



הנושא: מתמטיקה בחינוך היסודי – מנין ולאן?

הוכן ע"י: פרלה נשר.

תקציר: במאמר סקירה היסטורית של תוכניות הלימודים במתמטיקה לביה"ס היסודי בעשורים האחרונים, ובספרי הלימוד בהתאם.

מילות מפתח: חשבון, תורת הקבוצות, מספרים רציונלים, שברים, חינוך יסודי, הוראת מתמטיקה, תוכניות לימוד, ספרים, פיז'ה.

החומר פורסם במסגרת: על"ה 37, תשס"ז 2007, עמודים 16-23.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 8 עמודים.

מתמטיקה בחינוך היסודי – מנין ולאן?*

פרלה נשר

nesherp@construct.haifa.ac.il

אוניברסיטת חיפה

ובתכנית 1988,



שהיתה דומה לתכנית שנכתבה ב-1972, "מתמטיקה בבית הספר היסודי, הצעה לתוכנית לימודים"



ימצא שיש בהן הרבה מן המשותף. מספר נושאים עיקריים נלמדו ברציפות בכל התקופות: ארבע פעולות החשבון בתחום המספרים השלמים החיוביים, השברים הפשוטים והעשרוניים והפעולות בהן, השיטה העשורית (ערך המקום), שאלות מילוליות המבטאות יישומים של האריתמטיקה, וראשית הגיאומטריה. זוהי הליבה הקיימת מראשית בתי הספר הציבוריים המלמדים אריתמטיקה. אך לליבה זו נוספו ונשרו בשוליים נושאים נוספים, והשתנו דרכי ההוראה.

כולנו יודעים, שלמידת המתמטיקה בנויה שלבים שלבים. מי שלא רכש שלב קודם יתקשה בשלב הבא. לצערנו, כבר בסוף כיתה א ישנם תלמידים המתקשים בהבנת התרגילים הפשוטים ויודעים כבר לטעון "אני לא יודע חשבון". נלווה לזה כמובן "אני לא אוהב חשבון". הרגשת הכישלון מכאיבה כי הוא מוכרח ללמוד חשבון והוא אינו יכול להסוות את הכישלון בעיקר מעצמו.

מן הכישלון הקטן הזה צומחת מאוחר יותר כל האוכלוסייה של הנכשלים והשונאים של המתמטיקה. ואני שואלת את עצמי, האם זה הכרחי. ובמיוחד, האם זה הכרחי שזה יקרה כבר בכיתה א? האמנם לא נצליח להראות ליותר אנשים את המוסיקה שבמתמטיקה (על משקל הספר של מרכוס דו סוטוי על "המוזיקה של המספרים הראשונים" וברוחו).

האם אפשר למנוע כישלון? אני סבורה שבמידה רבה – כן. כשם שאנו יודעים שכל ילד לומד לצעוד בקצב שלו, ולומד לדבר בקצב שלו, יש ליצור תנאים, כך שכל ילד יוכל להתגבר על האריתמטיקה – מושגיה וסמליה בקצב שלו, שלא יגיע לכלל כישלון בשלבים הראשונים. דיון זה נוגע בשתי חזיתות: האחת, תכנית הלימודים והשנייה – דרכי הלמידה.

אתחיל בתכנית הלימודים:

המתבונן בתכנית

הלימודים 2006

שהודפסה לא מזמן,



* המאמר נכתב בעקבות הרצאה שנתנה בסימפוזיון: החינוך המתמטי בישראל – לאן? שנערך לציון מלאת 20 שנה ל"קשר חס" בחוה"מ סוכות, תשס"ז.

