



הנושא: פופולריזציה של המתמטיקה - הבזקים מהנעשה בעולם

נצה מובשוביץ-הדר.

הוכן ע"י:

תקציר: במאמר, בעקבות הצער על הדימוי השלילי של המקצוע – שיש בו משום החמצה לא רק ליחיד אלא לחברה כולה, מציעה המחברת להירתם לפופולריזציה של המתמטיקה. יש, לדעתה, להגביר את המודעות לטבעה כדיסציפלינה שכל אחד יכול ליהנות ממנה, גם אם מיעוט קטן בלבד הוא בעל יכולת ליצור בה. במאמר מובאות דוגמאות לטיפול במהפך המתבקש.

מילות מפתח: הוראת מתמטיקה, פופולריזציה, דיסציפלינה, דימוי שלילי, חינוך לערכים, יישומי מתמטיקה, שימושים, הומור, כתב עת.

מילות מפתח:

החומר פורסם במסגרת: עלייה 37, תשס"ז 2007, עמודים 49-59.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 11 עמודים.

פופולריזציה של המתמטיקה – הבזקים מהנעשה בעולם

נצה מובשוביץ-הדר

nitsa@tx.technion.ac.il

ראש המרכז הארצי "קשר חס" – לקידום, שיפור ורענון החינוך המתמטי בישראל¹
מוסד הטכניון למחקר ופיתוח
הטכניון – מכון טכנולוגי לישראל

הציבור אוהב לשנוא מתמטיקה

בציבור הרחב קיימת מצד אחד הערצה עיוורת למתמטיקה ומאידך שנאה תהומית כלפיה. שתיקה נובעות מבורות לגבי מאפייניה של המתמטיקה, מדימוי מוטעה המתפתח במהלך שנות הלימוד בבית הספר ומצלקות של תסכול עמוק שהוא מנת חלקם של רבים מהתלמידים.

לאנשים שאינם מקורבים למקצוע, החדשה הכי מפתיעה היא שמתמטיקה היא מקצוע חי, פורה ותוסס, שבו הבלתי ידוע מרתק יותר מהידוע; מקצוע שעיקרו הצגת שאלות, חיפוש בלתי נלאה אחר התשובות עליהן והצגת שאלה חדשה מיד עם מציאת תשובה לשאלה שנשאלה².

במהלך שנות הילדות וההתבגרות, מצטייר בעיני רוב רובו של ציבור התלמידים דימוי שונה לגמרי של המתמטיקה כמקצוע עתיר תחבולות ('טריקים'), שעוסק בחישובים ובנוסחאות חסרות תכלית; מקצוע שבו לשאלות מלאכותיות יש בדיוק תשובה אחת נכונה, אבל לא תמיד מובנת; מישנה סדורה שהיא נחלתם של יחידי סגולה, הנהנים ממנה הנאה בלתי מוסברת; תורה שדבר אחד לגביה ברור ועובר מדור לדור – זוהי 'גלולה מרה' שמוכרחים לבלוע אותה כי 'מתמטיקה זה חשוב'. מדוע זה חשוב? - לא כל-כך ברור, ובכל זאת אין עוררין על כך. מצוות אנשים מלומדה היא.

¹ המאמר נכתב בעקבות הרצאה שנתנה בסימפוזיון: החינוך המתמטי בישראל – לאן? שנערך לציון מלאת 20 שנה ל"קשר חס" בחוה"מ סוכות, תשס"ז.
מומלץ לקרוא את המאמר תוך כדי ישיבה מול מחשב ושיטוט באתרים הרבים שכתובתיהם מופיעות בו.

² המשורר והמדען הדיני Piet Heins שהתפרסם בכתיבת בתי-שיר קצרים (Grooks) ביטא זאת בלשונו המיוחדת כך: "We shall have to evolve problem-solvers galore - since each problem they solve creates ten problems more."

המתמטיקאים ברובם אינם מוטרדים מהדימוי השלילי של המקצוע שלהם. במגדל השן, בו ניתן להם כל מרחב המחיה שהם זקוקים לו לשם עבודת יצירה, הם יושבים באין מפריע, נהנים משיח ושיג בינם לבין עצמם, מתפעמים מדי פעם בפעם מתוצאה חדשה אליה הגיעו ומתייחסים בסלחנות אל ההערצה העיוורת של הציבור. אבל הדימוי השלילי של המקצוע מאד מטריד את מנהיגי הארגונים המקצועיים של המתמטיקאים ברחבי העולם ובמיוחד את אלה שליבם לחינוך מתמטי. גוברת והולכת ההכרה, שהדימוי השלילי של המקצוע, יש בו משום החמצה לא רק ליחיד אלא לחברה כולה, שכן ההערצה העיוורת והשנאה התהומית, המועברות מדור לדור, והנובעות מבורות לגבי מאפייניה של המתמטיקה, מהוות לא אחת מחסום להתפתחות המתמטית הטבעית של בני-הנוער מצד אחד, ומקטינות את מספר הנוהים אחר עיסוק במקצועות תלויי מתמטיקה, מאידך.

האם זוהי 'גזירה משמיים'?

בעקבות תערוכה מתמטית נודדת שזכתה להדים חיוביים באנגליה, נערך בשנת 1989 בעיר לידס כינוס מיוחד מטעם המועצה הבינלאומית להוראת המתמטיקה, ICM I - The International Commission on Mathematical Instruction שהתמקד בבעיית הפופולריזציה של המתמטיקה. מאז יש התעוררות בינלאומית לצורך בפופולריזציה של המתמטיקה, להצגתה בלשון פשוטה, להמחשת הישגיה, להבהרת הקשריה למציאות ולהגברת המודעות של הציבור הרחב למהותה ולטבעה כדיסציפלינה חיה ותוססת מחד, ומאידך – כזאת שכל אחד יכול ליהנות מאתגריה, גם אם רק מיעוט קטן יכול ליצור בה חידושים.

ההיגיון והשכל הישר, החוקיות, הקשריות והתבניתיות, אלה הם המאפיינים של העשייה המתמטית, אשר

וספריו של פול נהין :

An Imaginary Tale: The Story of i [the square root of minus one], by Paul J. Nahin

והספר שהוציא לאחרונה לרגל מלאת 300 שנה להולדתו של 'הגדול מכולם' – ליאונרד אוילר :

Dr. Euler's Fabulous Formula: Cures Many Mathematical Ills, by Paul J. Nahin

יש ספרים הנותנים סקירה מצוינת על מהותה של המתמטיקה כמו למשל ספריו של וויליאם דונהאם :

The Mathematical Universe: An Alphabetical Journey Through the Great Proofs, Problems, and Personalities, by William Dunham

Euler, The Master of Us All, by William Dunham

וספרו של קיס דבלין שלא נופל ממנו :

Mathematics: The Science of Patterns, by Keith Devlin

איאן סטוארט ואיבר פטרסון הם מהמוכשרים שבסופרים המתמטיים הכותבים על מתמטיקה מודרנית בלשון עממית :

Concepts of Modern Mathematics, by Ian Stewart

How to Cut a Cake: And Other Mathematical Conundrums, by Ian Stewart

Mathematical Tourist: New and Updated Snapshots of Modern Mathematics, by Ivars Peterson

Fragments of Infinity: A Kaleidoscope of Math and Art, by Ivars Peterson

The Jungles of Randomness: A Mathematical Safari, by Ivars Peterson

וגם

Five Equations That Changed the World: The Power and Poetry of Mathematics, by Michael Guillen

Mathematical Adventures for Students and Amateurs, by David F. Hayes.

