



הנושא: ההגיון בשיבוץ מספרים במסגרות – מבט מתמטי-חשיבתי וחברתי בפתרון תשבצי "סודוקו"

הוכן ע"י: יחיאל פריש, משה סטופל, שלמה חריר.

תקציר: במאמר מוצגים תשבצי הסודוקו ובצד הסבר לשיטה לפתרונם מובא חישוב למספר האפשרויות לשיבוץ מספרים. לאחר מכן מוצגת תרומתם של תשבצי הסודוקו לפיתוח החשיבה ומידת חדירותם לתרבות הפנאי לאור בדיקה מחקרית. כמו כן מדווח על שילוב תשבצי סודוקו בקורסי ההכשרה המתמטית של המכללה שהניבו פיתוח משימות דומות ומעניינות מאוד לתלמידים בחטיבת הביניים.

מילות מפתח: תשבץ, סודוקו, תרבות פנאי, אסטרטגיה, קומבינטוריקה, אפשרויות, מספר אפשרויות, צרופים, חליפות, שיבוץ מספרים, ריבוע לטיני, חשיבה מתמטית, פיתוח חשיבה, פרחי הוראה, הכשרת מורים, עזרי לימוד, שילוב משחקים בהוראה, משחקים, כללי.

החומר פורסם במסגרת: עלייה 38, תשס"ז 2007, עמודים 65-72.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 8 עמודים.



צימוקים

ההיגיון בשיבוץ מספרים במסגרות – מבט מתמטי-חשיבתי וחברתי בפתרון תשבצי "סודוקו"

שלמה חריר
harir@macam.ac.il

משה סטופל
stupel@bezeqint.net

יחיאל פריש
frish@macam.ac.il

"שאנן" – המכללה האקדמית הדתית לחינוך – חיפה

האחרונים שיגעון תשבצי הסודוקו הפופולריים והנלווים אליהם תשבצי הקאקורו הנפוצים הרבה פחות.

המקורות לתשבצי הסודוקו רבים ומגוונים, ביניהם: מדורים בעיתונות היומית (כולל אלו המחולקים בתחבורה הציבורית: הרכבת וחברות האוטובוסים) ובשבועונים, חוברות, ספרים (גולד, 2005; דקל ולב-אדלר, 2005; יוגב, 2005; Griffiths-Jones, 2005) אתרים באינטרנט (ר' רשימה בסיום המאמר), ואף מגוון מכשירים אלקטרוניים בעלי מסך להצגת לוח הסודוקו.

חשוב לציין שהתשבצים מתפרסמים ברמות קושי אחדות ועל-כן הם מתאימים לגילאים שונים.

תשבץ הסודוקו הוא משחק של השלמת שיבוץ מספרים שאינו מחייב ידע בחשבון, אך, מחייב חשיבה אסטרטגית וניתוח מספר רב של אפשרויות. להבנת המורכבות של שיבוץ מספרים בתשבצי סודוקו נדרשת הפעלה של שיקולים קומבינטוריים.

במאמר מוצגת תרומתם של תשבצי הסודוקו לפיתוח החשיבה ומידת חדירתם לתרבות הפנאי נבדקה על-ידינו מחקרית. תוצאות המחקר יוצגו במאמר זה. כן ידווח על שילוב תשבצי סודוקו בקורסי ההכשרה המתמטית של המכללה שהניבו פיתוח משימות דומות ומעניינות מאוד לתלמידים בחטיבת הביניים.

א. משחק (תשבץ) הסודוקו

המשחק הומצא לראשונה ביפן בשלהי המאה ה-18. כמשחק הוא הופיע לראשונה בכתב-עת בשם Math, Puzzles and Logic Problems, שיצא בניו-יורק בשנות ה-70 של המאה ה-20. השם "סודוקו" (sudoku) משמעו ביפנית – מספר יחיד. לפני כ-25 שנה פותחה תוכנת מחשב המייצרת תשבצי סודוקו בכל דרגת קושי.

הקדמה

שיבוץ מילים בתשבצים מהווה כבר עשרות שנים חלק מתרבות הפנאי של אוכלוסיה רחבה. קיים מגוון רחב מאוד של סוגי תשבצי מילים ובשנים האחרונות הוכנסו לתוכם אלמנטים חדשים, כגון: שילוב תמונות של אנשים ידועים, מתחומי עיסוק שונים, שיש לזהותם לצורך השלמת התשבץ.

יש תשבצי אותיות, המבוססים על תרגילי כפל או חילוק בחשבון, בהם אותיות מחליפות את הספרות ועל-סמך ידע בסיסי בחשבון ניתן לזהות את הספרות המיוצגות על-ידי כל אחת מהאותיות, לעיתים מתגלה כך גם אמרה ידועה המוצגת על-ידי הספרות.