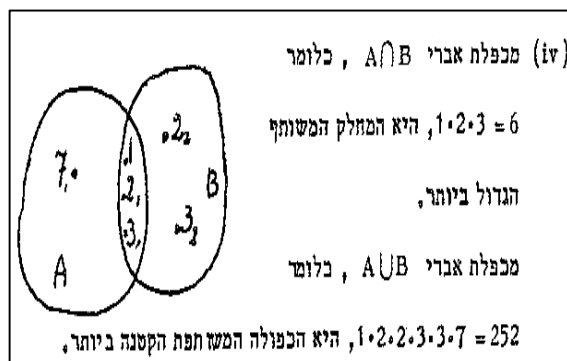
הספרים הקודמים של שנות הששים של צוער, רכבי.
כיטוב-אחיה, שקד ואחרים,

היו בכל זאת כמה הבדלים בין התכניות. כך, למשל, בתכנית 1972 נכלל הנושא 'קבוצות' על הכתיב הפורמלי של:

כיטוב-אחיה



שקד

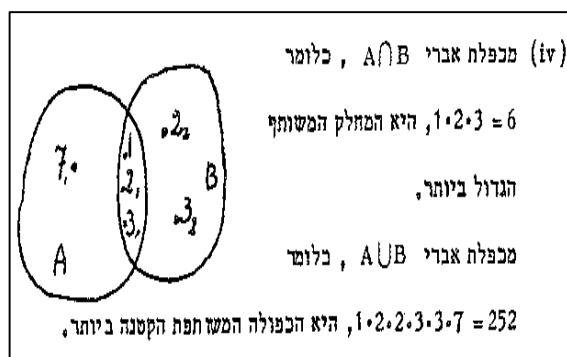


הוחלפו בשנות השבעים בספרים של אוורבך מלמד-שטרן (ארליך):

מלמד-שטרן-ארליך



אוורבך



נושא זה נכנס לתכנית הלימודים כתוצאה מהשפעת הרפורמה של ה-New Math בארה"ב. ה-New Math היוותה חלק מרפורמה כוללת בהוראת המתמטיקה (והמדעים), שנכתבה בשיתוף פעולה של מתמטיקאים, פסיכולוגים ומורים תחת השם:

SMSG-School Mathematics Study Group

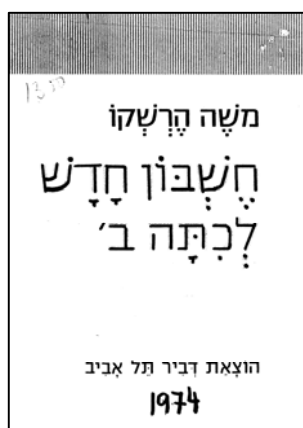
(אגב, הסדרה לחטיבת הביניים תורגמה ועובדה על ידי מכון ויצמן). ספרי הקבוצה הזאת אמורים היו לשמש דוגמה להכנסת תכנים חדשים לבתי הספר ואלו כללו: בסיסים שונים, דגש על למידת השיטה הבינארית, מבנים מתמטיים, תורת הקבוצות כבסיס למספרים, טרנספורמציות איזומטריות בהנדסה ועוד. היוזמה לחידושים אלה היתה הפאניקה שאחזה באמריקאים, שחשו פיגור לאחר המראת הספוטניק הרוסי. אך במהרה חיקו אותם ארצות שונות בעולם. בארץ הביטוי להשפעה זו הורגש בין היתר בתכנית 1972.

וכנהוג, בזמן שנכתבה תכנית הלימודים של 1972 נכתבו גם ספרי לימוד חדשים, שהותאמו לתכנית הלימודים החדשה דאז, אשר שיקפו את רוח התכנית.

עץ-הדר

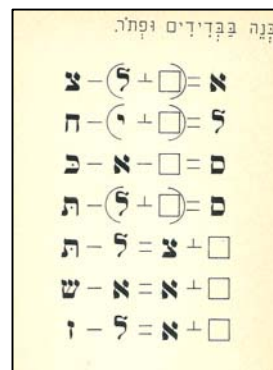
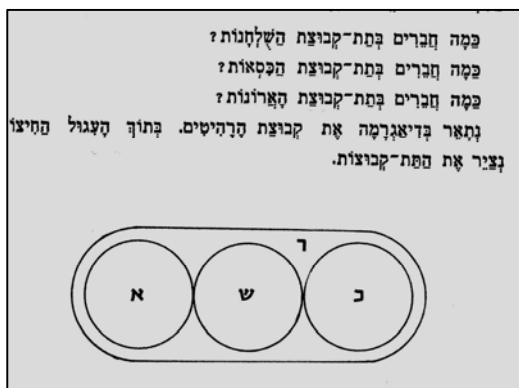


הרשקו



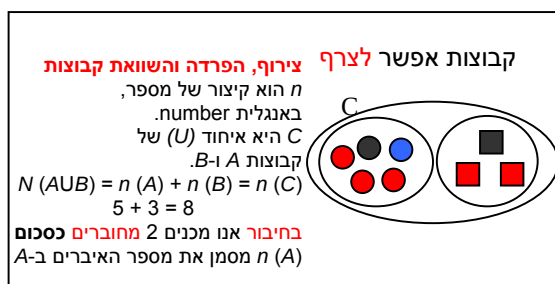
גטניו, דיקמן יאיר:

כמה חברים בתת הקבוצה?