מרתק מאד הוא סיפורה האישי של הנערה שרה פלאנרי ואביה המתמטיקאי, שהגיעה להישגים מרשימים בתורת המספרים :

In Code: A Mathematical Journey, by Sarah Flannery and David Flannery (2002)

וסיפורים אישיים על ויכוחים מתמטיים לוהטים סביב מחלוקות בין טובי המתמטיקאים במהלך התפתחותה של המתמטיקה :

Great Feuds in Mathematics: Ten of the Liveliest

Disputes Ever, by Hal Hellman

מקנים לה אסתטיקה מיוחדת. יחד עם יישומיה המגוונים, הם מהווים מקור לא אכזב לסיפוק אינטלקטואלי, שיכול להיות נחלת הכלל ולהחליף את ההערצה העיוורת בהערכה נאורה ואת השנאה התהומית בחיבה יתרה, ממש כפי שכל אחד יכול ליהנות ממוסיקה, אף כי מיעוט בטל בששים מלחין או מבצע ברמה וירטואוזית, וכל אחד יכול להתפעל מיפי הלשון בספרות, גם מבלי להיות סופר מחונן.

נביא כאן הבזקי טיפולים במהפך המתבקש מרחבי העולם וגם תיאור קצר של תוכנית לימודים אמריקאית שנבחרה כתוכנית לדוגמא ומתמקדת בשינוי האקלים הכיתתי ובנגישות של המתמטיקה לכלל התלמידים בכיתות הטרוגניות (!) בחטיבה העליונה³.

ספרים, רבותי, ספרים - ועוד איזה!

קיים מגוון עשיר של ספרים אשר פורשים את נפלאותיה של המתמטיקה בפני הצבור הרחב בצורה מרתקת. יש כבר התחלה של תנועת תרגומים לעברית של ספרות פופולארית במתמטיקה⁴, אבל הרוב הגדול הוא באנגלית. יחד עם זאת, הם כתובים בסגנון שובה לב ויכולים להוות מקור להנאה אינטלקטואלית רבה. אמנה כאן רק חלק קטן מהם⁵:

מרטין גרדנר עומד לכל הדעות בראש רשימת הכישרונות בכתובת מתמטיקה לכל. לאחרונה יצאו שני ספריו: Aha! Gotcha ו-Aha! Insight – בכריכה מאוחדת. כל ספר אחר שלו הוא בבחינת "ספר חובה" יצוין במיוחד :

The Colossal Book of Mathematics: Classic Puzzles, Paradoxes, and Problem by Martin Gardner.

יש ספרים מעניינים ביותר על נושאים מתמטיים שאינם מוכרים בדרך כלל כמו למשל ספריו של אלי מאור :

e: The Story of a Number, by Eli Maor

To Infinity and Beyond, by Eli Maor

³ הדברים המובאים כאן הם רק אפס קצהו של העושר הרב הנמצא בהישג-יד. הם בבחינת "מתאבן" בלבד. ר' גם הערת שוליים 12.

⁴ כגון: "חיי פאיי", "נפלאות התבונה", המשפט האחרון של פרמא, "הדוד פטרוס והשערת גולדבך", "כאוס", "חיתוך הזהב" ועוד, וגם הספרונים בסדרת "המדף המתמטי" בהוצאת המרכז הארצי "קשר חם": ביניהם "משפט גידל", "סיפורים על מקסימום ומינימום", "מאמרים בהיסטוריה של המתמטיקה" ועוד.

⁵ הקורא המעוניין בפרטים ביבליוגרפיים מלאים יוכל למצוא אותם על-ידי חיפוש באתרי חנויות הספרים המקוונות.

black sheep" he bows "D-D-A-A". The note A is pitched 50% higher than D. What portion of the string (between neck and bridge) must vibrate to produce it? יתר המקום בפוסטר מוקדש להסברים על המתמטיקה של סולמות מוסיקליים וכלים שונים.⁸

בעקבות הצלחתה של תחרות הפוסטרים הזאת התקיימה בשנת 2001 תחרות במתכונת דומה בנושא: תרומתן של נשים להתפתחות המתמטיקה ובה 12 פוסטרים המוקדשים לכך

<http://www.pims.math.ca/education/2001/women/>
בארה"ב חברו ארבעה ארגונים מקצועיים של מתמטיקאים:

The American Mathematical Society,
The American Statistical Association,
The Mathematical Association of America, and
The Society for Industrial and Applied Mathematics,
כדי לקדם מדיניות משותפת להגברת ההבנה של הציבור במתמטיקה והנראות של המקצוע כתחום ראוי לעיסוק לקהלים מגוונים. בכל שנה בחודש אפריל הם מקיימים 'חודש מודעות מתמטית' המתמקד בנושא מסוים. למשל, באפריל 2006 הנושא היה אבטחת מידע באינטרנט. את הפוסטר המייצג את הנושא ומסביר את הקשר בין צופן סודי לבין מתמטיקה אפשר לראות באתר: <http://www.mathaware.org/index.html>. קיס דבלין, שהוזכר כבר לעיל, כתב חלק ניכר מהחומר הרלבנטי המופיע בנושא באתר:

<http://www.mathaware.org/mam/06/>
גם החברה המתמטית האירופאית EMS פעילה מאד מאז שנת 2000 בכיוון של הגברת המודעות הציבורית למתמטיקה. אפשר להתרשם מהפעילויות המגוונות הנערכות באירופה באמצעות האתר:

<http://www2.mat.dtu.dk/people/V.L.Hansen/rpa.html>
אי-אפשר שלא להזכיר בהקשר זה את המרכז לפופולאריזציה של המתמטיקה באוניברסיטת באנגור שבוילס: *Raising Public Awareness of Mathematics*
באתר של המרכז מופיעה תערוכת קשרים הכוללת מיון קשרים לסוגיהם

<http://www.popmath.org.uk/exhib/knotexhib.html>
ומאמרים על נושאים שיש להם נגיעה למתמטיקה אשר ידועים הרבה פחות מנגיעתה לבנקאות, לפיסיקה

⁸ יצוין גם בהקשר זה ספרו של אנטוני אשטון:

Harmonograph – A Visual Guide to the Mathematics of Music, by Anthony Ashton

יש ספרות בדיונית במתמטיקה למשל הסיפור על הילד בן ה-12 שמרוב כעס על המורה למתמטיקה שלא מרשה לו להשתמש במחשבון כדי לפתור בעיות באלגברה חולם בלילה על הישועה שתבוא לו משטן המספרים:

The Number Devil: A Mathematical Adventure, by
Hans Magnus Enzensberger

ועוד, למשל באתר של אלכס קסמן:

<http://math.cofc.edu/kasman/MATHFICT/>
ויש גם סיפורים מתמטיים קצרים כמו הסיפור המדהים של דייוויד סטייסי על 'מלון האינסוף'. מי שלא מכיר אותו – אסור להחמיץ!