שיבוץ מספרים לפי כללים בתוך מסגרות שונות, משך גם בעבר את ליבם של שוחרי החשבון, התשבצים והחידות, אם כי בהיקף קטן מאוד ביחס לעוסקים בתשבצי המילים.

ראוי לציין את ריבועי הקסם של סכום או מכפלה בהם נדרש לשבץ מספרים מסוימים, כך שיתקבל סכום אחיד או מכפלה אחידה, בכל שורה, עמודה, ובשני האלכסונים הראשיים.

ניתן למצוא עשרות משימות שבהן יש לשבץ מספרים לפי כללים (ר' אביטל, תש"מ, אלף אפס, 2001, אמסלם, 2004, סטופל, תשנ"ז, סטופל, תשנ"ט). החיסרון הבולט של ריבועי הקסם ומשימות השיבוץ האחרות הוא בכך שמסגרת השיבוץ מתאימה, בדרך כלל, למשימה אחת בלבד ועם רכישת הטכניקה או מציאת הפתרון נמוג העניין.

במקביל לשימוש במשימות הנ"ל, כחלק מהקניית העשרה לתלמידים, הצבת אתגרי חשיבה, והבלטת יופייה של המתמטיקה, "שטף את המדינה" בחודשים

במשחק יש לרשום מספרים בתוך לוח שריג משובץ ובו 81 תאים ריבועיים שווי גודל המסודרים בתשע שורות ובתשע עמודות. הלוח מחולק גם ל- 9 תת-ריבועים, כל אחד מכיל שלוש שורות ושלוש עמודות (3x3), דהיינו כל

I			6		2		8	
H		7		4		8		5
G	5		4				6	7
F		2						1
E	9							3
D		6						7
C	6		7				5	1
B		1		5		9		8
A			9		1		3	
	1	2	3	4	5	6	7	8

איור 1

תשבץ סודקו – רמה בינונית

תת-ריבוע מורכב מ-9 משבצות. בתוך השריג מפורזים במשבצות השונות מספרים מ-1 ועד 9 (לא תמיד כולם) כשחלק מהם מופיעים פעמים אחדות כפי שנראה באיור 1.

המשחק מיועד ליחיד ומטרתו השלמת השיבוץ של המספרים, כך שבכל תת-ריבוע יופיע כל אחד מהמספרים הטבעיים מ-1 ועד 9, כל מספר בדיוק פעם אחת, כך גם בכל עמודה ובכל שורה של הלוח כולו. קיים תשבץ סודקו שבנוסף לכללים הנ"ל גם בשני אלכסוני הראשיים משובצים המספרים מ-1 ועד 9, כל מספר פעם אחת.

לתשבץ הסודקו המופיע באיור 1 הוספו מספור לעמודות, ע"י ספרות, ומספור לשורות, ע"י אותיות, כמקובל בלוח השחמט.

בעיתונות היומית, במקומונים, באתרי האינטרנט ובספרים שהופיעו לאחרונה בעברית ובאנגלית (האתרים מופיעים ברשימת המקורות, הספרים: יוגב, 2005; גולד, 2005; דקל ולב-אדלר, 2005; Mepham, 2005; Griffiths-Jones, 2005).

מסווגים משחקי הסודקו לפי חמש רמות קושי: קל-מאוד, קל, בינוני, קשה, קשה-מאוד (לפעמים אף ברמת

קושי סופר-קשה). את החלוקה לפי רמות קושי מאפיינים שלושה פרמטרים:

הראשון – המספר הכולל של המספרים המשובצים במסגרת במצב התחלתי. ככל שיש יותר מספרים במצב ההתחלתי המשימה קלה יותר.

השני – מיקומם של המספרים במצב ההתחלתי. לפעמים נתון מקבץ גדול של מספרים בתת-הריבוע המרכזי ובודדים מפורזים בשאר שמונת תת-הריבועים המקיפים אותו. לפעמים המצב הפוך – מעט מספרים או בכלל לא, בתת-הריבוע המרכזי והשאר מפורזים בתת-הריבועים המקיפים.

השלישי – כמות המספרים החוזרים על עצמם במצב ההתחלתי.

רמת הקושי של השלמת השיבוץ מושפעת משלושת המאפיינים הנ"ל.