השולמי ואחרים.

כתיב פורמאלי



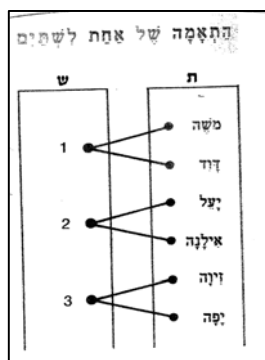
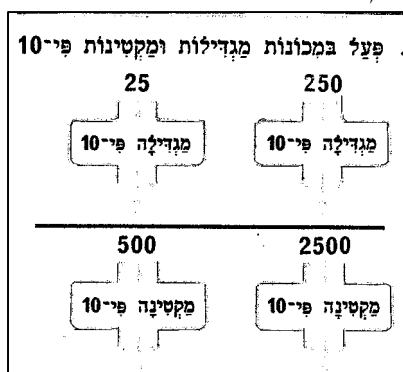
כמעט כל הספרים מציינים כבר בכותר הספר שהם נגזרו מן "המתמטיקה החדשה".

בכל הספרים ניכרת השפעתה של "המתמטיקה החדשה". להלן כמה דוגמאות מן הספרים שיצאו לאור בשנות ה-70. הדוגמאות הן מספרי-לימוד שונים.

כמה קבוצות חלקיות



נושא הקבוצות השתלט על סגנון ההצגה, ויש שהגיעו עד לכתיבה פורמלית בסמלים לקוחים מתורת הקבוצות או, הצגת הפעולות כמכונות



מה הקשר?

הדיאגרמה הבאה מתארת משפחה, שחברה הם: סבא, סבתא, אבא, אמא ושלושת ילדיהם. הסבר את הדיאגרמה.



שאלות

- מהו הקשר שבין סבא וסבתא והוריהם?
- כמה קווים מקשרים את אבא עם הילדים?
- כמה קווים מקשרים את אמא עם הילדים?
- כמה קווים מקשרים כל ילד עם ההורים?
- כמה קווים יכולים לקשר הורים עם ילדיהם?
- כמה קווים יכולים לקשר ילדים עם הוריהם?

קבוצה מתוך קבוצה



קוביות דינס

הסבר את הרכב המספרים לפי הדגמה:

הצג באותו אופן והסבר את הרכב המספרים הבאים:

123, 312, 231, 432, 342, 125

ועד שנות ה-90:

חשבוניות

המחשת השבר

B Parts of a whole

(הצגת גישה פונקציונלית לפעולות החשבון) והיה גם ניסיון להכניס מונחים חדשים כמו הספֵרן:

מונחים חדשים, ספרנים, ספרנים יסודיים

מהו הספרן היסודי המבטא את מספר האברים בכל אחת מן הקבוצות הבאות?

{ לחות הברית } { קבוצת המספרים החדספרתיים עם 0 }
 { האבות של בני ישראל } { קבוצת המספרים הדו-ספרתיים }
 { האמהות של בני ישראל } { קבוצת המספרים החדספרתיים המסתיימים ב-0 }
 { שבטי ישראל } { קבוצת המספרים האי-זוגיים עד 100 }.

לכל מספר יש שמונת רבים וכלם נקראים ספרנים.

הנה למשל, אחדים מן הספרנים המתארים את המספר שתיים עשרה: 6+6, 12, 2x6, 15-3

כל אלה הם ספרנים של אותו מספר. הספרן 12 נקרא הספרן היסודי של המספר 12.

רשם 3 ספרנים שונים לכל אחד מהמספרים הבאים: 12, 56, 40, 36, 24, 15, 100.