<http://scidiv.bcc.ctc.edu/Math/InfiniteHotel.html>

וגם שירה ופואמות מתמטיות.⁶

ועוד ועוד - ⁷

יישומיה ושימושיה של המתמטיקה

שנת 2000 הוכרזה, כידוע, על ידי אונסקו בשיתוף עם האיגוד הבינלאומי של המתמטיקאים IMU כשנת המתמטיקה (ר' <http://wmy2000.math.jussieu.fr>). מפעלים רבים לפופולריזציה של המתמטיקה באו לעולם לרגל ההכרזה הזאת. אחד מהם הוא תחרות שהתקיימה ברחבי קנדה על גבי סדרה של 12 פוסטרים בשם Mathematics is Everywhere. אפשר לראות אותם באתר של המכון הפאסיפי למדעי המתמטיקה הנתמך על-ידי חמש אוניברסיטאות במערב קנדה:

<http://www.pims.math.ca/education/everywhere/>
הפוסטרים הוצגו אחת לחודש באוטובוסים וברכבת התחתית והיוו חלק ממסע התעוררות להגברת המודעות של מקומה של המתמטיקה בתרבות האנושית. כל אחד מהם מוקדש ליישום המתמטיקה לתחום אחר. בין היתר למשל הפוסטר של אחד החודשים נקרא:

The Violin String And Musical Scales .

מוצגת בו הבעיה הבאה:

The second string on Mario's violin is tuned to the note D, roughly 300 cycles per second. To make the same string sound a higher note, he shortens it by pressing it against the finger-board. To play "Baa-baa

⁶ פרופ' אדיר כהן קרא במהלך הכנס ב-10.10.06 משיריו של יהודה עמיחי ועוד. דבריו מופיעים בחוברת זו בעמ' 61.

⁷ סקירה מקיפה על קשרים בין מתמטיקה לספרות הופיעה על-ידי עמ' 71-82, 36.

ולטכנולוגיה, כמו למשל הקשר בין תורת הקשרים לבין פעולותיהם של וירוסים, או התבניות המתמטיות השונות של כתמי העור של בעלי חיים כמו פסי הזברה, כתמי הגיירף, חברבורותיו של הנמר והיעדר תבניות כאלה למשל אצל העכבר והפיל.

עוד מופיעים באתר זה פסלי המתמטיים של רובינזון

<http://www.popmath.org.uk/sculpture/sculpture.html>
אליהם עוד נחזור בסעיף העוסק בהקשריה של מתמטיקה לאומנות.

מתמטיקה כמקצוע הומאניסטי

איפה למקם את המתמטיקה? יחד עם מדעי הטבע, בין המקצועות הריאליים: או יחד עם הפילוסופיה בין מדעי הרוח והמקצועות ההומאניסטיים? הסוגנית הראשונה במגמה להעמדתה של המתמטיקה בפני הציבור כמקצוע בעל סממנים אנושיים והומאניים הייתה כנראה הופעת ספרו של הרולד גייקובס בשנת 1970:

Mathematics a human endeavor, by Harold Jacobs

זהו ספר מתמטיקה ברמה תיכונית, שעורר תגובות אוהדות ביותר בסמוך לפרסומו. הוא מכיל פרקים, שבאורח מסורתי נעדרים מתוכנית הלימודים, כמו "מתמטיקה של שולחן הביליארד", "מתמטיקה של עיוותים" (טופולוגיה), "מתמטיקה של אי-וודאות" (הסתברות), ועוד. המחבר מעמיד את כל המתמטיקה כ"מעשה ידי אדם" כדי להפחית את המיסטיקה האופפת את המקצוע כנחלתם של בודדים.

באותה רוח, ערך המתמטיקאי אלווין ווייט (Alvin White) במשך חמש עשרה שנה את העיתון: *The Humanistic Mathematics Network Journal*. בעיתון הופיעו מאמרים רבים על דרכים להציג את המתמטיקה כמקצוע 'אנושי' וניתן בו ביטוי לכך באמצעים מגוונים, אפילו בפרסום פואמות מתמטיות נועזות, ובכתבות על הקשר בין מתמטיקה ליחסי אנוש. למרבה הצער עם פרישתו של ווייט בשנת 2004 לא נמצאו האנשים שימשיכו את דרכו וכעת העיתון מופיע באתר בו נמצאים גם 27 הגיליונות הקודמים:

http://www2.hmc.edu/www_common/hmnj/

מתמטיקה וחינוך לערכים

הקשר בין מתמטיקה לבין חינוך האדם לערכים מעורר תמיהה אצל רבים, אבל יש כאלה (והכותבת ביניהם), שמאמינים כי לא קיימת פעולת הוראה בנפרד מחינוך

לערכים, תהי הדיסציפלינה בה עוסקים אשר תהי. בקיץ 2006 התקיים בקורדובה כינוס בשם: "מתמטיקה למען שלום" שהיה כנס-לוויין לכינוס העולמי של המתמטיקאים הנערך אחת לארבע שנים. כינוס-הלוויין נמשך 5 ימים. אפשר להתרשם מהתוכנית באתר:

<http://www.uco.es/congresos/mpd/>

על הקשר בין מתמטיקה לדמוקרטיה אפשר ללמוד מהאנקדוטה המפורסמת על מבחן האזרחות של הלוגיקן הדגול קורט גדל (Kurt Gödel) עם הגירתו לארה"ב ב-1948, כשהביך את השופט הבוחן בטענה שקיים חוסר עקביות בחוקה של ארה"ב (!).

ספר חדש שיצא לאחרונה מטעם המועצה הלאומית לחינוך בארה"ב עוסק באוריינות כמותית כחלק מהחינוך לאזרחות טובה במשטר דמוקרטי. העורך הוא מתמטיקאי המבורך בכישרון כתיבה: לין סטין

Mathematics and democracy: The Case for Quantitative Literacy. Prepared by The National Council on Education and the Disciplines, Lynn Arthur Steen, Executive Editor

במדינות בהן יש התעוררות חברתית, כפי שהייתה בישראל לפני קום המדינה ובשנים הראשונות לאחר מכן, מושם באופן טבעי דגש על חינוך לערכים. כך באינדונזיה למשל, בסוף המאה שעברה זכה השילוב של חינוך לערכים בכל המקצועות ובמתמטיקה ביניהם, להתייחסות רבה. שני החוקרים סוונדר וסווג'די (Swadener, M. & Soedjadi R.) הביאו, על רקע זה, דוגמאות מצוינות להזדמנויות לחינוך לערכים במסגרת החינוך המתמטי. המאמר המלא מופיע בעיתון:

Educational studies in mathematics vol. 19, 1988

כך גם בהודו, המתמטיקאי גיי הובר (Huber H Jay) הוציא בשנת 1999 ספר בשם:

Mathematics and Human Values

שבו הוא מצביע על הקשרים לחינוך לערכים מתוך תוכנית הלימודים במתמטיקה⁹.

מתמטיקה במוזיאונים, בתיאטרון ובמדיה האלקטרונית

הטלוויזיה, ובמיוחד ערוצי הטלוויזיה הלימודית ברחבי העולם, עושים כבר שנים רבות ניסיונות מגוונים 'להמתיק את הגלולה המרה' של המתמטיקה. האתגר של המדיה הזאת הוא לבנות סיפור דרמטי שיתפוס את

⁹ יעל אדרי, תלמידת מחקר בטכניון עובדת בימים אלה על הנושא בהנחיית כותבת המאמר.

הקשב של הצופה וייקח אותו תוך כדי כך למחוזותיה של המתמטיקה. ידועה מאד הסדרה: Square One TV (של החברה שהפיקה גם את 'רחוב סומסום') על-ידי המפיק ג'ואל שניידר בניו יורק, והסדרה Mathematica! של פרופ' תום אפוסטול מאוניברסיטת Caltech שהופקה בהוליווד. הטלוויזיה הלימודית בישראל זכתה בשנות ה-80 בפרס בינלאומי יוקרתי על הסדרה 'חשבון פשוט'¹⁰.

