



הנושא: מתמטיקה עברית בעברית, בעקבות ספר כליל החשבון מאת דוד פריזנהויזן, ברלין, 1796

הוכן ע"י: אברהם תורגמן.

תקציר: המחבר מספר על חייו של מחבר הספר 'כליל החשבון' – דוד פריזנהויזן וסוקר את ספרו. הספר נכתב בברלין, 1796 ונכתבו בו הן ההסברים והן המתמטיקה בעברית. המאמר מכיל דוגמאות מתחום האלגברה והגיאומטריה בצירוף תצלומים מהספר המקורי.

מילות מפתח: היסטוריה של המתמטיקה, דוד פריזנהויזן, ספר כליל החשבון, אלגברה, נוסחאות הכפל המקוצר, חילוק פולינומים, הנדסה, גיאומטריה, הנדסת המישור, גיאומטריה המישור, מרובעים.

החומר פורסם במסגרת: עלייה 38, תשס"ז 2007, עמודים 41-48.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 8 עמודים.



מתמטיקה עברית בעברית

בעקבות : ספר כליל החשבון מאת דוד פריזנהויזן, ברלין, 1796¹

אברהם תורגמן

atur@013.net

ירושלים

ספר כליל החשבון (איור 1), נשוא מאמר זה, לא רק שאינו תומך

הקדמה

במקצועות לימוד, שלהם זיקה לשאלות דת, השקפה או הלכה, מקובל להבחין בין ספרים, מחברים ודרכי הוראה המיועדים לאוכלוסיה כללית מחד, לבין אלה המיועדים לאוכלוסיה דתית מאידך. ואכן, הוראת מקצועות כמו תנ"ך, תושבע"פ, מחשבת ישראל ועוד, במוסדות דתיים (בחינוך ממ"ד או עצמאי), שונה בתכלית מזו הנהוגה בבתי ספר ממלכתיים-כלליים. הדברים נכונים בכל שכבות הגיל, החל בגני הילדים ועד למוסדות להשכלה גבוהה ומחקר.

לעומת זאת, ישנם מקצועות לימוד, במיוחד במדעי הטבע, אליהם נוטים להתייחס כאל מקצועות אוניברסאליים, החוצים אוכלוסיות, מגזרים ודתות, בהיותם נטולי כל זיקה או השפעה דתית או אתנית. למקצועות אלו מייחסים בדרך כלל שפה אחת ודברים אחדים. היינו, לכל מקצוע כזה יש שפה וטרמינולוגיה אוניברסאליים.

דומה כי מקצוע הלימוד הבולט ביותר בקטגוריה זו הוא המתמטיקה. כלומר, יש מתמטיקה אחת לכל – לדתיים ושאינם דתיים, ליהודים, לסינים ולכל בני אנוש! ההבדל היחיד הוא שפת כל עם ועם – שפת ההגשה וההוראה של הכותב והקורא.



איור 1 – ספר כלי החשבון, 1796

בהתייחסות כזו למתמטיקה, אלא שממנו עולה התייחסות יהודית וייחודית למתמטיקה, החל ברצינות לצורך בלימוד המתמטיקה, דרך הטרמינולוגיה וכלה בשפת הכתיבה וההגשה. מכאן נגזר שם המאמר – מתמטיקה עברית בעברית. עם זאת, נעיר כבר כאן, כי ספר כליל החשבון אינו ספר המתמטיקה היחיד או הראשון שנכתב על ידי יהודים דתיים או רבנים. ראו למשל, הספר 'מונה מספר' מאת סעדיה שוראקי, מהמאה ה-18. הוא עוסק בלימוד החשבון השימושי ומעט מההנדסה ברמת בית הספר היסודי וגם זאת לא באופן מלא. ספר אחר הוא הספר 'אייל משולש', מתמטיקה, אסטרונומיה והנדסה מאת הרב אליהו בן שלמה זלמן קרמר, (1720-1797), המכונה הגאון מוילנא או הגר"א. זהו, למעשה, הספר היחידי שהגר"א עצמו כתב, ובכך ייחודו. שאר הספרים הנושאים את שמו נכתבו על ידי אחרים, בשמו או על-פי שיעוריו. השם 'אייל משולש' מרמז על שלושת נושאי הספר הקשורים זה לזה – מתמטיקה, אסטרונומיה והנדסה.