המספר ההתחלתי של המספרים בתשבצי הסודקו משתנה מכ-20 בדרוג קשה-מאוד ועד לכ-34 בדרוג קל מאוד. חשוב להדגיש שלפעמים המספר ההתחלתי הוא גדול, אך רמת הקושי גבוהה בשל מפת פיזור המספרים במסגרת. לעומת זאת, יתכן מצב שהמספר ההתחלתי קטן אך רמת הקושי בינונית בשל המיקום והשכיחות של המספרים השונים. מהניסיון שנצטבר מפתירת עשרות תשבצי סודקו, בכל רמות הקושי, וכן ממענה הסקר, עולה שתהליך השיבוץ הוא בעיקרו תהליך של אלימינציה – אלו מספרים חייבים להיות ואילו אינם יכולים להיות באזור מסוים. כשמתבוננים בשורה או בעמודה רצופה של תשעה מספרים, וחסרים בה שלושה או ארבעה מספרים, יודעים ראשית אילו מספרים חסרים והיכן ניתן לשבצם. זאת משום שכל שורה או עמודה רצופה, מורכבת משלושה קטעים שכל אחד מהם שייך לתת-הריבוע שלו, אך קשור גם לתת-ריבועים אחרים שבהם כבר שובצו חלק מהמספרים. לדוגמה בתשבץ המופיע באיור 1, חסר המספר 5 בשורה A וניתן לשבצו רק במקום A2 כי בכל שאר המשכי השורות והעמודות של תת-הריבוע שבקצה השמאלי התחתון, משובץ כבר המספר 5. כנ"ל בעמודה 7 ניתן לשבץ את המספר 7 רק במקום B7. לעומת זאת, שיבוץ המספר 4 בשורה I אפשרי במקומות I8 ו-I9 והמיקום הסופי יקבע רק לאחר שימוקמו מספרים נוספים. ככל שרמת הקושי עולה, כך מתקיימים יותר מצבים שניתן לפתור אותם רק על-ידי ניסוי וטעייה – דבר המהווה חלק בלתי-נפרד מהאתגר. במקרה של תשבץ קשה

2.ב – הקומבינטוריקה ככלי לחישוב מספר אפשרויות השיבוץ

להצגת המורכבות של בניית תשבצי סודוקו, במסגרת נקייה ממספרים ולהבנת המספר העצום של תשבצי סודוקו מסדר 9×9 האפשריים, משתמשים בשיקולים קומבינטוריים. דוקא לאור העובדה שנושא הקומבינטוריקה הוצא מתוכנית הלימודים במבנה הצבירה של 5 יח"ל, הנה נקרתה בפנינו הזדמנות להפעיל שיקולים קומבינטוריים כדי לחשב מספר אפשרויות בפתרון בעייה של שיבוץ מספרים.

נתונות שתי שורות של משבצות האחת מעל האחרת. בכל אחת מהשורות חמש משבצות כנראה באיור 2

יש לשבץ את עשרת המספרים 1,2,3,4,5,6,7,8,9 כל מספר פעם אחת, כך שבשורה העליונה יופיעו 2 מספרים ראשוניים וכך גם בשורה התחתונה אך בתנאי שמתחת למספר ראשוני שבשורה הראשונה לא ישובץ מספר ראשוני.

באיור מוצגת אחת מאפשרויות השיבוץ	1	2	4	7	9
	3	6	5	10	8

איור 2

ישנם ארבעה מספרים ראשוניים ושישה שאינם ראשוניים.

מספר האפשרויות לשיבוץ המספרים הוא :

$$(C_4^2 \cdot C_6^3 \cdot 5!) \times (A_3^2 \cdot 3!) = 15,552,000$$

שיבוץ מספרים שיבוץ מספרים
בשורה העליונה בשורה התחתונה

ההסבר :

C_4^2 – מספר הצרופים האפשרי לבחירת 2 מספרים ראשוניים מתוך הארבעה שיהיו מיועדים לשיבוץ בשורה העליונה.

C_6^3 – מספר הצרופים האפשריים לבחירת 3 מספרים מתוך השישה שאינם ראשוניים (כולל המספר 1) שיהיו מיועדים לשיבוץ בשורה העליונה.

5! – מספר האפשרויות לסדר את חמשת המספרים שנבחרו בשורה העליונה.

מגיעים לשלב שבו ישנם תאים עבורם יש מספר רב של אפשרויות מילוי, כך שאלימינציה לא מסייעת לגביהן, וחייבים להתחיל בניסוי וטעייה. במצב כזה יש לבחור **צומת החלטה קריטי** ולבחור באחת מהאפשרויות. **צומת החלטה קריטי** הוא מיקום שיש בו מעט מספרים אפשריים לשיבוץ (עדיף 2), ובחירת מספר אחד תגרום לזיהוי וודאי של מספרים במקומות אחרים. כך ממשיכים הלאה עד שמגיעים לסתירה או לפתרון הנכון. דרושה חשיבה עמוקה לבחירת צומת ההחלטה הנכון שממנו תהיה סלולה הדרך לפיתרון.

ב. על מתמטיקה ותשבץ הסודוקו

1.ב – הריבוע הלטיני

תשבץ הסודוקו דומה במידה רבה לריבוע הלטיני הבנוי מ-n שורות ו-n עמודות, שבכל שורה ובכל עמודה שלו כתובים אותם n סמלים. מקורו של המונח ריבוע "לטיני" הוא בשימוש באותיות לטיניות כסמלים, כפי שעשה לאונרד אוילר, המתמטיקאי הדגול, שהמציא אותם.