מרקוס די סאוטי הציג בחודשים ספטמבר, אוקטובר 2006 אפידורות מתמטיות קצרות ב- 'Teachers' TV, אותן אפשר להוריד מהאינטרנט:

http://www.teachers.tv/subjectBlockProgramme.do?z_oneId=2&transmissionProgrammeId=382628

http://www.teachers.tv/subjectBlockProgramme.do?z_oneId=2&transmissionProgrammeId=382625

http://www.teachers.tv/subjectBlockProgramme.do?z_oneId=2&transmissionProgrammeId=382626

http://www.teachers.tv/subjectBlockProgramme.do?z_oneId=2&transmissionProgrammeId=382613

בטלוויזיה הכללית, ברדיו, בקולנוע ובעיתונות יש ניסיון להילחם בניכור התרבותי ממתמטיקה על-ידי חשיפה תקשורתית לחדשות וחידושים במתמטיקה. במקומות שונים בעולם מתקיימים מדי פעם חידונים רדיופוניים וטלוויזיוניים. במיוחד זכתה לתהודה התוכנית האמריקאית Let's make a deal בהנחייתו של Monty Hall, שבשנת 1990 עוררה מחלוקת קולנית בין מתמטיקאים רבים בשאלה בהסתברות שזכתה לשם Monty Hall Paradox. המעוניינים לשחק את המשחק ולהתלבט בבעיה יכולים למצוא אותה באתר:

<http://math.ucsd.edu/~crypto/Monty/Montytitle.html>

שיחת היום בין מתמטיקאים ואנשי חינוך מתמטי בארה"ב בזמן האחרון היא התוכנית Numb3rs של CBS המציגה בעיות לפתרון.

<http://www.cbs.com/primetime/numb3rs/>

גיוני לוט (Johnny Lott), הנשיא לשעבר של NCTM, כותב פעילויות לתוכנית הזאת.

העיתון האמריקאי Business Week פרסם ב-23.1.06 כתבה בשם: Math Will Rock Your World. זהו סיפורו של ניל גולדמן, מתמטיקאי ויזם, שחברת ההזנק שהקים בנתה ספרן רובוט, שעובד באמצעות אלגוריתם

אלגברי-גיאומטרי. המאמר מתאר עוד הצלחות עסקיות של מתמטיקאים וקובע שמעולם לא היו זמנים טובים יותר לבחירה במתמטיקה כמקצוע הודות לידע שהצטבר על מודלים מתמטיים של התנהגות אנושית, אבטחת מידע, ביולוגיה, כלכלה ועוד¹¹. המאמר המלא זמין באתר:

<http://www.businessweek.com/pdf/Matheducationaleprint.pdf>

גם במוזיאונים למדע יש בשנים האחרונות התערורות בכיוון המתמטי. בפאריס, בלונדון, במינכן ובמדינות אחדות בארה"ב יש כבר תערוכות קבע מתמטיות. מוזיאון המדע בירושלים הציג לאחרונה תערוכה מתמטית מרשימה. האתגר הגדול בתערוכות אלה הוא ההמחשה היוזאלית של רעיונות אבסטרקטיים. ראוי לציון מיוחד בתחום זה התערוכה הנודדת החדשה והמקיפה של אונסקו:

<http://www.mathex.org/MathExpo/EnHomePage>

ולא פחות ממנה ראוי לציון התערוכה הנודדת של צ'ירלס וריי אימס (Eames) שכולה סביב נושא אחד: סדרי גודל, או כפי ששמה מעיד עליה: חזקות של 10. התערוכה מקורה בסרט שזכה להצלחה בשם: Powers of Ten. ניתן להתרשם מתמונות ממנו באתר של אימס: <http://www.powersof10.com/>

חלק מהתצוגות המוזיאליות משקפות את תחום האתנו-מתמטיקה – מתמטיקה בתרבויות שונות: אפריקה, ברזיל, הודו, הוואי, מצרים, סין, פרו, ועוד - - במוזיאון המדע בבייג'ין יש ראיות לעיסוק עתיק יומין בחידות ובמשחקי חשיבה שלא נס ליחס עד עצם היום הזה.

בעידודו של האיחוד האירופי מתקיים ברחבי אירופה בשנים האחרונות 'יריד-רחוב' מתמטי במדינות שונות. אלה הם אירועים של ימים אחדים בהם עוזבים חלק מהמתמטיקאים, בדרך כלל העיסויים' שבהם, את מגדל השן ויוצאים לרחוב כדי לחשוף את נפלאות המתמטיקה בפני העוברים ושבים. אחד הניסיונות המעניינים בכיוון זה נעשה על-ידי שתי מתמטיקאיות מאוניברסיטת סיימון-פרייזר בקנדה, שפיתחו עם הסטודנטים שלהן פרויקט בשם: "מתמטיקה במרכזי קניות":

<http://camel.math.ca/Education/MallMath>

¹¹ ר' גם בסוף הסעיף "עיתונות מתמטית לנוער" על פוסטרים לעידוד העיסוק העתידי במקצועות תלויי מתמטיקה.

¹⁰ לכותבת שורות אלה היה הכבוד והעונג להשתתף ביצירת הסדרה בהפקתה של תמר ריינר.

מדריך עשיר לקולנוע ותיאטרון מתמטי אפשר למצוא
באתר :

<http://world.std.com/~reinhold/math/mathmoviesletters.html>

מתמטיקה ואומנות

אחת לשנה נערך כנס מיוחד בשם 'גשרים':
Bridges Conference on Mathematical Connections
in Art, Music and Science

המוקדש למתמטיקה ואומנות. במסגרתו, בנוסף
להצגת מחקרים בנושאים אלה, מתקיימת תערוכת
עבודות. אפשר להתרשם מהתערוכה של הקיץ האחרון
באתר :

<http://myweb.cwpost.liu.edu/aburns/bridges06/bridges06.html>

ומתערוכות בכנסים קודמים במוזיאון הווירטואלי של
'גשרים':

<http://www.sckans.edu/~bridges/Museum.html>

ההקשר של מתמטיקה למוסיקה כבר הוזכר בסעיף
קודם. נוסף כאן בקצרה ניסיונות חדשניים של פרופ'
אריק נויברט מוינה, לקשור מתמטיקה למוסיקה
באמצעות גיליון אלקטרוני

<http://sunsite.univie.ac.at/musicfun>

יש עבודות רבות בתחום הציור, הפיסול (כולל פיסול
חוצות) והצילום שהמתמטיקה 'מככבת' בהן. למותר
להזכיר כאן את עבודותיו המופלאות של Maurits
Cornelis Escher (1898-1972), שקירבו המוני אנשים
לנושאים גיאומטריים וטופולוגיים. האתר :

<http://escherdroste.math.leidenuniv.nl/index.php?menu=intro>

מוקדש כולו לניתוח המתמטיקה של גלריית העבודות
של האומן. בשנת 2002 נפתח בעיר האג בירת הולנד
מוזיאון מיוחד ליצירותיו של אשר, השוכן בבניין עתיק
שנותן צביון מיוחד לאוסף הגדול של האומן וחוויה
מתמטית נדירה למבקרים בו.