מה הם הספרנים היסודיים של הספרנים הבאים:

$3 \times (2 \times 4)$ $\frac{1}{2} \times 32$ $24:6$ 5×3 $15-3$ $9+7$

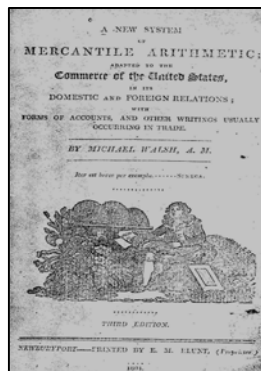
אך השינוי לא היה רק בתכנים המתמטיים. בשנות ה-70 (של המאה הקודמת, כמובן) חדרה לארץ השפעת תורתו של פיאז'ה על האופן שבו לומדים ילדים צעירים מתמטיקה. המוביל בנושא זה בארץ היה הפרופסור לפסיכולוגיה, פרופ' מינקוביץ ז"ל, אשר עבודתו על "המחשה והפשטה בהוראת החשבון" הפכה לקלאסיקה בחינוך המתמטי דאז. פתאום הובהר, שילדים אינם לומדים על ידי כך ש"אומרים להם", או מנסחים להם חוקים ומראים דוגמאות, אלא שלמידת המתמטיקה כרוכה ברפלקציה של הילדים על הפעילות של עצמם. "פעילות בעצמים" הפכה, אפוא, לנחלת כל הספרים שיצאו לאור מאז. להלן מספר דוגמאות מספר משנות ה-70:

אמצעי למידה עצמים לפעילות משנות ה-70 בדידים מחורצים

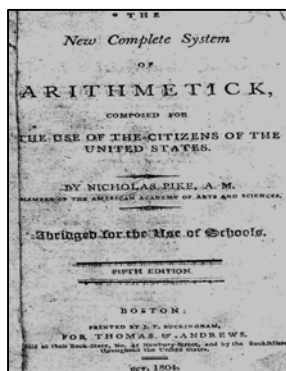
באלו 2 בדידים תוכל לסוּת את הבדיד 6? רשום:

הבדיד 6: $5+1$; $3+3$; $4+2$

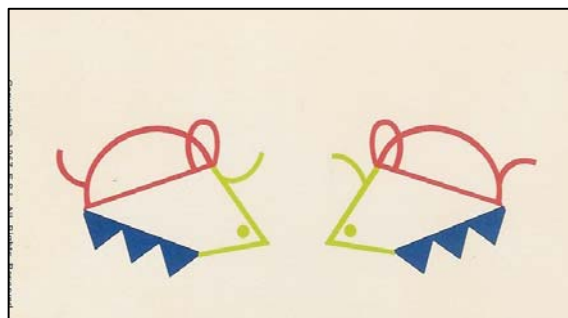
MARCANTILE ARITHMETIC



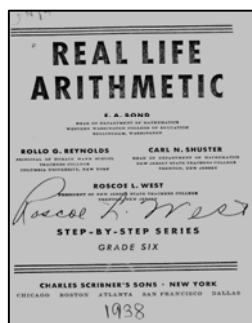
New Complete System of Arithmetic



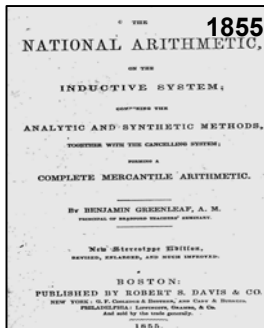
שיקוף



Real Life Arithmetic



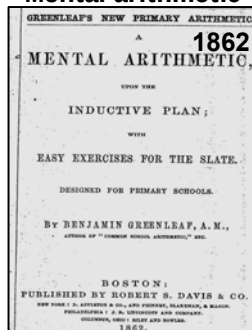
National Arithmetic



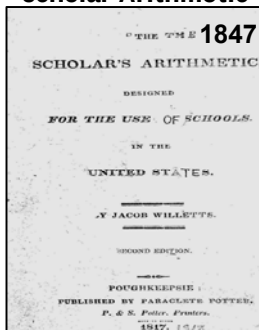
הזהה



Mental arithmetic

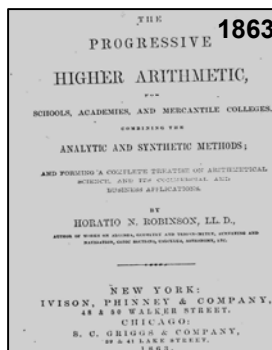


Scholar Arithmetic



הנושא 'מושגים מתורת הקבוצות' הוצא מן התכנית כבר ב-1988, אולם נכנסו שני נושאים חדשים: הסתברות ומחשבון. נושאים אלה (הסתברות ומחשבון) – הוצאו מתכנית 2006 ובמקומם נכנס נושא חדש: חקר תנוונים וניתוח סיכויים. כמו כן נכנס גם הנושא: תובנה מספרית. (יש לציין, שהנושאים הסתברות ומחשבון היו אמנם כתובים בתכנית הלימודים, אולם בפועל כמעט ולא לימדו נושאים אלה).

Progressive Arithmetic



כלומר, יש שימור ועקביות בנושאים הנלמדים בבית הספר היסודי, לאורך השנים. יתרה מזאת, יש הלימה לגבי נושאי הליבה של בית הספר היסודי הנלמדים בארץ ובין ספרי הלימוד הנלמדים במרבית ארצות העולם.

באחת השנים בהן שהיתי באוניברסיטת הרווארד גיליתי להפתעתי אוצר בלום של ספרי לימוד לאריתמטיקה של ארה"ב החל מראשית המאה ה-19. ואני רוצה לשתף אתכם קצת במה שלמדתי מעיון באוסף זה. נתרשם תחילה מכותרות הספרים.

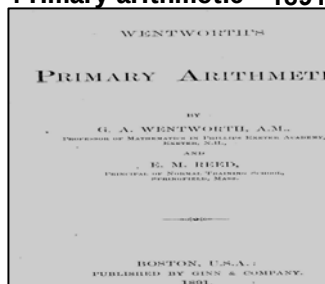
כשיטה זו הוכחה כנראה כלא יעילה ביותר עברו לשיטה האינדוקטיבית, כלומר, התחילו תחילה בדוגמאות ורק אח"כ סיכמו את הכלל, ורק בראשית המאה ה-20 החלו לדרג את החומר וציינו זאת במיוחד על ספר הלימוד. והיתה גם הגישה האנליטית – אשר לפיה היה צריך לתת הסבר לכל צעד שנעשה בפתרון בעיה.

מה היו התכנים? התכנים כללו הרבה פרקים באריתמטיקה והרבה מאד יישומים. להלן, תוכן עניינים של אחד הספרים למבוגרים:

13	מספרים
29	חיבור, חיסור, כפל, חילוק
60	פעולות מורכבות, כולל כינויים
124	שברים פשוטים, כולל 4 פעולות
140	עשרוניים
152	שברים מחזוריים
160	עיגול עשרוניים
164	רביית פשוטה
185	רביית ד'רביית
189	הנחה, אחוזים
201	שותפות, ביטוח, מכס
241	פרופורציה, הוצאת שורש
267	טור אריתמטי, גיאומטרי
268	סדרות אינסופיות
285	פרמוטציות
309	ערך הזהב
335	שאלות פילוסופיות
352	חוק חומרי, גרביטציה
354	אסטרונומיה

רק בסוף המאה ה-19 החלו להיכתב ספרים מיוחדים לילדים. פשוט נמאס למורים להכין בכתב ידם מדי יום דפי תרגילים, מה שהיה נהוג עד אז. הספר נקרא – אריתמטיקה מדורגת, הדירוג עצמו לא היה תחילה לפי כיתות, אלא כל התוכן האריתמטי בספר אחד:

Primary arithmetic 1891



כפי שניתן להיווכח היו גם אז מי שכינו את הספרים כ"חדשים", אחרים בהשפעת דיואי כתבו "אריתמטיקה פרוגרסיבית", או בהשפעת מלחמת העצמאות האמריקאית – "אריתמטיקה לאומית", או שדיברו על קשר לחיים "אריתמטיקה ריאלית", או בנוסח די מצוי כיום "אריתמטיקה מנטלית".