¹ תודתי הרבה למר משה מיכלס על שהסב תשומת ליבי לספר זה והשאיל לי העותק שהגיע אליו בעת שליחותו בבריה"מ לשעבר. עותק שלם יותר מצאתי בספריה הלאומית בירושלים, כמצוין ברשימת המקורות.

מדוע מתמטיקה תחילה?

לאחר שמצא צידוק ללימוד מדעים ולאחר שלמד בעצמו ענפי מדע שונים, הוא ניגש תחילה לחיבור ספר זה העוסק באלגברה ובגיאומטריה. הנימוק לכך – המתמטיקה היא התשתית ההכרחית לכל דיסציפלינה מדעית אחרת, ולא ניתן להסתפק בחשבון הבסיסי בלבד. האלגברה היא כללית ובעזרת כמה כללים יוכל הלומד לפתור "כל שאלה עמוקה" שתתעורר בכל דיסציפלינה אחרת. כך הפיץ הידע הרב שלמד ברבים, וכלשונו: "עליתי הנה לאופני עמי את אשר קרה לי בחוכמות אלה", וזאת כדי לחלוק אתם את היכולות וההנאות שהוא עצמו השיג.

קהל היעד, שם הספר, תוכנו, אופי הבעיות, לשון ומושגים עבריים

קהל היעד ואופן הלימוד – את הספר ייעד כך לקוראים "הישיבתי אלהי תורה אלהי חכמה". כספר ללימוד עצמי. לכן שאלות ובעיות רבות שבספר לקוחות או עוסקות בנושאים ממקורות יהודיים – *ע"פ ע"פ קצ"ק*, שלא כשאר הספרים שעסקו "השאלות קצ"ק" ופיתחו לא יודעו ולא ידעו. אבל בהכירו את הקורא המיועד וחששותיו, כך מרגיע את הקורא המתחיל, החרד מאלגברה, ומציין כי אין לימודה קשה יותר מהחשבון הרגיל והיא אף יותר קלה, אם רק ילמד הקורא את הסימנים ויתרגל דרכי הפתרון. בנוסף, כך מבטיח לקורא כי אם "קראו בספר הזה שם אלהי חכמה אלהי חכמה", באופן סדיר ועקבי על כל פרקיו, "לא יכלה חכמי שנה ויזדלזל כל האומר בו ויגדלו".

שם הספר – כך מנמק שם ספרו – ספר כליל החשבון – בכך שלשורש "כלל" שתי משמעויות, אחת – "כלל" ההיפך מ"פרט" והאחרת – כלל מלשון כליל "היופי וההדר", כמטרת הספר להציג "כללים כוללים" ולסדרם "בתמונה קצרה ומהודרת" כדי לגרום לקורא שיוכל להפנימם ולזכרם.

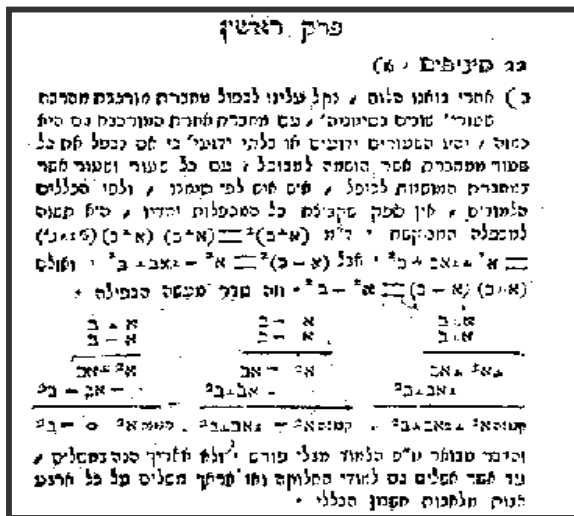
תוכן הבעיות המתמטיות – כאמור, כך לא כלל בספרו שאלות ובעיות שעיסוקן "השאלות קצ"ק" אלא רק בעיות רציניות וכאלה שעסקו והבהירו שאלות ובעיות יהודיות שמקורן – ש"ס וספרי קודש, כדי שהקוראים יפיקו ממנו תועלת ושלא יהיה לימוד המתמטיקה לריק, מחד, ומאידך, כדי לא לעורר בקורת על הספר מצד לומדי תורה ובכך עלולים לדחותו.