אוילר העלה השערות וגילה תכונות מעניינות כתוצאה מפעולות מתמטיות שערך על הריבועים. הוא גם מיין אותם למשפחות שונות. את אוילר לא עניינה השאלה היישומית, אך כפי שקרה בהתפתחות תחומי מדע שונים, התברר כי לריבועים הלטיניים ישנם יישומים רבים ומשחקי הסודוקו הוא רק אחד מהם. ריבועים לטיניים שימשו לפיתוח אלגוריתם לפתרון בעיות של חלוקת משאבים והקצאתם בתחומים שונים. כמו-כן יש לריבועים הלטיניים שימושים בתחומי ההצפנה והסטטיסטיקה. מספר האפשרויות שונות לשיבוץ סמלים בריבוע לטיני של 9×9 הוא בקרוב 5.525×10^{27} (Bamm and Rothstein, 1975, Simonies, 2005).

פתרון נכון של תשבץ סודוקו הוא למעשה קבלת ריבוע לטיני, אך מספר האפשרויות לשיבוץ הסמלים בו, קטן פי סדר גודל של 10^6 מאשר בריבועים הלטיניים, וזאת משום שפתרון תשבץ סודוקו מחייב התייחסות למערכת אילוצים והיא היווצרות תשעה תת-אזורים (תת-הריבועים 3×3) שגם בהם קיים מבנה של ריבוע לטיני.

שיבוץ המספרים יחל בבלוק B_{11} וממנו ימשך לבלוקים B_{12} ו- B_{13} הנמצאים באותה שורה.

השורות והעמודות של כלל המסגרת מוצגות בעזרת הסימנים:

li – שורות

ki – עמודות

כאשר $i = 1, 2, 3, \dots, 9$ כמתואר באיור 4.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9
l_1	7	2	1	4	3	9			
l_2	4	3	5	7	8	6			
l_3	9	8	6						
l_4									
l_5									
l_6									
l_7									
l_8									
l_9									

איור 4 – שלבי השיבוץ

מספר האפשרויות לשיבוץ 3 מספרים מתוך תשעת המספרים $(1, 2, 3, \dots, 9)$ בשורה הראשונה (l_1) של הבלוק B_{11} היא כמספר החליפות A_9^3 . בשורה l_2 של הבלוק מספר האפשרויות A_6^3 ובשורה של l_3 של הבלוק מספר האפשרויות A_3^3 . לפי עקרון הכפל של הקומבינטוריקה, מספר האפשרויות לשיבוץ תשעת המספרים בבלוק B_{11} הוא: $A_9^3 \cdot A_6^3 \cdot A_3^3 = 9!$ (הערה: $A_3^3 = p_3 = 3!$ כאשר p סימן התמורות).

התוצאה זהה למספר האפשרויות לסידור 9 אלמנטים שונים בשורה אחת. לכאורה התוצאה מפתיעה, אך כשנותנים את הדעת לאפשרות של שינוי מיקום השורות בתוך הבלוק לאחר ביצוע שיבוץ המספרים

A_3^2 – מספר החליפות האפשרויות לבחור שני מספרים לא ראשוניים מבין השלושה שנותרו ולשבצם מתחת למספרים הראשוניים שבשורה העליונה.

3! – מספר האפשרויות לשבץ בשורה התחתונה את שלושת המספרים שנותרו (שני מספרים ראשוניים ואחד שאינו ראשוני).

על-פי מאמר שפורסם לאחרונה (Felgenhauer and Frazer, 2005) מספר אפשרויות השיבוץ של מספרים בשריגי סודקו הוא בקרוב, 6.67×10^{21} חישוב שנעשה על-ידי שימוש בשיטות קומבינטוריות ובעזרת מחשב רב-עוצמה.

חשוב לציין שלכל לוח שריגי הפותח משחק סודקו קיים פתרון יחיד (Frazer, 2005; Lynce and Ouaknine, 2005). לכן טעות באחד מהצעדים לא מאפשרת הגעה לפתרון. במקרה וידועים, למשל, שניים או שלושה מספרים שצריכים להופיע זה ליד זה (אופקית או אנכית, אך עדיין הסדר שלהם טרם נקבע, מוצע לסמנם באליפסה ולהמשיך בשיבוץ המספרים באזורים אחרים של המסגרת. ככל שיתרבו המספרים המשובצים, יהיה קל יותר לשבץ את האחרים ולקבוע את הסדר בין המספרים שהוקפו באליפסה.

המספר המינימלי של נתונים שיש לשבץ במצב ההתחלתי כדי להבטיח פתרון יחיד הוא עדיין בעיה בלתי פתורה. באחד המקורות נמצא ציטוט של חובבי חידות יפניים הטוענים שהמספר הוא 17!