תחילה, הספרים ללמידת אריתמטיקה לא יועדו לבתי ספר דווקא – אלא למבוגרים.

צורת הלמידה היתה: הצגת החוק האריתמטי, דוגמה פתורה, ושניים שלושה תרגילים:

הדף הצפוף הבא הוא פירוט לוח הכפל עד 12 בנוסח 4 כפול 10 הם 40, 4 כפול 11 הם 44 וכך מ-1x1 ועד 12x12, שני עמודים מלאים וצפופים כולל ציון הכופל, הנכפל והמכפלה והגדרה שהתהליך לעיל הוא "כפל".

לוח הכפל

10

ELEMENTS OF

1848

4 times 10 are 40; 4 times 11 are 44; 4 times 12 are 48; 5 times 1 are 5; 5 times 2 are 10; 5 times 3 are 15; 5 times 4 are 20; 5 times 5 are 25; 5 times 6 are 30; 5 times 7 are 35; 5 times 8 are 40; 5 times 9 are 45; 5 times 10 are 50; 5 times 11 are 55; 5 times 12 are 60; 6 times 1 are 6; 6 times 2 are 12; 6 times 3 are 18; 6 times 4 are 24; 6 times 5 are 30; 6 times 6 are 36; 6 times 7 are 42; 6 times 8 are 48; 6 times 9 are 54; 6 times 10 are 60; 6 times 11 are 66; 6 times 12 are 72; 7 times 1 are 7; 7 times 2 are 14; 7 times 3 are 21; 7 times 4 are 28; 7 times 5 are 35; 7 times 6 are 42; 7 times 7 are 49; 7 times 8 are 56; 7 times 9 are 63; 7 times 10 are 70; 7 times 11 are 77; 7 times 12 are 84; 8 times 1 are 8; 8 times 2 are 16; 8 times 3 are 24; 8 times 4 are 32; 8 times 5 are 40; 8 times 6 are 48; 8 times 7 are 56; 8 times 8 are 64; 8 times 9 are 72; 8 times 10 are 80; 8 times 11 are 88; 8 times 12 are 96; 9 times 1 are 9; 9 times 2 are 18; 9 times 3 are 27; 9 times 4 are 36; 9 times 5 are 45; 9 times 6 are 54; 9 times 7 are 63; 9 times 8 are 72; 9 times 9 are 81; 9 times 10 are 90; 9 times 11 are 99; 9 times 12 are 108; 10 times 1 are 10; 10 times 2 are 20; 10 times 3 are 30; 10 times 4 are 40; 10 times 5 are 50; 10 times 6 are 60; 10 times 7 are 70; 10 times 8 are 80; 10 times 9 are 90; 10 times 10 are 100; 10 times 11 are 110; 10 times 12 are 120; 11 times 1 are 11; 11 times 2 are 22; 11 times 3 are 33; 11 times 4 are 44; 11 times 5 are 55; 11 times 6 are 66; 11 times 7 are 77; 11 times 8 are 88; 11 times 9 are 99; 11 times 10 are 110; 11 times 11 are 121; 11 times 12 are 132; 12 times 1 are 12; 12 times 2 are 24; 12 times 3 are 36; 12 times 4 are 48; 12 times 5 are 60; 12 times 6 are 72; 12 times 7 are 84; 12 times 8 are 96; 12 times 9 are 108; 12 times 10 are 120; 12 times 11 are 132; 12 times 12 are 144.

4. The process is called Multiplication. The number repeated is called Multiplicand, the number used in repeating how many repetitions are to be made is called Multiplier, and the result is called Product.

When values are placed in the places created, place them under each other as in § 2, and repeat each figure in the multiplicand as many times as the figure in the multiplier. Place the tens, hundreds, &c., in the multiplier. Place the units,

וגם החילוק הארוך כפי שהוא נלמד גם היום לא נפקד מקומו בספרים דאז...

חילוק ארוך

ARITHMETIC.	13
Find how many times 25 are contained in 155550?	
25)155550(6222 Quotient.	
150	
55	
50	
55	
50	
50	
50	
The number contained in the other is called divisor. The number containing the divisor is called the dividend. The process of finding the quotient, is also called division.	