<http://www.escherinhetpaleis.nl/>

אחד הפסלים המדהימים הוא פרופ' מיכאל לייטון
מאוניברסיטת רטגרס (Michael Leyton) שמציג ניתוח
מתמטי תיאורטי של הגיאומטריה של פסליו על רקע
תורת החבורות באתר :

<http://www.rci.rutgers.edu/~mleyton/sculpture1.html>

קרן בשם SNAP Mathematics Foundation מסייעת
למורים בהכנת ירידים מתמטיים לא תחרותיים
שהתלמידים במרכזם, המבוססים על פתרון בעיות.
פרטים על כך מופיעים באתר של הקרן :

<http://www.mathfair.com>

שני מתמטיקאים מאוניברסיטת אלברטה בקנדה
השקיעו מחשבה מרעננת בהעמדת מוצגים ליריד
מתמטי. באתר של רשת החינוך הקנדית "גליליאו"
אפשר למצוא פרטים על תערוכות וירידים בית-
ספריים :

<http://www.galileo.org/math/sumtalk/mathfairs.htm>

התיאטראות ומפיקי סרטים מגלים בעשורים
האחרונים עניין בחייהם של מתמטיקאים ובסיפורי
יצירתם. כבר הזכרנו לעיל את הסרט "חזקות של עשר"
ואת הסיפור על "מלון אינסוף" שגם הוא זכה לעיבוד
קולנועי של הבמאית אמאנדה בוייל באחד הפסטיבלים
של ה-BBC :

http://www.bbc.co.uk/films/festivals/edinburgh/hotel_infinity.shtml

נוגע ללב במיוחד הסרט הדוקומנטרי שהופק על-ידי
סיימון סינג על מסלול הייסורים של אנדרו וויילס עד
שהגיע להוכחת משפט פרמה.

http://www.simonsingh.net/The_TV_Film.html

ואי-אפשר לסיים חלק זה מבלי להזכיר הן את הסרט
על פרופ' ג'ון נאש "A Beautiful Mind" שהופק על-פי
סיפרה של סילביה נסאר¹² והן את המחזה 'הוכחה'
שעלה בברודוויי. בעקבות האחרון אף הופק סרט
בהוליווד, שעלילתו סובבת סביב השאלה האם בדיקתה
של הוכחה יכולה להיות מעשה אהבה. חיי הרגש של
מתמטיקאים הם הנושא שמאחורי העלילה.

מפעל מקורי נוסף במסגרת ההכרזה של אונסקו על שנת
2000 כשנת המתמטיקה הוא כתיבה, המחזה והפקה
של המחזה המתמטי 'תיאטרון-הרחוב של היפאטיה'
על-ידי המכון הפאסיפי למדעי המתמטיקה
באוניברסיטת קולומביה הבריטית בקנדה. זהו ניסיון
להרחיב את לימודי המתמטיקה באמצעות הבמה
ולגשר בין מתמטיקה למקצועות ההומאניסטיים.
המחזה הוצג בפני אולם מלא בדצמבר 2000. אפשר
להוריד את הטכסט של המחזה מהאתר :

http://www.pims.math.ca/Education_Programme/Hypatia's_Street_Theatre

¹² הוזכר לעיל תרגומו של הספר לעברית בשם "נפלאות התבונה"

http://www.mathematicianspictures.com/Math_Mugs_p01.htm

<http://www.scienceteacher.com/elementarymath2.htm>

<http://www.peda.com/tshirts>

על אחד הספלים מופיעה "פואמה לאלף-אפס" בסגנון האמפטי-דאמפטי שבתרגום חופשי לעברית אומרת:

אלף-אפס בקבוקים תלויים על הקיר,

אלף-אפס בקבוקים.

אם אחד מהם חלילה ייפול ויישבר

אלף-אפס בקבוקים ייוותרו על הקיר.

עיתונות מתמטית לנוער

במגמה לעורר עניין במקצוע עתיר העשייה והדמיון, יוצאים לאור ברחבי העולם כתבי-עת תקופתיים המיועדים לקריאה בשעות הפנאי. יש להם קהל מנייים הקורא אותם באדיקות, בעיקר בקרב בני-הנוער. פרופ' ג'ון ווב מאוניברסיטת קייפטאון בדרום אפריקה מפרסם בהתמדה כבר למעלה מ-35 שנה ארבע פעמים בשנה את העיתון Mathematical Digest. בישראל מופיע העיתון "אלף-אפס" (<http://alefefes.macam98.ac.il>) ובעבר היו שני עיתונים: "אתגר" ו"גיליונות לחשבון", שלמרבית הצער נסגרו.

איבר פטרסון, שכבר הזכרנו את שמו לעיל, כותב מדור קבוע בשם MathMUSEment בשבועון חדשות-מדע לילדים, המופיע ברשת. למשל בראשית אוקטובר 2006 הופיעה בו כתבה על בעיית שיפור הציון הממוצע שנכנס לתעודה, אם מותר לוותר על אחד מציוני המבחן שקובעים אותו. הכתבה פותחת בבעיה פשוטה ומובילה את הקורא בהדרגה להבנת העיסוק של פרופסור יונתן קיין מוויסקונסין, שפיתח תוכנה למקרים הרבה יותר מורכבים.

<http://www.sciencenewsforkids.org/pages/puzzlezone/muse/muse1006.asp>

עוד עיתון מקוון ראוי לשמו הוא העיתון הקנדי:

Pi in the Sky

http://www.pims.math.ca/Publications_and_Videos/Pi_in_the_Sky/

מבין העיתונים המיועדים לגילאי 15 ומעלה, עולה על כולם, לעניות דעתי, המגאזין Plus המופיע ברשת:

<http://plus.maths.org/index.html>

מודלים שנבנו בגרמניה לצורך הוראת מתמטיקה באוניברסיטת דאנדי בסקוטלנד, עבור פרופסור סטגול (John Edward Aloysius Steggall (1855-1935)] מוצגים במוזיאון של האוניברסיטה ובאתר:

<http://www.dundee.ac.uk/museum/maths/exhibition.htm>

תערוכת עבודות אומנות של מתמטיקאים הפכה למסורת (שנה רביעית!) בכינוס החורף של הארגונים המתמטיים האמריקאיים: AMS and MAA. הנה למשל מהכינוס האחרון בסן אנטוניו:

<http://myweb.cwpost.liu.edu/aburns/jmm06/jmm06.htm>

המהנדס ליאו קונטיני, שבחר להיות אומן ומתמקד באומנות יהודית, משלב את הגיאומטריה של האנאמורפוזת ביצירתו. כך למשל הוא יוצר כוסית לקידוש עשויה כסף בה משתקפים כבמראה צילינדרית (גלילית) הדברים שהוא חורט על התחתית. סרטון קצר בו מוסברת אומנותו אפשר לראות באתר:

<http://www.leocontini.com/HTML/AnamorphMovie.htm>

הסימטריה של האומנות האיסלאמית משכה מתמטיקאים רבים. לפני כעשר שנים פרסמו שני מתמטיקאים מווילס בהשראת האומנות של ארמון אלהאמברה את הספר:

Symmetries of Islamic Geometrical Patterns by Syed Jan Abas & Amer Shaker Salman

גם תחום המחול נהנה מקישורים מפתיעים למתמטיקה. כתב התנועה של פרופ' נועה אשכול ופרופ' אברהם וכמן – שני הישראלים שהמציאו את 'התווים' לתנועות הגוף במחול, גייסו לכך אמצעים מתמטיים לא מבוטלים.