3.ב – השלבים לחישוב מספר אפשרויות שיבוץ מספרים בתשבץ סודקו

לחישוב מספר האפשרויות, מחלקים את התשבץ למערך של תשעה בלוקים (תת-ריבועים) המסומנים כללית ב- B_{ij} כאשר i ו- j מקבלים את הערכים 1, 2, 3 ומתוארים באיור 3.

B_{11}	B_{12}	B_{13}
B_{21}	B_{22}	B_{23}
B_{31}	B_{32}	B_{33}

איור 3

ככל שמתקדמים במלאכת השיבוץ, האילוצים מצמצמים את מספר האפשרויות.

ג. מקומם של תשבצי הסודוקו בהוראת מתמטיקה

1. פתרון תשבצי הסודוקו ככלי לפיתוח החשיבה

להערכת מידת תרומתם לפיתוח החשיבה ולהיקף ההטמעה של תשבצי הסודוקו אצל הקהל הישראלי, כחלק מהעשייה בשעות הפנאי, נערך סקר שהקיף 1,200 איש משני המינים, בתחום הגילים 12-73, שמהם 169 מתמידים בפתרון תשבצי סודוקו.

כאנשי חינוך העוסקים בהכשרת מורים ובין היתר בהשבת הוראת המתמטיקה, היה חשוב לנו מאוד לברר את עמדותיהם של הפותרים ביחס לתרומה ולפוטנציאל של ביצוע המשימה – פתרון תשבצי סודוקו – לפיתוח החשיבה, שיש לה השלכה על כל תחום אפשרי בחיים היומיומיים. התוצאות מופיעות בטבלה ומתייחסות למשתתפי הסקר המתמידים בפתרון תשבצים.

עמדת פותרי התשבצים ביחס לתרומתם לפיתוח החשיבה

מועטה		בינונית		רבה	
מס'	%	מס'	%	מס'	%
משתתפים		משתתפים		משתתפים	
23	13.6	67	39.6	79	46.7

כ-47% מכלל המתמודדים עם פתרון תשבצי הסודוקו סוברים שתורמתם רבה לפיתוח החשיבה. לעומתם רק 14% סוברים שתורמתם מועטה.

משתתפי הסקר ציינו, שלדידם, ההתמודדות עם פתרון התשבצים תורמת להעצמת יכולת הריכוז, הגברת קצב החשיבה והניתוח של האפשרויות המתאימות לשיבוץ מספרים וכן לחיזוק היכולת להתמודד עם משימות מורכבות, בהן יש מספר רב של אפשרויות.

אף-על-פי שישגוען הסודוקו החל ברחבי העולם לפני כשנתיים, והתופעה נחקרת מהיבטים שונים במספר מקומות, הרי שכבר היום יש מסקנות ראשוניות. במקור (Hayes, 2006) מצוין בצורה מפורשת שפתרון תשבצי סודוקו גורם לפיתוח החשיבה הלוגית. פרופ' מארק גריפית, פסיכולוג מאוניברסיטת נוטינגהאם

$$\frac{A_9^3 \cdot A_6^3 \cdot A_3^3}{3!} = 60,480 \text{ : והוא}$$

לאחר סיום השיבוץ של המספרים בתוך הבלוק ניתן להראות שב-9! אפשרויות השיבוץ כלולים שיבוצים זהים המתקבלים מסיבוב הבלוק ב-90° עם כיוון השעון או נגדו. ביטול השיבוצים הכפולים נעשה על-ידי החילוק ב-3!.

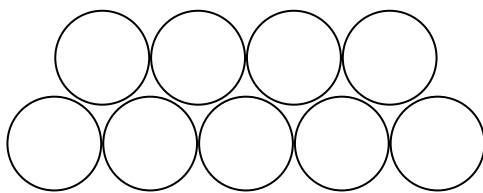
בשלב השני של השיבוץ, משבצים שלישית מספרים בשורה l_1 של בלוק B_{12} . מספר האפשרויות הוא A_6^3 (כי כבר שובצה שלישית מספרים באותה השורה של בלוק B_{11}). השיבוץ של שלישית מספרים בשורה l_2 של הבלוק B_{12} מותנה במספרים שכבר שובצו באותה השורה של בלוק B_{11} וכן במספרים ששובצו בשורה l_1 של הבלוק. קיימות ארבע אפשרויות בחירה בסיסיות: בחירה של שלושה מספרים מתוך 6, בחירה של שלושה מספרים מתוך 5, בחירה של שלושה מספרים מתוך 4 ובחירה של שלושה מספרים מתוך 3. לכן המספר הכולל של אפשרויות השיבוץ של שלישית מספרים בשורה l_2 של הבלוק B_{12} היא: $A_6^3 + A_5^3 + A_4^3 + A_3^3$.