ולשם השעשוע נצפה במה שכן השתנה, ואלה הם כמה מהמונחים:

- מלאכות החשבון הפכו ל פעולות החשבון ;
- מכפיל הפך לכופל ;
- חולק הפך למחלק ;
- תשבורת הפך לשבר אמתי (vulgar fractions - באנגלית דאז) ;
- שברי מעשר הפכו לשברים עשרוניים ;
- בן בלי קץ היה הכינוי לשבר עשרוני אינסופי .

האם העובדה שהתכנים המרכזיים של האריתמטיקה אינם משתנים מפתיעה? לדעתי – לא. כי תכנית הליבה היא התוכן המרכזי והחשוב שאותה חייב כל בוגר בימינו לדעת. והשאר הן הרחבות שטוב לדעת אותן, כי תמיד טוב לדעת יותר, אך יש תלמידים שהעומס מביא אותם לכלל כשלון. מי שקורא בעיון תכניות לימודים של ארצות המזרח (סינגפור בראש) ייווכח עד כמה הם צמודים לתוכן הליבה ומעמיקים בלמידתו וברחיטות שלו, ואינם מכניסים לתכנית פירוטי נושאים נוספים ונושאי "אופנה". ברוח זו יש להבין את המסמך החדש של ה-NCTM שמדבר על נקודות למיקוד (Curriculum Focal Point) של תכנית הסטנדרטים שלהם.

יש לכן לדעתי לבחון בעתיד את תכנית הלימודים בממד של עומס. יש סתירה בין עומס ושליטה. יש להימנע ממה, שהאמריקאים מכנים, תכנית שאורכה קילומטר ועומקה ס"מ. הייתי מעמידה כל נושא בתכנית הלימודים למבחן מחודש "האם הוא הכרחי". האומנם פעולות במספרים גדולים ו"לא יפים" הכרחיות? האם "ניתוח סיכויים", למשל, יש לו סיכוי לשרוד כנושא בביה"ס היסודי?

הנקודה השנייה היא דרכי הלמידה. השאלה היא: איך לאפשר גם לתלמידים האיטיים יותר להגיע לכלל שליטה בתכנית הליבה ולמנוע את כישלונם המוקדם, "כי כשלון סוגר את דלתות ההמשך", ויחד עם זאת לאפשר למוכשרים לפרוש כנפיים.

תיאוריות הלמידה המצמידות פעילות והמחשות ללמידה המופשטת, תיאוריות המדברות על חשיבות המוטיבציה – עדיין בתוקף. וכל אלה "גוזלים" מזמן הלימודים. גילם הצעיר של התלמידים בבית הספר היסודי מחייב התאמה של דרכי הלמידה.

CONTENTS.	
	PAGE
CHAPTER I. NUMBERS FROM ONE TO TEN	1
II. INTRODUCTION OF FIGURES	49
III. NUMBERS FROM ELEVEN TO FIFTEEN	67
IV. NUMBERS FROM FIFTEEN TO TWENTY	91
V. NUMBERS FROM TWENTY TO FIFTY	117
VI. NUMBERS FROM FIFTY TO ONE HUNDRED	161
VII. DECIMAL FRACTIONS	198
VIII. PERCENTAGE	207

ותוך 200 עמודים הגיעו לשברים עשרוניים ואחוזים. ספרים מדורגים לכל כיתה, או לכל שליש החלו להופיע רק מאוחר יותר במאה ה-20.

למה להרחיק לארה"ב? הנה ספר להוראת האריתמטיקה בעברית, מורשה 1922.



תכניתו דומה להפליא לתכנית הלימודים 2006. הנה למשל, תכנית כתה א (מחלקה א) מתוכו:

- השגת המספר ;
- מניין ישר והפוך בגבול העשרת הראשונה ;
- הספרות ;
- חבור וחיסור בגבול העשרת הראשונה ;
- השגת המספרים הדו-ספרתיים מן 10 עד 20 ;
- כתיבת המספרים הדו-ספרתיים ;
- ארבע הפעולות בגבול 20 ;
- השברים $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$;
- ידיעת המטבעות המידה והמשקל הנתונים במדינה – בגבול המספרים הידועים לילדים ;
- העשרות השלמות עד 100 ;
- השימוש באותיות עבריות ;
- ידיעת התאמת פעולות החשבון לפתרון שאלות חשבון .