פגיעה בלימודי הקודש, כישלון, מכשול וחטא – בעקבות התהיות והשאלות הגיע כך למסקנה, כי יהודים לא למדו לימודי חול, לא מתוך איסור, אלא "תוקף השאלות ורוב צרות" הם שגרמו, כהכרח לא יגונה, להזנחה של לימודי החול, עד כדי איבוד כל הספרים שהיו בנושאים אלו, וזאת משום שיהודים התרכזו "השאלות קצ"ק", שבלעדיה לא תהיה זכות קיום לעם ישראל. אולם אחרי ש"השאלות קצ"ק" כבר לא היה עוד צידוק לכך, ולכן כך התייחס להמשך הזנחת לימודי החול ככישלון ומכשול. יתר על כן, הוא טען עוד, כי אי לימוד מדעים והיעדר ידע וספרים עבריים גרמו לפגיעה ישירה בלימודי הקודש, שכן איש לא הבין נושאים רבים ביהדות שהבנתם נסמכה על חוכמות החול – בכך אף ראה חטא דתי. אשר על כן החליט ללמוד, ללמד ולכתוב ספרי מדע.

צידוק הלכתי ותרומה ישירה לאמונה הדתית – בעקבות כל הנ"ל החל כך כאמור, ללמוד לימודי חול. הוא עשה זאת במקביל ללימוד הקודש ובמשך כעשר שנים הוא *הוא אלהי חכמה אלהי חכמה* ביום. הוא אף מצא לכך צידוק הלכתי בשולחן ערוך. לימודי החול אכן סייעו לכך להבין סוגיות ונושאים רבים בלימודי הקודש. הדבר גרם לו סיפוק ושמחה גדולים עד כי סבר: "התעורר הלב אלהי חכמה אלהי חכמה אלהי חכמה" – צידוק מלא ללימוד לימודי החול – הצידוק הראשוני והעיקרי שהביאו ללמוד לימודי חול. למרות זאת, ככל שכך למד יותר, הוא טען כי גם בלי הצורך של לימודי החול להבנת לימודי הקודש, הרי שעצם לימוד המדעים הוא ערך חשוב מאוד בפני עצמו "כי החוכמות אלה אלהי חכמה אלהי חכמה אלהי חכמה" *הישיבתי אלהי חכמה אלהי חכמה* כבוד השם אין *השאלות קצ"ק*. כלומר תרומת המדעים, לאמונה הדתית בבורא עולם ובחוכמתו, הינה ישירה, מרובה מאוד ועומדת כערך בפני עצמו. יתר על כן, התורה היא "אק אלהי חכמה אלהי חכמה" *השאלות קצ"ק*, ולכן יש ללמדם⁵.

⁵ בהסכמה לספר, שנכתבה על-ידי הרב צבי הירש – הרב ואב בית דין של ברלין והמחוז, על דעת בית דין, מחזק הרב הירש את הצידוק ההלכתי דתי ללימוד לימודי חול בטענה כי התורה היא המקור והבסיס לכל שבע החוכמות ובעבר כל יהודי למד וידע אותן, ורק בשל הגלות נתעלמה חוכמת לימודי החול מישאל ונשתרשה בגויים ובכך נגרם נזק גם לתורה – אם יתר החוכמות. גם הירש מכיר בנחיצות לימוד החול כחלק אינטגרלי להבנת עניינים וסוגיות רבות בתורה ובתושבע"פ, ומונה רשימה ארוכה מהם. הירש מעודד ומצדיק כתיבת ספר זה, "כללי חוכמת האלגברה גברת החכמה", בהעדר ספרים דומים בעברית. הירש משבח הספר בהיותו ערוך היטב ללימוד עצמי אף בלא "עשות רב וקניית חבר". הירש מנמק עצם ההסכמה לספר זה חרף הינורותו ממתן כל הסכמה גם לספרי קודש ב"טעמים הכמוסים עמדי".

