



הנושא: חדשות מתחום החינוך המתמטי בישראל ומן המתמטיקה בעולם

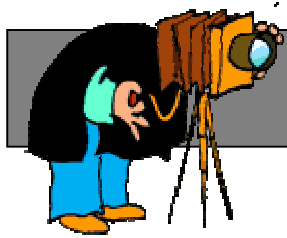
הוכן ע"י: מערכת על"ה.

תקציר: חדשות המתמטיקה: דיון בשאלה: האם מספרים של הראשוניים התאומים הוא אינסופי? הצגת קבוע ברוך.

מילות מפתח: כתב העת על"ה, על"ה 33, תורת המספרים, מספרים ראשוניים, מספרים ראשוניים תאומים, מספרים טבעיים, מספר הופכי, אלגברה, סדרה כללית, הוכחות, שגיאה, כללי, השערה, היסטוריה של המתמטיקה, ברוך, משפט ברוך, ארנסטורף, טננבאום.

החומר פורסם במסגרת: על"ה 33, תשס"ה, עמוד 4.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: עמוד אחד.



חדשות

קלרה זיסקין

המכינה הקדם אקדמית, אוניברסיטת חיפה

claraz@research.haifa.ac.il

האם יש הוכחה להשערת התאומים?

כפי שכבר הזכרנו במדור החדשות בגיליון הקודם, שני מספרים ראשוניים שההפרש ביניהם הוא 2 נקראים **תאומים ראשוניים**. התופעה נחקרה וכונתה בשם זה על-ידי המתמטיקאי הגרמני פאול סטייכל (P. Stäckel, 1892-1919). שמונת הזוגות הראשונים של תאומים ראשוניים הם:

(3,5), (5,7), (11,13), (17,19), (29,31), (41,43), (59,61), (71,73)

מעניין להתייחס לעובדה, כי פרט לזוג הראשון, כל זוג תאומים ברשימה שלעיל הוא מהצורה $(6n-1, 6n+1)$ עבור n טבעי מסוים.

כמו לגבי המספרים הראשוניים כך גם לגבי התאומים הראשוניים, נשאלת השאלה: האם מספרם סופי או אינסופי? בניגוד למספרים הראשוניים, אשר נטען על-ידי אוקלידס (אוקלידס 325-265 לפנה"ס) והוכח על-ידי אוילר ב-1737 (Leonard Euler, 1707-1783), שמשפרם אינסופי, לגבי התאומים הראשוניים התשובה עדיין אינה ברורה! שאלת הסופיות של קבוצת התאומים הראשוניים היא שאלה פתוחה המוגדרת כשאלת האתגר הגדולה בתורת המספרים. מספר תוצאות ניסיוניות וחישוביות לפתרון הבעיה הוצגו במהלך השנים. כיום רוב המתמטיקאים מאמינים כי 'קיים מספר אינסופי של תאומים ראשוניים' – זוהי השערת התאומים – אך עד היום לא זכתה השערה זו להוכחה שלמה. [באפריל 2004 הצליחו להוכיח קיום של סדרות חשבוניות של מספרים ראשוניים בכל אורך – ר' מדור "חדשות" על"ה 32].

בשנת 1919 הוכיח המתמטיקאי הנורבגי ברון (Vuggo Brun, 1885-1978) שסכום הערכים ההופכיים של התאומים הראשוניים מתכנס למספר

$$B = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right) + \left(\frac{1}{17} + \frac{1}{19}\right) + \dots$$

סופי:

עובדה זו מוכרת בשם **משפט ברון**.

קיום גבול לסדרת הסכומים של הערכים ההפכיים של התאומים – גבול שאינו תלוי בסופיות הקבוצה – מבטא את הנדירות של התאומים הראשוניים בתוך סדרת המספרים הראשוניים.

ערכו המדויק של המספר B – **קבוע ברון**, קשה לחישוב, ומהווה גם הוא מטרה למחקר מתמטי. בשנת 1996 קיבל מתמטיקאי בשם T. Nicely את הקירוב הבא: $B \approx 1.902160583104$. בשנת 2002 בדק ואימת תוצאה זו מתמטיקאי בשם P. Sebah.

בניגוד להתכנסות הסכום של הערכים ההפכיים של התאומים הראשוניים, הוכיח במאה ה-19 מתמטיקאי בשם F. Mertens שסכום הערכים ההופכיים של כל המספרים הראשוניים אינו חסום ומתבדר לאינסוף.

בחודש מאי 2004 הוצעה הוכחה להשערת התאומים על-ידי מתמטיקאי בשם ארנסטורף (R.F. Arenstorf, Vanderblit University). בהוכחה הוא השתמש בשיטות שונות מתורת המספרים הקלאסית ומתחומים אחרים של מתמטיקה. אולם, בעוד ההוכחה של ארנסטורף עוררה התרגשות בקרב הקהילה המתמטית, המתמטיקאי הצרפתי טננבאום (G. Tenenbaum, Institut Elie Cartan, Nancy) מציא שגיאה באחד ממשפטי העזר המוצגים בהוכחה. כעת נדרש ניתוח מעמיק של כוחות מאוחדים של מתמטיקאים על מנת לענות על השאלה, האם ניתן לתקן את הטעות, או שמא צריך להמתין עד למציאת הוכחה שונה לחלוטין. השתלשלות עניינים זו מזכירה במקצת את פרשת 'המשפט האחרון של פרמה'.

תוכן הידיעה לקוח ברובו מתוך:

<http://mathworld.wolfram.com/news/2004-06-09/twinprimes>

<http://mathworld.wolfram.com/BrunsConstant.html>

<http://numbers.computation.free.fr/Constants/Prime/s/twin.htm>