<http://www.movementnotation.com/index.htm>

על הצד היותר קליל

מתמטיקה והומור לא תמיד 'מתחברים' אחד לשני, אבל אומן הכתיבה הפופולארית של מתמטיקה, סיימון סינג, שהתפרסם בכתיבתו על הצפנה מודרנית, אסף באתר שלו אוסף גדול של קריקטורות מתמטיות:

http://www.simonsingh.net/Mathematics_Cartoons.html

יש גם מבחר גדול של חפצי חן מתמטיים: עניבות, חולצות-T, תיקים וסלי-קש קלועים, ספלי קפה ובירה, ואפילו תכשיטים מתמטיים שאפשר להזמין באתרים שונים באינטרנט כגון:

שזורגמו לתבניות ממוחשבות תוך שימוש בתורת החבורות. (לסיפור המלא:

<http://ur.rutgers.edu/medrel/viewArticle.html?ArticleID=4890>.

העיתון Plus הוציא השנה לאור גם סדרה של פוסטרים המציגים את מרחב האפשרויות המקצועיות הפתוחות בפני מתמטיקאים¹³. הפוסטרים ניתנים להזמנה (ללא תשלום) באתר:

<http://plus.maths.org/poster.html>

העיתון Plus הוא אחד מארבעה מרכזים של פרויקט המתמטיקה של האלף השלישי.

פרויקט המתמטיקה של האלף השלישי – MMP: Millennium Mathematics Project

פרויקט המתמטיקה של האלף השלישי הוא מפעל אמביציוזי ומקיף, פרי שיתוף פעולה בין הפקולטה למתמטיקה לבין הפקולטה לחינוך באוניברסיטת אוקספורד שהחל לקראת שנת 2000. יוזמיו מעידים על מטרותיהם במילים אלו:

"Our broader goals are to help people of all ages and abilities, share in the excitement of mathematics, and understand the enormous range and importance of its applications, and its vital contribution to shaping the everyday world".

בנוסף לעיתון plus שהוזכר לעיל, המרכזים הנוספים של פרויקט המתמטיקה של האלף השלישי הם:

- מוטיבטי: <http://motivate.maths.org> – מפעל של כינוסים מקוונים (וידאו-קונספרנס) המפגישים מתמטיקאים עם תלמידי מערכת החינוך להפעלה מתמטית של יום, חודש או יותר.
- אנריטש: <http://nrich.maths.org/index.html> – אתר אינטראקטיבי של שאלות מאתגרות ממוינות לפי רמות קושי עם אפשרות לשלוח את התשובות ולקבל תגובות.
- מילון מתמטי מקוון שמנצל את הטכנולוגיה של java applets להצגת מפת מושגים אינטראקטיבית לכל מונח מתמטי.

<http://thesaurus.maths.org/mmkb/view.html?resource=index&msglang=en>

¹³ ר' בהקשר זה גם על מאמר ב-Business week בסעיף על מתמטיקה במוזיאונים

הוא מכיל חדשות וכתבות מרתקות על יישומי המתמטיקה למדעים, לחברה, לעסקים, לאומנויות, ועוד. העיתון כתוב בלשון מובנת ובסגנון מושך, ומחפש דרכים 'לרכך' את המתמטיקה העכשווית ולהביא בפני ציבור הקוראים חדשות על הנעשה בתחום המתמטיקה בימינו אלה, בשפה שווה לכל נפש! כך מעידים על עצמם חברי המערכת:

Here at Plus we try to open a window to the world of maths, with all its beauty and applications, by providing articles from the top mathematicians and science writers on topics as diverse as art, medicine, cosmology and sport. But many people in the general public, and the mainstream media, are still unconvinced of the relevance of mathematics to our daily lives.

כך למשל ב-17.5.2006 התפרסמה בו כתבה בשם: Maths maps musical emotion, הפותחת במילים: Music makes emotion and maths underpins music. But can the emotional part of music be captured by maths?

הכתבה מספרת על אליין צ'ו, חברת סגל באוניברסיטה של דרום קליפורניה, שבנתה קורס חדש בנושא: 'מודלים חישוביים של ביצועי-הבעה', במטרה ללמד את הסטודנטים שלה איך לעשות שימוש בכלים מתחום ההנדסה והחישוביות כדי להבין את תגובותינו למוסיקה. הכתבה מוסיפה פרטים מעניינים על הפרויקטים של הסטודנטים, למשל פרויקט בשם Emtiongrams, בו נעשה מיפוי של מאפיינים מוסיקליים לתבניות צבעוניות על מנת לבטא את השפעותיהם על הרגש. הכתבה מכוונת גם לאתר של הקורס בו מופיעים פרטים מעניינים נוספים על הרקע והדרישות הרבות שהמשתתפים היו צריכים לעמוד בהן כדי לפתח כלים מתמטיים להבנת התגובה האנושית למוסיקה.

<http://www-scf.usc.edu/~ise575/b/projects>

כתבה אחרת מדצמבר 2005 נקראת Symmetry, dance and sexual selection והיא פותחת במילים:

"There are not many concepts that are fundamental to both maths and sex, but symmetry is one of them"...

הכתבה מספרת על מחקר שנעשה על-ידי אנתרופולוגים מאוניברסיטת רטגרס בניו-ג'רזי, בשיתוף עם אנשי מדעי המחשב מאוניברסיטת וושינגטון, שבמסגרתו נחקרו תנועות הריקוד של 183 בני נוער מג'מייקה,

- מתמטיקה היא פרי השכל הישר והתפתחותה איננה כפופה אלא למגבלות ההיגיון האנושי והחשיבה הסדורה;
- מתמטיקה היא מקצוע עתיר אתגרים אינטלקטואליים;
- מתמטיקה היא דיסציפלינה דדוקטיבית, בה ממספר פעוט של הנחות יסוד ומושגים ראשוניים נגזרות אמיתות מוחלטות באמצעות חוקי הלוגיקה;
- מתמטיקה היא מקצוע שאין בו התיישנות, היא מצטברת נדבך על גבי נדבך, מתבדרת לכיוונים רבים ומתחדשת בלי הרף;

הדימוי המתבקש הוא של עץ סבוך, ששורשיו באריתמטיקה ובגיאומטריה של צורות פשוטות, מהגזע שלו מתפצלים ענפים רבים שהולכים ורבים, הולכים ומתפצלים, אבל שלא כדרך הטבע אינם גוועים, אלא חיים לנצח ואף משתרגים זה בזה לעיתים מזומנות. מתמטיקה איננה תחום סגור שבו לכל שאלה יש כבר תשובה. נהפוך הוא, כל תשובה מולידה שאלה חדשה והמתמטיקה לעולם נשאר פתוחה לשאלות נוספות.

זהו סוד הקסם של המתמטיקה וגם אבן הנגף הגדולה העומדת בפני מתכנני תוכניות הלימודים ומימושן. כל תוכנית לימודים היא מטבעה מסלול ליניארי בזמן, בתוך הסבך הגדול של ענפי המתמטיקה. מסלול סופי וקצר יחסית, מסלול שחייב לקחת בחשבון אילוצים רבים שמערכת החינוך כפופה להם. תוכנית הלימודים אמורה לתת לתלמידים דימוי הולם של המקצוע המאתגר והסבוך, תוך הקניית בסיס איתן ליכולתו של הבוגר להמשיך ולהתעניין בהתפתחויות העתידיות המצפות לנו במתמטיקה וביישומיה לתחומים הולכים ורבים של חיינו.