קטע א: באיור 2 מובא חלק מסעיף 22 של פרק ראשון בספר העוסק בנוסחאות הכפל המקוצר.



איור 2 קטע מדף כ עמוד ב – נוסחות הכפל המקוצר

בסעיף א (נמחק מטעמי מקום) מובאים הגדרות והסברים ביחס לסימני המכפלות של מספרים מכוונים – חיוביים ושליליים. בסעיף ב המופיע לעיל מודגמות מוסברות ומוכחות נוסחאות הכפל המקוצר לסכום ולהפרש. שימו לב לצורת הכתיבה (קראו הכל מימין לשמאל!):

1. נוסחת סכום

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$$
 2. נוסחת הפרש

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2$$
 3. מעורבת

$$(a+b)(a-b) = (a-b)a + (a-b)b = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$
- השוו לצורה המקובלת והידועה (משמאל לימין):
1. $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$
 2. $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2$
 3. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

דין

דומה, כי אכן, אין השימוש באותיות עבריות כמשתנים וכתיבה מימין לשמאל נורא כל כך. וגם אין קושי רב להתרגל לכך, הלא כן? נסו שימושים אלו כתרגילי כיתה בשתי הדרכים.

גיאומטריה – כך כלל בספר גם את יסודות הגיאומטריה, "חוכמות הארצות", בניגוד לספרי מתמטיקה אחרים שהיו בשוק בזמנו, משום שגם היא נחוצה והכרחית להבנת נושאים וסוגיות ביהדות כנ"ל.

מינימום הכרחי – מאידך, הנושאים - "העניינים והחקירות" הכלולים בספר הם רק אלה "שנחוצים... איש לא ירצה אל חומק שאר החוכמות והחלקי הארצות". כלומר, הוא כלל בספר רק את המינימום ההכרחי להבנת יתר הדיסציפלינות המדעיות או הנושאים והסוגיות שביהדות.

לשון ומושגים – כך מתנצל מראש על שגיאות לשוניות או תחביריות שייכתנו בספר, שכן מראש אין כוונתו בספר זה ללמד הקורא לא את "העניינים" ולא את "החוקים" (ראו הערה 5). את חולשתו בתחומים אלו הוא מנמק בכך שלא מצא "ספר אחר החוכמות" שבו מובא "חוכמת" ממנו יכול היה ללמוד באופן עצמאי נושאים אלו ולכן העדיף לחבר ספר זה גם במחיר שגיאות לשון מאשר לא לחברו כלל. כך אף נדרש לחדש הגדרות ומושגים בעברית, כהכרח לא יגונה, היות ולא מצאם בשום ספר ומפני ש"העניינים" היו "אין סופיים".

מתמטיקה עברית בעברית – כתב רש"י, כתיבה מימין לשמאל וסימנים עבריים כמשתנים

בנוסף לנ"ל כך מסביר, כי בניגוד למקובל ולנפוץ, גם בשפות זרות וגם "העניינים" (גרמנית), לכתוב מתמטיקה משמאל לימין הוא החליט לכתוב הכל מימין לשמאל. כך נימק החלטתו מחד, בכך שאנו "העניינים" כותבים וקוראים מהימין אל השמאל" ואף שהדבר עלול להקשות על הקורא שאינו רגיל בכך, הרי ש"אנכי ידעתי מניסיון" כעבור "יום אחד" יו"א"ק" הקושי יעלם. ומאידך, הספר מיועד לקורא המתחיל שאין לו כל ידע והרגלים קודמים העלולים לגורם קשיים. מאותם נימוקים כך בחר להשתמש באותיות הדפוס העבריות כדי לסמן משתנים ולא באותיות לטיניות כמקובל. כל האמור לעיל ובנוסף השימוש בכתב רש"י ולא באותיות מרובעות (כתב אשורי רגיל), יוצר אכן ספר מתמטיקה עברית בעברית מיוחד במינו, מכל בחינה שהיא. להלן נציג שלושה קטעים מהספר המדגימים וממחישים, כי אכן מדובר במתמטיקה עברית בעברית.

