראות כי אחוז התשובות הנכונות בבעיות חישוביות בשברים נמוך מאחוז התשובות הנכונות בשאר הפריטים בתחום המספר. בנוסף נמצא אפקט עיקרי למשתנה 'הרבעון':

$$(F(3,4176) = 444.12; p < 0.01; \eta = .24)$$

ניתוחי המשך שנערכו באמצעות תיקון Bonferroni הראו, כי כל רבעון גבוה במובהק מהרבעון שמתחתיו. כמו כן, נמצאה אינטראקציה בין סוג התשובות ובין הרבעונים ($F(3,4176) = 42.73; p < 0.01; \eta = .03$). יותר מכך: מגודל האפקט (η) ניתן לראות, כי סוגי השאלות והרבעונים תורמים באופן ניכר להסבר השוונות של אחוז התשובות הנכונות, בעוד האינטראקציה תורמת באופן פחות משמעותי.

תופעה דומה התקבלה גם בבדיקה של תרגילי החישוב. כלומר בכל הרבעונים ניתן לראות, כי אחוז התשובות הנכונות בתרגילי החישוב נמוך יותר מאחוז התשובות הנכונות ביתר פריטי תחום המספר. גודל האפקט לסוג השאלות - $\eta = .47$ ובנוסף נמצא אפקט עיקרי למשתנה הרבעון $\eta = .24$, כלומר בשני המקרים המשתנה של סוג השאלות מסביר יותר ממשתנה הרבעון.

דיון: ההישגים של התלמידים בישראל בתחום המספר

רבעונים	E ממוצע שאר פריטי תחום המספר	B ממוצע חישובים בשברים פשוטים ועשרוניים	d	n
מספר פריטים	43	18		
רבעון ראשון (25% תחתונים)	29.8 (24.4)	19.1 (36.3)	10.7	1039
רבעון שני	40.2 (18.7)	24.8 (34.4)	15.4	1045
רבעון שלישי	55.7 (20.9)	39.0 (41.2)	16.7	1048
רבעון רביעי (25% עליונים)	76.9 (24.1)	61.5 (42.1)	15.4	1048

טבלה 5: ממוצע, סטיית תקן טעותית והפרשים בין אחוז התשובות הנכונות בקבוצות E ו-B לפי רבעונים

(N = 4180)

- Andersen, N. (1998). State School board oks back to basics for math. Los Angeles Times, p. A1.
- Cockcroft, W.H. (1982). Mathematics Counts. London: Her Majesty's Stationery Office.
- Department for Education and Skills (DFES). (2001). The Mathematics Strands of Key stage 3, 2001, Framework for teaching Mathematics: years 7,8 and 9. DFES publications, United Kingdom.
- Ewell, T.P. (2001). Numeracy, Mathematics and General Education. In Lynn Arthur Steen (Ed.), Mathematics and Democracy. Woodrow Wilson National Fellowship Foundation
- Gal, I. (1999). Numeracy, International Life Skills Survey – ILSS 2000, Policy Research Initiative. Statistics Canada
- Gonzalez, E. J. & Miles, J.A. (2001). Timss 1999 User Guide for the International Database. Boston College.
- Husen, T. (ed.), (1967). International Study of Achievement in Mathematics: A Comparison of Twelve Countries. Vol 1 & 2, Stockholm: Almqvist & Wiksell.
- Mullis, I., Martin, M., Gonzalez, E., Gregory, K., Garden, R., O'Connor, K., Chrostowski, S., and Smith, T., (2000). TIMSS 1999 International Mathematics Report, International Study Center, Boston College.
- Kennedy, D. (2001). The Emperor's Vanishing Clothes. In Lynn Arthur Steen (Ed.), Mathematics and Democracy. Woodrow Wilson National Fellowship Foundation
- Klein, D., & Milgram, R.J. (1999). L.A.'s math program just doesn't add up. Los Angeles Times, p. B7.
- Narasimhan, L. (2003). Quantitative Reasoning Responding to New Challenges. DePaul University, University of Delaware.
- National Center for Education Statistics. (1993). National Adult Literacy Survey – NALS. United State Department of Education.
- Orrill, R. (2001). Mathematics, Numeracy and Democracy. In Lynn Arthur Steen (Ed.), Mathematics and Democracy. Woodrow Wilson National Fellowship Foundation
- Postlethwaite, T. N. (1999) Overview of Issues in International Achievement Studies in B. Jaworski & D. Phillips (Eds.) Comparing Standards Internationally research and practice in mathematics and beyond. Oxford: Symposium Books.
- Routitsky, A. & Zammit, A. (2002). Association between intended and attained Algebra curriculum in TIMSS 1998/1999 for ten countries. Australian Council for Educational Research.
- Senk, S. L., & Thompson, D. R. (2003) Standards Based School Mathematics Curricula Lawrence Erlbaum Associates, Publishers Mahwah, New Jersey
- Steen, L.A. (1997). Why Number Count: Quantitative Literacy for Tomorrow's America. New York, NY: The College Board.
- The Quantitative Literacy Design Team., (2001). The Case for Quantitative Literacy. In Lynn Arthur Steen (Ed.), Mathematics and Democracy. Woodrow Wilson National Fellowship Foundation.
- The International Association for the Evaluation of Educational Achievement, (2000). Timss 1999 Mathematics Item, Percent of Responses by item Category for the Mathematics Item Main Survey. Timss International Study Center, Boston College.
- Wade, E.Jr. (2001). Numerical Common Sense for All. In Lynn Arthur Steen (Ed.), Mathematics and Democracy. Woodrow Wilson National Fellowship Foundation.
- Wolf, C. (1998). A Proposal for Quantative Reasoning. Pittsburg Pennsylvania: University of Pittsburg.
- Manster, A.B (2001). Mathematics and Numeracy: Mutual Reinforcement. In Lynn Arthur Steen (Ed.), Mathematics and Democracy. Woodrow Wilson National Fellowship Foundation.