מתמטיקה היא מקצוע בעל יופי פנימי עצום, אלא שכדי ליהנות ממנו הכרחי להשקיע בלמידתו מאמץ אינטלקטואלי לא מבוטל ולעסוק בו בדבקות ובנחישות. היא גם המקצוע שרוב רובה של האנושות מתייחס אליו ביראת כבוד, קודם כל ביראה אבל יחד עם זה בכבוד, וכך או כך – מעדיף להתרחק ממנו.

- איך זה שכה רבים אוהבים לשנוא מתמטיקה?
- איך הופכים את המקצוע לפופולארי?
- איך מגבירים את המודעות של הציבור ליופייה ולקסמה?
- איך מחבבים את המקצוע על הרבים?
- איך מעוררים את הסקרנות לתהות על קנקנו?
- איך משמרים את הסקרנות הזאת לאורך זמן?

ב-16.2.06 בטכס שנערך בארמון בקינגהם, העניקה מלכת בריטניה לפרויקט זה את פרס השנה לאוניברסיטאות ולמכללות עבור:

"... work of a world-class standard of excellence."
יש באינטרנט עוד אתרים רבים, שמגמתם היא להעמיד לרשות מורים, הורים וילדים מגוון עשיר של בעיות והפעלות מתמטיות מאתגרות, הן כפוסטרים הן כפעילויות של פתרון בעיות. אחדים מהם מצוינים להלן:

- <http://www.cut-the-knot.org/index.shtml>
- <http://www.popmath.org.uk/rpamaths/rpamaths.html>
- <http://mmp.maths.org/index.html>
- <http://www.popmath.org.uk/centre/index.html>
- <http://www.arbelos.co.uk/posters.html>
- <http://www.mathteacherstore.com/middle/midlpst/5-8/mathpostA.htm>

ולעניין חרדת מתמטיקה

- <http://www.mathacademy.com/pr/minitext/anxiety/index.asp>

האם ניתן לממש תוכנית לימודים ברוח הפופולאריזציה של המתמטיקה?

זה המקום להזכיר את דבריו הנוקבים של אימרה לקאטוש (Imre Lakatos)¹⁴

"It is one thing to ask for reform
in conferences and articles;
it is another thing entirely to do it
in the classroom"

תוכנית הלימודים במתמטיקה נגזרת בין היתר מהשאלה הבסיסית: מהי מתמטיקה? – זוהי שאלה שקשה מאד להשיב עליה, ובודאי שאי-אפשר לעשות זאת 'בשתי שורות'¹⁵. יחד עם זאת מאפיינים אחדים ייחודיים למתמטיקה מוסכמים כמעט על הכול:

- מתמטיקה היא הכלי שבעזרתו האדם בוחן בכלים כמותיים את העולם הסובב;

¹⁴ לקאטוש הוא מחבר הספר המיוחד במינו: *Proofs and Refutations* שיצא בהוצאת אוניברסיטת קיימברידג' ב-1976

¹⁵ הניסיון המפורסם לשרטט תשובה לשאלה נעשה ע"י קוראנט ורובינס בספרם: "What Is Mathematics?" שיצא לאור לראשונה בשנת 1941 ומאז יוצא במהדורות מתחדשות. בעקבותיו נעשו ניסיונות ע"י מתמטיקאים מחוננים אחרים להקיף את התחום בספר אחד, משימה תובענית שמצריכה פשרות רבות בין רמת הדיוק לבין אילוצי הקיצור הנדרש. אחדים מהם נזכרים לעיל בסעיף על ספרים.

- שינוי התרבות הכיתתית של הוראת המקצוע ולמידתו בכיתות הטרוגניות ללא הסללה וללא מגמות התמחות;
- הערכת-הישגים במגוון שיטות;
- ביסוס הלמידה על פתרון-בעיות, תוך למידה שיתופית בין התלמידים ועבודה עצמית של כל אחת ואחד מהם.

באותה עת לא היה ברור שדברים אלה אכן ניתנים למימוש! כיום מהווה IMP הוכחת קיום לכך שזה אפשרי ואף מועיל. זאת ועוד, באוקטובר 1999, זכתה התוכנית לציון לשבח על-ידי צוות-מומחים שהתמנה על-ידי הממשלה הפדראלית בארה"ב, ובדק 60 תוכניות-למודים, מהן זכו לציון כזה רק חמש תוכניות¹⁸.

התוכנית פותחה במימון ה-NSF במשך 4 שנים של עבודת כתיבה אינטנסיבית תוך כדי ניסוי בכיתות ואחריו שינויים ושיפורים, עד להבאתה לדפוס והוצאתה לאור על-ידי

Key Curriculum Press

<http://www.keypress.com/x5436.xmz>

התוכנית מכילה 20 יחידות לימוד, לארבע שנים. כל יחידה מתפתחת מ'בעיה גדולה' המשרתת ככוח מניע וכעמוד השדרה לפיתוח מושגים ומיומנויות. החתירה לקראת פתרון 'הבעיה הגדולה' נמשכת 6-8 שבועות, של עבודה עצמית וקבוצתית לתכנון מהלך הפתרון על-ידי הצגת תת-בעיות קטנות יותר, ודיון בתוצאות הביניים המתקבלות מפתרון.

מהי 'בעיה גדולה'? - חלק מהבעיות המרכזיות מעוגנות בהתבוננות בעולם הסובב: למשל:

Why do bees build their honeycombs the way they do? Is this the "best" way to build a honeycomb?

הבעיה מובילה לטיפול באריות מנסרתיות למיניהן, במיון המצולעים למיניהם, בהיקף ובשטח, במעגל כגובל המצולעים המשוכללים, בנפח ובשטח הפנים של פירמידות ומנסרות, ובבעיה האיזופרימטרית – המובילה בסופו של דבר להכרה שהמבנה ה'משושי' של חלת הדבש הוא הטוב ביותר שניתן להגיע אליו.

בעיות אחרות לקוחות מעולם הדמיון, ומשולבים בהן מצבים כמו משחק בייסבול, או מופע לוליני בקרקס; לאחרות יש קשר להיסטוריה – כמו למשל להגירה למערב ארה"ב, למדעים – כמו למשל לחקר של צללים,

¹⁸ עצם המינוי של ועדה לבחינת תוכניות לימודים הוא צעד של אחריות לאומית לפלורליזם, ולוואי וממשלת ישראל תנקוט בצעדים דומים המתאימים לנעשה אצלנו, כמובן.

איך מונעים התנסויות של תסכול ומפח נפש תוך כדי כך?

איך אפשר להעריך את הישגי הלומדים מבלי להפוך את הלימוד עצמו למחול שדים של מרוץ אחרי הצלחה בבחינות¹⁶?

איך ניתן לחזק את אורך הרוח והאמונה ביכולת להגיע לאותו סיפוק מרומם נפש, אשר מובטח עם השגת תוצאה במתמטיקה? - חוויית 'אהה' שאין שנייה לה!

האם הכרחי שכל תלמיד יעבור את מסלול ההתפתחות של המתמטיקה (לפי הגישה האונטוגנטית) כדי שיוכל לעסוק בפרקים של מתמטיקה מודרנית?

שאלות אלה ועוד מעסיקות כיום את הקהילייה החינוכית הבינלאומית. במקומות שונים וגם בישראל נעשים ניסיונות מעניינים לתת מענה לשאלות אלו.

נביא כאן תיאור קצר של תוכנית לימודים מהפכנית שהונהגה בעשור האחרון בקליפורניה ושמה "תוכנית אינטראקטיבית במתמטיקה".