שימו לב עוד ל:

• לשון המחבר (תחילת סעיף ב): "אחרי האל"ף
האוסף נקל עליו לכתוב מחברת (=רב-איבר)
מחברת מהפכה שיעוריים של חלקי הסמלית. עם
מחברת אחת המחברת עם היא כמלה יחיד
פשיטתית יחידית או בלתי יחידית...". במילים
אחרות, בלשון ימינו, כך מסביר העיקרון של כפל רב-
איבר ברב-איבר, בין אם מדובר במספרים פרטיים
(יחידים) ובין אם מדובר במשתנים (בלתי ידועים),
כשהעיקרון הוא לכפול כל מחובר (שיעור) ברב-איבר
(במחברת), שהוא הנכפל (מכופל) עם כל מחובר (שיעור)
ושיעור) ברב-איבר הכופל, תוך שימת לב לסימני
המספרים (איש איש לפי סימנו) ולפי כללי הכפל של
מספרים מכוונים (ולפי הכללים הלימודיים).

• הוכחת נוסחות הכפל מבוצעת על יד הכפל של
רב-איבר ברב-איבר בצורה מפורשת. את השיטה
המוצעת על ידי כך מן הראוי לשקול. השימוש בה
בכיתה גם היום עם התאמת הכיוון והסימנים, בהיותה
פשוטה אינטואיטיבית וחזותית (הכפל מבוצע בצורה
הטבעית - איבר איבר):

$a+b$	$a-b$	$a+b$
$a-b$	$a-b$	$a+b$
a^2+ab	a^2-ab	a^2+ab
$-ab-b^2$	$-ab-b^2$	$-ab-b^2$
a^2-ab-b^2	$a^2-2ab+b^2$	$a^2+2ab+b^2$

כאשר במקור (איור 2) ליד כל תוצאה מופיעה המילה
"קבוצה" במשמעות – ביטוי רב-איבר.

קטע ב: באיור 3 מובא קטע מתוך "פרק שני" (דף כג
עמוד ב ודף כד עמוד א). בקטע זה מוסבר ומודגם
חילוק רב-איבר ברב-איבר (פולינום בפולינום). דרך
החילוק דומה מאוד לזו המופיעה בספרי המתמטיקה –
חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי. (ראו למשל: חשבון
אינפיניטסימאלי I, יחידה אחת עמ' 52, האו"פ). בקטע
זה מובאות בספר שלוש דוגמאות, בהן החלוקה היא
ללא שארית ואילו בדוגמה הרביעית יש שארית. אנו
נדגים ונסביר את הדוגמה (=משל) הראשונה והרביעית.
תרגיל החילוק מוצג כך שמשני צידי המחולק מופיע קו
הפרדה אנכי (|), באופן שהמחלק (=חולק) נרשם בצידו
הימני והמנה בצידו השמאלי. או בלשונו של כך (דף כג
עמוד א): "לפני החלק (המחלק) מיינין
המחלק. ואז היוצאת על שמאל" כאשר כל רב-

איבר (פולינום) מסודר לפי סדר יורד של החזקות
כדלקמן:

חילוק פולינומים ללא שארית – דוגמה I

הדוגמה במקור:

חולק (מחלק)	מחולק	מנה
$4a^2 - 6a + 9$	$8a^3 + 27$	$2a + 3$
(א)	$8a^3 + 12a^2 + 18a$	
(ב)	$27 - 12a^2 + 18a$	
(ג)	$27 - 12a^2 + 18a$	
	0	

דיון

שלבי החילוק כאמור הם בדיוק כמקובל היום (לא ברור
מי קדם):

כמעשה החלוקה בחשבון הפרטי
(אריתמטיקה), כן משפט החלוקה בחשבון
הכללי (אלגברה), והוא לחלק שיעור ראשון
שבמחולק עם שיעור ראשון שבחולק,
ולכפול אחרי כן את כל החולק עם המנה
הנמצאה, ולגרוע את המכפלה מהמחולק
כמשפט הגירעון. וכאשר יהיה נותר
(שארית), נשוב לחלק הנותר עם החולק
כמשפט הראשון, ולהרכיב את המנה
החדשה עם המנה הנמצאת ראשונה, וכן
יעשה עד תם כל החלוקה. ואם ישאר
באחרונה איזה שיעור אשר אין להתחלק
עם החולק, נרכיב את השיעור ההוא עם
החולק כאשר אתה רואה צמשל 7 (דוגמה
4).