מספר האפשרויות לשיבוץ שלישית מספרים בשורה l_3 של הבלוק היא A_3^3 , כאן אין אפשרות לשנות את מיקום השורות בבלוק וזאת בשל האילוץ שבכל שורה ועמודה של התשבץ יופיע כל אחד מהמספרים פעם אחת. באותו אופן משבצים את המספרים בבלוק B_{13} .

לסיכום: מספר האפשרויות לשיבוץ מספרים בבלוקים: B_{11}, B_{12}, B_{13} הוא:

$$\underbrace{\frac{A_9^3 \cdot A_6^3 \cdot A_3^3}{3!}}_{\text{בלוק } B_{11}} \times \underbrace{A_6^3 \cdot (A_6^3 + A_5^3 + A_4^3 + A_3^3)}_{\text{בלוק } B_{12}} \times \underbrace{A_3^3 \cdot A_3^3 \cdot A_3^3 \cdot A_3^3}_{\text{בלוק } B_{13}}$$

הערך המספרי של המכפלה הוא (בערך): 1.646×10^{10}

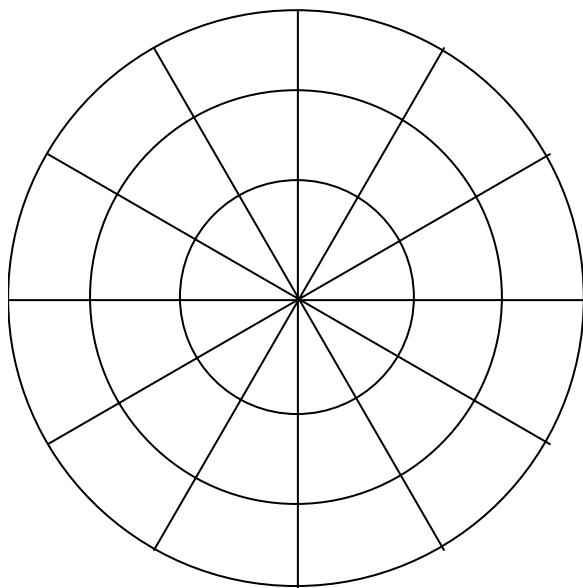


איור 5

א. יש לשבץ במעגלים את המספרים מ-1 ועד 9, כל מספר פעם אחת, כך שסכום המספרים בכל שני מעגלים סמוכים בשורה התחתונה יהיה שווה למספר המשובץ מעליהם.

ב. יש לשבץ בשורה התחתונה מספרים ראשוניים שונים, כך שכל מספר המופיע בשורה העליונה הוא סכום של שני המספרים שמתחתיו ובנוסף לכך, המספרים שבשורה העליונה מהווים סדרה חשבונית.

דוגמא 2: המסגרת הנראית באיור 6, מורכבת משלושה מעגלים בעלי מרכז משותף. השטחים הכלואים (הטבעות) בין המעגל הפנימי למעגל הבינוני ובין המעגל הבינוני לגדול וכן המעגל הפנימי, חולקו כל אחד מהם ע"י מחגים (רדיוסים) ל-12 חלקים.



איור 6

אומר: "הסודוקו הוא בדיוק מה שפאזל טוב צריך. זה נראה קל, כללים פשוטים, אבל כדי להצליח צריך להשקיע מחשבה עמוקה". פרופ' סוזאן גרינפלד, מדענית בעלת שם עולמי מאוניברסיטת אוקספורד, יזמה מחקר בשם "המרצת מוחין", שבו התבקשו 160 משתתפים הסובלים מאלצהיימר ברמה נמוכה (שלבים ראשונים של התפתחות המחלה) לעסוק בפתרון תשבצי סודוקו. אחרי ששה חודשים הם יבדקו מנטלית מחדש והערכת המדענית ועמיתיה היא שמצב ישתפר, כך שפתרון תשבצי סודוקו הוא בבחינת טיפול חדש ולא פולשני.

גם כ-70% מהסטודנטיות מהמכללה בה אנו מלמדים, שהתמודדו עם תשבצי סודוקו, סוברים שיש ביכולתם לתרום לפיתוח החשיבה ומכל מקום לטפחה.

יש להדגיש שלקביעות הנ"ל נחוץ ביסוס מעמיק יותר. סביר שמחקרים שמתנהלים בנושא יתנו מענה משמעותי יותר.