ואכן כל הספרים הרווחים כיום ללימוד החשבון בבית הספר היסודי



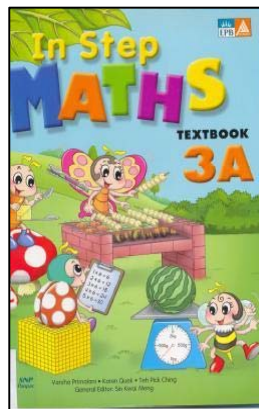
יודעים כיום טוב יותר מהם הפריטים המבחינים בין ידיעה, לבין תשובה נכונה מקרית בשברים פשוטים ועשרוניים (Peled, Resnick), והם משולבים בספרי הלימוד. יודעים יותר על דימויי מושג וכיצד לטפל בשגיאות שיטתיות (Vinner ואחרים), יודעים שיש מבנה המשכי לפעולות החיבור והכפל (מבנים קונספטואליים) (Vergnaud) ומשלבים אותם באופן ספיראלי לאורך השנים. יודעים יותר על סכימות של שאלות מורכבות (Hershcovitz), ועל מבנה הזיכרון וחשיבות החזרות והתרגול (Karni), אך גם יודעים שההבנה היא משענת המאפשרת שחזור מן הזיכרון של ידע לא אוטומטי ושהבנה ואלגוריתמים תומכים זה בזה (Nesher).

על דבר אחד בוודאות איננו יודעים לענות, וזה על הקצב האישי של כל תלמיד. ניסיונות שנעשו בשני העשורים האחרונים להתאים את קצב הלימודים לכל תלמיד וחלוקת הכיתה בעת למידת המתמטיקה לכיתות הטרוגניות קטנות יותר, ובכך לענות על צרכי התלמידים המחווננים כמו גם התלמידים האיטיים הם עדיין נחלת מיעוט בתי הספר, אמרתי קבוצות הטרוגניות, כי בהרכב הטרוגני המורה יכולה להעסיק בקלות את המוכשרים בשאלות עמוקות יותר ולהתפנות לטובת המתקשים.

גם הגעגועים של אנשים רבים לשיטה הפרונטאלית אינם מסייעים. הגיע הזמן שנכיר בכך שכל עוד מנסים לקדם את כל התלמידים בֶּסֶךְ במקום להפעיל כל תלמיד, לא ניתן למנוע כשלון של תלמידים לא מעטים ובודאי מחמיצים את התלמידים המוכשרים.

ניסיתי לתאר "מאין" בא החינוך היסודי אך אינני מסוגלת לענות על השאלה "לאן" הוא צועד. כשאני מסתכלת על ההיסטוריה של תכניות הלימודים וספרי הלימוד אני משוכנעת שליבת התכנים תישאר איתנו שנים רבות. אני מניחה, שפרטים רבים לא מהותיים שחלקם הסעירו מאד את הציבור, יבואו וילכו. אני אישית מקווה שהיקף הנושאים יצומצם, ושבית הספר יקבל על עצמו את האחריות להצלחה וקידום בחשבון של כל התלמידים, הן המוכשרים והן האיטיים, על-ידי העמקה בנושאי הליבה והתאמה לקצב האישי של כל תלמיד.

סינגפור 2004



סדרה בערבית



מותאמים לאפשרויות הטכנולוגיות והם עתה צבעוניים ומלאי פעילויות בעצמים. טכנולוגיה אחת טרם מצאה את דרכה לבתי הספר הלא מצוידים שלנו – והיא המחשב.

המשך המחקר בתחום הפסיכולוגיה של המתמטיקה, אשר מלאו לו כשלושה עשורים החל חודר אף הוא אל ספרי הלימוד. בזכות המחקר (ואזכיר רק שמות חוקרים מרכזיים בכל נושא ללא פירוט) יודעים היום כיצד ילדים לומדים מספרים בהדרגתיות (Fuson), יודעים כי גם שאלות חיבור אינן מיקשה אחת ויש להבחין בין שאלות איסוף, שינוי, או השוואה ויודעים שיש להן סכימות חשיבה שונות (Nesher, Greeno, Riley),