כלומר, שלבי החילוק, כשהם מודגמים על הדוגמה
הנ"ל, הם:

1. מחלקים את החזקה הגבוהה ביותר של המחולק
($8a^3$) בחזקה הגבוהה ביותר של המחלק ($4a^2$)
ורושמים את המנה ($2a$) משמאל למחולק.
2. כופלים את המנה שהתקבלה ($2a$) בכל המחלק
ורושמים את המכפלה מתחת למחולק (שלב א).
3. מחסרים את המכפלה מהמחולק כתרגיל חיסור רגיל
ורושמים ההפרש מתחת (שלב ב).

חילוק פולינומים עם שארית – דוגמה IV

הדוגמה במקור :

חולק (מחלק)	מחולק	מנה
$\begin{array}{r} 2-2אב+ב^2 \\ 2א^4-4א^3ב+6א^2ב^2-4אב^3+2ב^4 \\ \hline 2א^4-2א^3ב+4א^2ב^2-2אב^3+2ב^4 \\ \hline 2א^3ב-2א^2ב^2+2אב^3-2ב^4 \\ \hline 2א^3ב-2א^2ב^2+2אב^3-2ב^4 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2א^4-4א^3ב+6א^2ב^2-4אב^3+2ב^4 \\ \hline 2א^4-2א^3ב+4א^2ב^2-2אב^3+2ב^4 \\ \hline 2א^3ב-2א^2ב^2+2אב^3-2ב^4 \\ \hline 2א^3ב-2א^2ב^2+2אב^3-2ב^4 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2א-2ב \\ 2א-2ב \\ \hline 0 \end{array}$

או $(4א+1-2ב)ב^2$ (בדקו!)

דיון

1. לנוחות הקורא השארית הושארה למטה ולא נרשמה ליד המנה כפי שמופיע במקור (עמוד כד). למעשה תוצאת החילוק השלמה היא המנה (שהתקבלה) + השארית כשהיא מחולקת במחלק. היינו:

$$\frac{2א^2(2א-2ב)}{2א-2ב} + 2א-2ב = 2א^2-2אב+2ב^2$$

(זהו כל הביטוי המופיע מתחת לכותרת "מנה" במקור).

2. מתחת למשל הרביעי (דוגמה 4) מובא ההסבר לסיום החילוק - כי מחזרת (א) הנוותרת איננה מוכשרת להתחלק עם החולק, כי אין זה שיעור א' כלל. ועל כן יש לרשום כשבר - המנה אשר תלך מהתחלקת המספרים אשר תורה עליו מחזרת (א) עם המספר אשר יורה עליו החולק - כלומר, השארית היא המונה, והמחולק הוא המכנה, ולהוסיף שבר זה למנה שהתקבלה בחילוק כמוצג בחזרה 1 לעיל.

3. המחבר מסב תשומת הלב לכך שבעצם המחלק הוא הביטוי $(א-2ב)^2$. בדקו והשוו לנוסחת הסכום!

4. נסו לבצע חילוק רב-איבר ברב-איבר תוך שימוש באותיות לטיניות כמקובל בימינו והשוו בין שתי השיטות.

4. מבצעים, שוב ושוב את השלבים 1-3 על ההפרש עד שהחילוק מסתיים או עד שמתקבלת שארית שדרגת נמוכה מזו של המחולק (בדוגמה זו השארית - 0).