השפעה נוספת של חוסר העיסוק בתרגול אריתמטי בחטיבת הביניים היא קיבעון בשיטות לפתרון בעיות נדגים זאת להלן בתרגיל TO1 (מתחום האלגברה).

TO1: במועדון יש 86 חברים ויש 14 בנות יותר מבנים. כמה בנים וכמה בנות במועדון?

לתרגיל זה שתי דרכי פתרון עיקריות:

א. אריתמטית:

$$50 \text{ בנות} = 43 + 7 \Rightarrow 36 \text{ בנים} = 43 - 7 = 43 - 2 = 41$$

ב. אלגברית:

$$36 \text{ בנים} = x = 72 \Rightarrow 2x = 86 \Rightarrow x + (x + 14) = 86$$

$$50 \text{ בנות} = 36 + 14$$

אחוז התלמידים שפתרו את התרגיל בדרך אלגברית בישראל (18.6%) הוא כמעט כפול מאחוז התלמידים שפתרו את התרגיל בדרך אריתמטית (10.9%). בממוצע הבינלאומי יותר תלמידים פתרו את התרגיל בדרך אריתמטית מאשר בדרך אלגברית.

נראה ששילוב של בעיות אריתמטיות בתוכנית הלימודים והגבלת השימוש במחשבון יכולה לשפר את הישגי התלמידים בתחום המספר ככלל ובנושא חישובים בשברים בפרט וכן לעודד תלמידים לפתור בעיות בשיטות שונות.

לסיכום נראה שיש צורך לאזן את תוכנית הלימודים הישראלית למתמטיקה בחטיבות הביניים. יש צורך להמשיך בלימוד הנושאים הכמותיים לצד העיסוק באלגברה ובגיאומטריה פורמאלית. שינוי זה יכול לשפר את הישגי התלמידים בנושאים הכמותיים וייתכן שיוכל לחזק אף את הישגי התלמידים בתחום האלגברה.

השאלה שנשאלת היא: האם לצורך לימוד שכזה יש צורך להוסיף שעות לתוכנית הלימודים. תוצאות ביניים של ניסוי שערכנו מלמדות כי הוראת הנושא 'חשיבה כמותית' במשך שעה שבועית שנתית, על חשבון השעות הקיימות, משפרת באופן משמעותי את הישגי התלמידים בנושאים הכמותיים ולא פוגעת בהישגי התלמידים באלגברה. כמו כן תוצאות הביניים מראות, כי תוספת של שעה שבועית של הוראה של הנושא 'חשיבה כמותית' משפרת באופן מובהק הן את הישגי התלמידים בנושאים הכמותיים והן את הישגי התלמידים באלגברה.

ביבליוגרפיה

זוובסקי, ר' (2001). הישגיהם של תלמידי ח בישראל בפרטי מבחן TIMSS 1999, מתמטיקה. הוצאת רמות - אוניברסיטת תל אביב.