תוכנית אינטראקטיבית במתמטיקה¹⁷

IMP™ - Interactive Mathematics Program

המועצה הלאומית של המורים למתמטיקה בארה"ב (NCTM) הוציאה לאור בשלהי המאה ה-20 מסמך מקיף ומפורט המציב סטנדרטים להוראת המתמטיקה בבתי הספר. שני מתמטיקאים מקליפורניה: דיאן רסק ודן פנדל, יזמו פיתוח של תוכנית לימודים חדשנית לכיתות ט-י"ב, וציפרו אליהם שתי מורות מנוסות: שרי פרייזר ולין אלפרט, כדי להיענות לאתגרים שהוצבו על-ידי NCTM. החדשנות בגישתם באה לידי ביטוי בעיקר בחתירתם אל:

- האחדת תוכנית הלימודים במתמטיקה (לא עוד 'מגירות נפרדות' של אלגברה, גיאומטריה, טריגונומטריה, אנליזה);
- הקניית שליטה בשפה המתמטית – דיבור, כתיבה וקריאה;

¹⁶ פרופ' שמעון עמיצור ז"ל, מבכירי המתמטיקאים בישראל, שלא בחל מעיסוק בתוכניות לימודים במקביל ליצירתו המתמטית והיה יו"ר ועדת המקצוע בישראל שנים רבות, התריע על הסכנה הטמונה בהגזמה בבחינות. הוא תיאר את הקושי הטמון במשטר של בחינות באומרו: "אנחנו נתונים ל'בחינומניה' והיא עלולה להפוך מהר מאד ל'בכינומניה'. (הכנס הארצי של מרכזי המקצוע וצוותיהם מטעם "קשר חס", כפר המכביה, תשנ"ב, 1992).

¹⁷ לכותבת שורות אלה היה הכבוד והעונג להשתתף בכתיבת שניים מפרקי התוכנית.

מאמצים רבים כדי לקדם, לשפר ולרענן את פני החינוך המתמטי בישראל מושקעים גם בבית-ברל, במכללת אורנים וביתר המכללות, במס"ח, במכון ויצמן, בטכניון, ובאוניברסיטאות השונות וגם על ידי גורמים פרטיים ויזמים בעלי מניעים כלכליים וחברתיים כאחד. הדרך עדיין ארוכה ולא קלה. השינוי המתבקש כרוך בהשקעת משאבים מכוונת וגדולה ובמנהיגות המיועדת להשגת מטרות, שיעמדו לנגד עיני האחראים למערכת והחתיירה להשגתן תיעשה באופן בלתי תלוי בשינויים פוליטיים, שדינם להיות בעלי משך-חיים קצר מדי כדי להשיג הישגים של ממש.

ממשלת בריטניה ראתה את הצורך הזה והקימה ביולי 2006 מרכז לאומי לחינוך מתמטי בהשקעה של 15 מיליון ליש"ט(!)

<http://www.ncetm.org.uk/>

במעמד הפתיחה של המרכז אמר שר החינוך הבריטי אלאן ג'ונסון:

המרכז הוקם מתוך הכרה שהמורים הם הנכס הכי יקר שיש לחברה. הם עמוסים בעבודה ואין להם זמן לחפש חומרים חדשניים. המורים זקוקים לכתובת אחת שתאפשר להם נגישות קלה לכל המקורות הזמינים כדי שיוכלו לקדם ולשפר את החינוך המתמטי וכך לשנות את המצב הקיים!

ועוד רעיון –

מתמטיקה היא מקצוע שמתחדש חדשות לבקרים. רבים וטובים אינם מודעים לכך, וגם אלה שידועים זאת לא מעיזים 'לטבול את ידיהם' בכך. באם חשקה נפשך להתעשר תוך כדי התנסות בפתרון אחת הבעיות הפתוחות המעסיקות כיום את המתמטיקאים, כדאי לך להיכנס לאתר QEDen web site. זהו 'מגרש משחקים מקוון' המיועד לבעלי מוטיבציה מתמטית המעוניינים לרכז את מחשבתם בפתרון שבע מתוך הבעיות המתמטיות הקשות ביותר שעומדות כיום כאתגר להתמודדות בפני כל תושבי כדור הארץ. פרס של מליון דולר מצפה לך עם פתרונה של כל אחת מהן. גם זוהי דרך לפופולריזציה של המתמטיקה, לא כן?¹⁹

¹⁹ בימים אלה התחילה בתיה עמית את לימודיה הגבוהים בטכניון במגמה להתמקד בשאלת החשיפה של תלמידי תיכון למתחדש במתמטיקה.

לספרות קלאסית – כמו למשל לתעלומה מאת אדגר אלן פו, שמובילה ללימוד סטטיסטיקה. כך שהתלמיד נחשף לדרכים בהן עולות באורח טבעי, בעיות מתמטיות של ממש, מתוך הקשרים מגוונים.

בכל יחידה משולבות בעיות שאינן בהכרח קשורות למהלך הפיתוח של החומר וניתנות לתלמידים כיבעיית השבועי להנאה ולהנעה. פעם בשבוע מוקדש בכיתה פרק זמן קצר להצגת תוצאות, ולו גם חלקיות, על ידי אחד או שניים מהתלמידים.

בכל היחידות נעשה שימוש רב במחשבוניים מיתכנתים, דבר זה אמור לחסוך את ההליכה לחדר המחשבים ומבטיח זמינות של הכלים בכל עת.

ההוראה לפי התוכנית מצריכה הכשרה אינטנסיבית למורים, המתבצעת על-ידי צוותים שנפרשו ברחבי המדינות אשר אימצו את התוכנית. ספר הדרכה דידקטית (ללא תשובות!) הופק לצד הספר לתלמיד. אף כי הוראה לפי תוכנית זו מהווה נטל כבד על המורים רוב גדול של המורים בבתי הספר שהחליטו להירתם אליה מביעים סיפוק עצום מכך.

בשנה"ל הנוכחית משתמשים בתוכנית כ-700 בתי ספר תיכוניים ברחבי ארה"ב, היינו כ-150,000 תלמידים, וכ-2,000 מורים שגם אוספים נתונים ומידע לצורך הכנת מהדורה חדשה.

תוצאות מחקריות מצביעות על הצלחתה של התוכנית בהשוואה לתוכניות יותר מסורתיות הן במבחני הישגים והן בהצלחת בוגריה בלימודיהם האוניברסיטאיים. יחד עם זה, בדרך הטבע, לא חסרה גם ביקורת על התוכנית מצד מתמטיקאים והורים שלא משלימים עם הגישה הרדיקאלית שהתוכנית מציגה. פרטים נוספים אפשר למצוא באתר "האיפלמנטציה של אימפ":

<http://www.mathimp.org/>

לסיום – 'אח גדול' נולד לנו בבריטניה NCEM

אמנם עשינו דרך ארוכה בעשרים השנים האחרונות, אבל פני החינוך המתמטי בישראל עדיין לא משביעים רצון. מטעם המרכז הבינאוניברסיטאי להוראת המדעים ע"ש עמוס דה שליט פועלים בישראל שני מרכזי מורים ארציים למתמטיקה – האחד מתמקד בחינוך היסודי והקדם יסודי:

<http://mathcenter-k6.haifa.ac.il/index.htm>

והשני למורים בבתי"ס העל-יסודיים:

<http://kesher-cham.technion.ac.il>