פרק ראשון

עם המנה הנמצאת ראשונה / וכן יתפשט עד חס כל המחלקה / ואם ישאר באחרונה חזרה שיעור אשר אין להתחלק עם החולק / נרביב את השעור ההוא עם החולק כאשר חזרה נמשל ד' / ואלה המשל:

(I) $\begin{array}{r} 2א^4-4א^3ב+6א^2ב^2-4אב^3+2ב^4 \\ \hline 2א^4-2א^3ב+4א^2ב^2-2אב^3+2ב^4 \\ \hline 2א^3ב-2א^2ב^2+2אב^3-2ב^4 \\ \hline 2א^3ב-2א^2ב^2+2אב^3-2ב^4 \\ \hline 0 \end{array}$	(II) $\begin{array}{r} 2א^4-4א^3ב+6א^2ב^2-4אב^3+2ב^4 \\ \hline 2א^4-2א^3ב+4א^2ב^2-2אב^3+2ב^4 \\ \hline 2א^3ב-2א^2ב^2+2אב^3-2ב^4 \\ \hline 2א^3ב-2א^2ב^2+2אב^3-2ב^4 \\ \hline 0 \end{array}$
---	--

ששה משלים אלה הם המנה שלשה המשלם אשר הוצאו בכלל הכפילות / למקן יח' / לך לבחירה נמצאת על אמת שתי השכונות (9 / ח') / כי בשלשם שמו את המכונה לחולק / ואת המכונה למחולק / ונח הכופל למנה כמשפט (סס) / וליתר באור אכרז מלאת החלוקה נמשל הראשון / ונמנו תלמוד להגין בקלות נס המארים / כאשר

פרק ראשון

כאשר נתחלק שיעור הראשון $2א^4-4א^3ב+6א^2ב^2-4אב^3+2ב^4$ עם שיעור הראשון $2א-2ב$, בזה המנה בא (9 / ב') / מעשה חס נכפיל כל החולק במנה הכלל / ונרשמו אחר המכונה (ח) אשר הוצאו מחלקת המחולק / ונרשמו אחר המנה כמשפט הברק / והיתה המחזרת (3) למותר / כשנח לחלק שיעור הראשון $2א^4-4א^3ב+6א^2ב^2-4אב^3+2ב^4$ עם שיעור הראשון $2א-2ב$, מחלקת המחולק, ותלך המנה (3) (סס) / וכאשר נכפיל עתה במנה 3 הנמצאת / את כל החולק כאשר בכלל 3 / קטע מחזרת (3) למכונה / והיא שזה אל המותר / ע"כ לא יח' עוד מותר אחרי הברע המנה / ונח' מנה המכונה $2א-2ב$ / והוא הי' הכופל 3 נמשל ראשון אשר נכפילות

(I) $\begin{array}{r} 2א^4-4א^3ב+6א^2ב^2-4אב^3+2ב^4 \\ \hline 2א^4-2א^3ב+4א^2ב^2-2אב^3+2ב^4 \\ \hline 2א^3ב-2א^2ב^2+2אב^3-2ב^4 \\ \hline 2א^3ב-2א^2ב^2+2אב^3-2ב^4 \\ \hline 0 \end{array}$	(II) $\begin{array}{r} 2א^4-4א^3ב+6א^2ב^2-4אב^3+2ב^4 \\ \hline 2א^4-2א^3ב+4א^2ב^2-2אב^3+2ב^4 \\ \hline 2א^3ב-2א^2ב^2+2אב^3-2ב^4 \\ \hline 2א^3ב-2א^2ב^2+2אב^3-2ב^4 \\ \hline 0 \end{array}$
---	--

נמשל הרביעי הזה הק' רואה / כי מחזרת (א) הנוותרת איננה מוכשרת להתחלק עם החולק 3 / כי אין זה שיעור א' כלל / ע"כ המנה $2א-2ב$ הנמצאת / איננה מדויקת עד חס נוסף עלי' עוד את המנה אשר תלך מהתחלקת המספרים אשר תורה עלי' המחזרת (א) / עם המספר אשר עליו יורה החולק / ועל זה תורה התמונה (3) (ב') / אשר הרבנני על המנה הנמצאת 3 / כי א - 2אב + ב' המחזרת א' שזה אל המחולק הזה / אם תכפל ב' עם 4 ונקרע מהמכונה את השעור ב' / ונחרי כן תכפיל את הכל בס' 3 העומד באחרונה / והוא הוראת שתי תלך לזנה המקיפות את הכל / ר"ל שכל הנעדר נחוק / וכפל עם ב' העומד נחוק / ודע כי החולק גם מנה הנמצאת היא המכונה 3