ג2. שילוב תשבצי סודוקו בקורסי ההכשרה של פרחי ההוראה

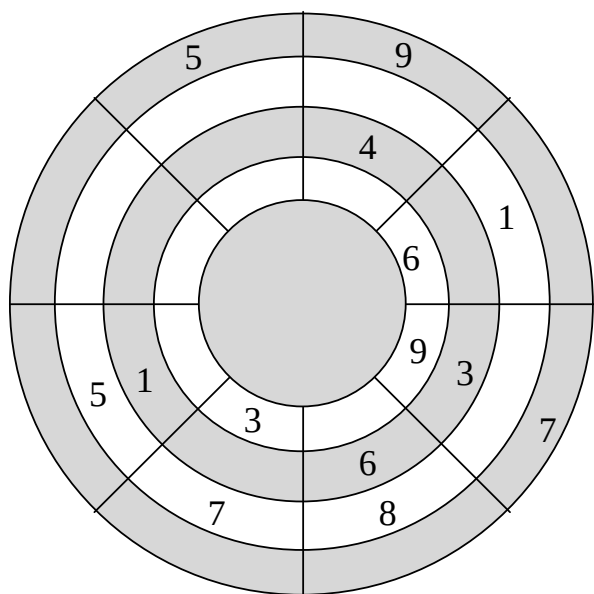
מהסיבות הנ"ל, ומתוך רצון להעניק כלים נוספים וידע אקטואלי לסטודנטים המכשירים עצמם להוראה, שולבו תשבצי הסודוקו כחומר לפיתוח החשיבה ולהעסקה עצמית, במספר קורסים רלוונטיים: יסודות המתמטיקה, אסטרטגיות לפתרון בעיות במתמטיקה, לוגיקה מתמטית, חינוך חברתי-ערכי.

מהמחקר ומהניסיון הקצר של שילוב תשבצי סודוקו בקורסי ההוראה מסתבר, שאכן פרחי ההוראה מגלים נכונות רבה להתמודדות עם תשבצי הסודוקו ורואים בהם כלי בדרגות קושי שונות, שיש ביכולתו לפתח את החשיבה הרב-כיוונית, את הקצב שלה. כמו כן הם מתייחסים אל משחק הסודוקו כבסיס לפיתוח משחקי לימוד שבהם יש לשבץ: מספרים ואותיות, מילים, ציורים וכו'.

בחלק מהקורסים נדרשו הלומדים (במקרה שלנו סטודנטיות) לפתח מסגרות המיועדות לשיבוץ מספרים תוך ציון הכללים הדרושים לשיבוץ. נאסף קציר מגוון שאף נוסה בשטח במסגרת העבודה המעשית של פרחי ההוראה בשדה החינוך.

להלן שתי דוגמאות:

דוגמא 1: נתונה מערכת של 9 מעגלים המסודרים בשתי שורות כנראה באיור 5.



איור 8

המסגרת מחולקת לשמונה "פיצות" – ארבעה מעגלים ועיגול מרכזי שבו תשובץ ספרה אחת. כל שתי "פיצות" שכנות וכל מעגל, בשיתוף הספרה שבעיגול האמצעי, צריכים להכיל את הספרות מ-1 ועד 9, כל ספרה פעם אחת.

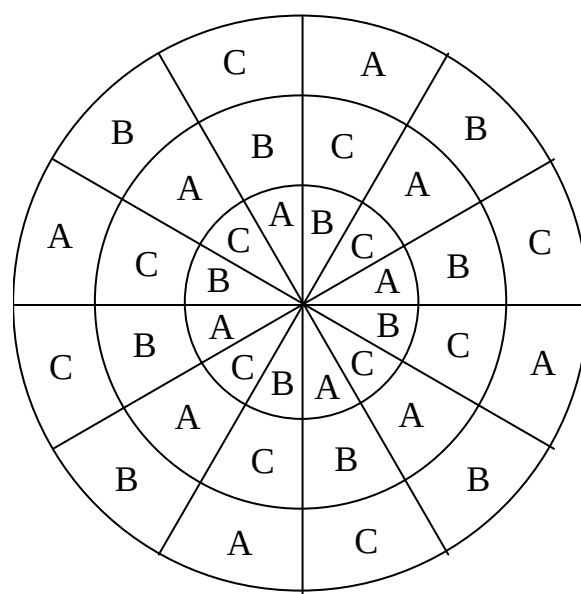
כמו-כן, מהווה משחק הסודוקו השראה לפיתוח משחקים המבוססים על אותו עיקרון, כאשר קבוצה של תשעה מושגים אותם מעוניינים להטמיע מהווים תחליף למספרים.

סיכום

בתוך תקופה קצרה, של מספר חודשים, ובעיקר בעידוד העיתונות היומית, הצטרפו תשבצי הסודוקו אל פעילות שעות הפנאי, כשאוכלוסיה מגוונת ורב-גילית (כ-14% מהנסקרים) מתמודדת איתם באופן קבוע. ההתמודדות עם תשבצי הסודוקו תפסה באופן חלקי את מקומן של הפעילויות האחרות ואף ישנם סימנים של "התמכרות" אליהם.

