



הנושא מבחן התוצאה או האם יש טעויות צודקות?

הוכן ע"י: יונתן אחיטוב.

תקציר: במאמר מוצגות שלוש דוגמאות לתוצאות נכונות המתקבלות בדרכים מפקקות מבחינה מתמטית. ניתוחן תורם להעמקת ההבנה. הדוגמאות לקוחות מתחום הטריגונומטריה, האריתמטיקה ופתרון משוואה ריבועית.

מילות מפתח: טעויות, שגיאות, טריגונומטריה, התרת משולשים, משולש ישר-זווית, חוצה זווית, חשבון, צמצום, מספרים רציונליים, שבר, שברים פשוטים, אלגברה, פתרון משוואה ריבועית.

החומר פורסם במסגרת: על"ה 36, תשס"ו 2006, עמודים 56-57.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 2 עמודים.



צימוקים

מבחן התוצאה או האם יש טעויות צודקות?

יונתן אחיטוב

y_ahituv@walla.com

בית הספר המקיף דנציגר, קרית שמונה

באופן מכוון איני מצרף כאן תשובות לשאלות שאני מציג, כדי לא לקלקל לעמיתיי את חדות הפתרון. לחלק מהשאלות אולי אין תשובה חד-משמעית, ועל כן הן עשויות לעורר דיון מעניין.

דוגמה א

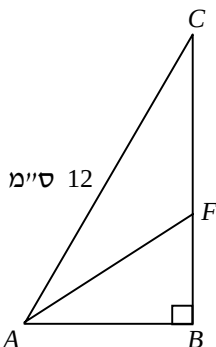
התרגיל הבא לקוח ממאגר השאלות של משרד החינוך (עמ' 59 תרגיל 6):

במשולש ישר-זווית ABC ($\angle ABC = 90^\circ$)

AF הוא חוצה הזווית BAC .

נתון: $\angle BAC = 54^\circ$,

12 ס"מ $AC =$ (ראה ציור).



- ...
- ...
- חשב את אורך הקטע FC .
- ...

הנה 'הפתרון הפשוט' של רותם לסעיף ג':

$$\angle CAF = \frac{54^\circ}{2} = 27^\circ$$

$$\frac{CF}{12} = \tan 27^\circ = 0.5095$$

$$CF = 12 \times 0.5095 = 6.114$$

בדיקה בפתרונות של הספר (עמ' 66) הראתה לרותם שהתשובה נכונה!!

תיאוריות רבות וגדולות יש בעולם – בכלכלה ובחינוך, בפוליטיקה ובפסיכולוגיה, ברפואה ובסוגיות בטחוניות. אנשים חכמים באמת מודעים למגבלות התבונה האנושית – תמיד צפויים גורמים נעלמים 'שיקלקלו את התיאוריה'. לעולם יש חשש שהתבונה האנושית לא הקיפה לחלוטין את הנושא שעל הפרק. לכן שומעים לעתים מזומנות את הטיעון המכריע: 'הכל יישפט בסוף לפי מבחן התוצאה!' אכן יש מקרים, עבורם אין מוצא, אלא לבחון תיאוריה באופן מעשי, ויש מקרים אחרים, בהם ניתן להסתפק במודל מוקטן או בהדמיה כלשהי. האם הצלחת ניסוי מעידה על צדקת התיאוריה? יש שמאמינים שאכן כך הדבר. פילוסופים של המדע מפקפקים בכך. נראה שתלמידינו הם מהמאמינים, לכן אנו שומעים מהם לפעמים את קריאת המחאה המפורסמת: "אבל יצא לי נכון!" לדעתם, אם התקבלה תוצאה שגויה ברור שהייתה טעות בדרך הפתרון, ומכאן קל להסיק שאם אין טעות בתוצאה הסופית, הרי זאת הוכחה ניצחת לנכונות דרך הפתרון! (והלא גם כאן יש טעות לוגית).

במאמר זה אביא שלוש דוגמאות חביבות לתוצאות נכונות המתקבלות בדרכים מפוקפקות מבחינה מתמטית. הדוגמה הראשונה קשורה לימתמטיקה מהחיים, כלומר לשאלה מתוך המאגר המפורסם. הדוגמה השנייה משעשעת את רוב תלמידיי, ועוזרת להם להשתכנע בטעותם הלוגית. הדוגמה השלישית היא פיתוח מסוים של רעיון ששמעתי לפני שנים אחדות מד"ר רוזה לייקין.

1. איך ייתכן???

2. האם זה נקרא פתרון?

3. האם יש משהו מיוחד בזווית הנתונה?

4. האם דרך החישוב נכונה?

5. מה הייתם אומרים לרותם?

דוגמה ג'

אלון למד את הדרך הבאה לפתור משוואה מהסוג

$$(x-6)(x+2)=0$$

פתרון :

$$x-6=0 \quad \text{או} \quad x+2=0$$

$$x=6 \quad \text{או} \quad x=-2$$

כעבור זמן מה התבקש אלון לפתור את המשוואה:

$$(x+3)(2-x)=4$$

הנה הפתרון שהציע אלון:

$$x+3=4 \quad \text{או} \quad 2-x=4$$

$$x=1 \quad \text{או} \quad x=-2$$

בדיקה מראה שאלה הפתרונות הנכונים!

באופן דומה ניתן לפתור גם את המשוואות הבאות:

$$(6+x)(5-x)=10$$

$$(17-x)(x+7)=23$$

1. מה דעתכם על הפתרון הזה?

2. האם בכלל אפשר לקרוא לזה פתרון?

3. האם תוכלו למצוא דוגמאות נוספות למשוואות מסוג זה?

4. באיזה תנאי אפשר לפתור משוואה מהסוג 'בשיטה של אלון'?

5. ומהו התנאי לכך שנפתור בהצלחה 'בשיטה של אלון' את המשוואה?

ולסיכום, מה כל זה אומר על ניסוי שהצליח?

ורד למדה את חוק הצמצום הבא:

$$\frac{a/b}{c} = \frac{a}{bc}$$

בהזדמנות אחרת התבקשה ורד לפתור את התרגיל:

$$\frac{16}{64} = ?$$

היא השתמשה בכלל הצמצום הנ"ל וקיבלה:

$$\frac{16}{64} = \frac{16/16}{64/16} = \frac{1}{4}$$

1. האם ורד צדקה?

2. האם הפתרון נכון?

3. האם יש עוד דוגמאות לצמצום כזה של שני מספרים דו-ספרתיים?

4. האם יש שיטה למצוא את כל הדוגמאות הנוספות? (זאת שאלת אתגר!)

האם כבר מלאת ושלחת משוב?

המשק הופעתו של כתב-העת עליה תלוי בכמ
מטה מל"מ - המרכז הבינאונליביסטי לרפורמת המצעים
מתנה את המשק תקצובו של כתב-העת בקבלת
משובים מן השטח!
אנא מלאו המשוב בהקדם ושלחוהו אל מטה מל"מ.
אל-פי הכתובת הפשוטה בפאש שאלון המשוב.