כ-47% מפותרי תשבצי הסודוקו סוברים שתרומתם רבה לפיתוח החשיבה בדומה למשחקי האסטרטגיה הוותיקים, כדוגמת: שחמט, דמקה, ברידיג' ושש-בש.

פתרון תשבצי סודוקו שולבו במספר קורסי הכשרה במכללה מתוך מגמה להקנות לפרחי ההוראה כלי לפיתוח החשיבה ולהעסקה עצמית.



איור 7

יש לשבץ בשטחי כל אחת מהטבעות ובשטחי העיגול הפנימי, מספרים שסכומם הכולל 120, כך שיתקבל סכום אחיד של המספרים המשובצים בשלושה שטחים סמוכים של כל טבעת ושל העיגול הפנימי וכן אותו סכום אחיד למספרים שבשטחים שלאורך כל מחוג. הפתרון הכללי של המשימה נראה באיור 7. בשטחים שבכל טבעת ובעיגול הפנימי משבצים במחזוריות, עם כיוון השעון, ארבע שלשות של המספרים A, B, C. על-ידי הזזה במקום אחד של התחלת השיבוץ של השלשות בין טבעת לטבעת ובשטחי העיגול הפנימי, מקבלים שגם לאורך כל רדיוס מופיעה השלשה A, B, C. כיוון שבכל טבעת ובעיגול הפנימי מופיעה כל שלשה (ABC) ארבע פעמים, סכום השלשה $A+B+C$ הוא 30 (4:120). כל שלשה של מספרים: טבעיים, שלמים ושרירים, חיוביים ושליליים שסכומה 30, אשר תשובץ לפי העיקרון שהוסבר תהווה מענה למשימה.

כמובן שאפשר לשבץ במסגרת מספרים אחרים ולבקש להשלים את השיבוץ לפי הכללים הנ"ל.

המסגרת האחרונה הנראית באיור 8 דומה במידה רבה לעיגול-סודוקו – "פיצה", והופיעה לאחרונה בעיתונים המופצים יומית בתחבורה הציבורית (אגד ורכבת ישראל).

- Bamm,el S.F., Rothstein, J. (1975) The number of 9x9 latin squares, Discrete Mathematics, 11, pp. 93-95.
- Simonies, H. (2005). Sudoku as a constraint Problem. In CP workshop on Modeling and Reformulating constraint satisfaction problems, pp. 13-27, October.
- Felgenhauer, B. Frazer, J. (2005). Preprint Enumerating possible Sudoku grids. <http://www.shef.ac.uk/~pm1afj/sudoku/sudoku.pdf>, June, p. 18.
- Lynce, I., Ouaknine (2005). Sudoku as a SAT problem. Proceedings of AIMATH 06.
- Hayes, B. (2006). American Scientist, Vol. 95, pp. 12-15.

אתרי אינטרנט

1. <http://www.sudoku.co.il>
2. [http://he.wikipedia.org/wiki/סודוקו/](http://he.wikipedia.org/wiki/סודוקו)
3. <http://gameon.tapuz.co.il/>
4. <http://www.ynet.co.il/home/0,7340,L-1434,00.html>
5. www.sudoku.name
6. <http://www.upload.co.il/stage/studio/creation.asp?id=354>
7. <http://sudoku.haad.org>

מקורות

- אביטל, ש., תש"מ, מספרים בעיגולים, גיליונות לחשבון ולמחשבה, כרך ב' (58).
- אלף אפס, 2001, מרבעים את המעגל. כתב-עת מכללת ירושלים, עמ' 23.
- אמסלם, מ. 2004, מה אפשר לעשות עם 9 מספרים ומשולש אחד? מספר חזק 2000, 9, כתב עת להוראת מתמטיקה בביה"ס היסודי, עמודים 34-37.
- גולד, ו., 2005, סודוקו, 2. תל-אביב, כנרת.
- דקל, ב., לב-אדלר, ע., 2005, שיגעון הסודוקו – ספר הסודוקו המלא. חמד, ידיעות אחרונות.
- יוגב, א. 2005, סודוקו. קוראים.
- סטופל, מ., תשנ"ז, משימות ושעשועי מתמטיקה כאמצעי ליצירת הנעה והשבחת לימודי המקצוע. שאנן, ג', שנתון המכללה האקדמית הדתית לחינוך, חיפה, עמודים 149-163.
- סטופל, מ. תשנ"ט, הצגת משימות ככלי להגברת מוטיבציה ופיתוח החשיבה בלימודי חשבון ומתמטיקה. שאנן, ג', שנתון המכללה האקדמית הדתית לחינוך, חיפה, עמודים 169-180.
- Griffits-Jones, S. (2005). *The Sudoku Book: An Introduction to Su Doku with 1001 Puzzles*. Harrison House.
- Mephram, M. (2005). *Sudoku – The Hot New Puzzle*. Pinguin, USA.