איור 3 – חילוק פולינומים

- *זויות מתקשרות* (זויות נגדיות) – שתי זויות החולפות אחת בשנייה, שזוויתן הכוללת היא זווית ישרה. *זויות אלה, אלה, או האלה, הן זוויות מתקשרות.*
- *אלכסון* – קו היוצא מנקודה אחת והולך עד לנקודה הנגדית לה. *כמו אלה, הן זוויות מתקשרות.*

דיון

1. השמות והמונחים בהם נוקט כץ כשמוט למרובעים ולמושגים השונים, כתרגום למונחים בגרמנית (ראו איור 4), מעידים לטענתו על היעדר מונחים עבריים ולכן הוא נאלץ לחדש מונחים כאמור.
2. כץ בחר להגדיר המרובעים השונים בהתבסס על שיויון או אי-שוויון של צלעות וזוויות מבלי להשתמש במושג המקבילות כמקובל היום. צורת הגדרה זו מצביעה על התופעה של בחירת תכונה מסוימת כהגדרה בעוד תכונה אחרת טעונה הוכחה, באותה המידה אפשר היה לנהוג באורח הפוך.
3. בעקבות סעיף 2 מוצע להציג בפני תלמידים תרגילים בהם ייעשה שינוי של הגדרות ותכונות.
4. בכל הגדרה כץ מפנה את הקורא, לצורך הדגמה והעמקת ההבנה, לצורה המתאימה, אחת או יותר, שכלול הנחושת על פי מספרה. השימוש בלוחות אלו חוסך מחד, הרבה מקום בספר ומאידך, עונה על הצרכים הן של המחבר והן של הלומד.
5. הלשון בהגדרות הנ"ל היא לשון המחבר גם אם אינה תואמת את הלשון התקנית כיום (הערה 4).
6. בסעיף ב בהמשך (איור 4) כץ מגדיר את המושג גובה – "שעור גובה" בהבחינו בין משולשים חדי זוויות וקהי זווית ובין מרובעים שונים בהם הגובה יכול שיהיה בתוך הצורה או מחוצה לה.
7. לאחר מכן (סעיף 33) כץ עובר לדון בתכונות המרובעים ובכללן – זוויות נגדיות שוות וצלעות נגדיות מקבילות בכל אחד מהמרובעים שהוגדרו – ריבוע, מעוין, מלבן ומקבילית. להוכחת תכונות אלו, כמקשה אחת, הוא משתמש בחפיפת משולשים תוך שהוא נעזר בצורות המתאימות מלוח II שבאיור 5.

סיכום

הקטעים שהוצגו לעיל ממחישים את דרך הכתיבה והחשיבה של ספר כליל החשבון ויש בהם להצדיק כותרת המאמר "מתמטיקה עברית בעברית" מבחינת השפה (הקטעים המצוטטים נאמנים למקור!), ההסברים, הכתיבה מימין לשמאל, השימוש באותיות

עבריות כמשתנים, הטרימינולוגיה שבה משתמש המחבר, ההגדרות, השימוש בלוחות הנחושת, נושאי המתמטיקה שבספר ועוד. להצגה מלאה של כל הנושאים המתמטיים שבספר, לאופן ולסדר הופעתם בו ולמאפיינים ייחודיים לדרך ההגשה של המחבר יוקדש מאמר נפרד. מאמר נוסף ייוחד לבעיות מתמטיות נבחרות מתוך הספר, בעיות בעלות עניין מיוחד.

עם זאת, יהיה זה מתאים לסיים מאמר זה בדברי המחבר על אמונתו ביכולתו של כל לומד ללמוד כל מקצוע בכלל ומתמטיקה בפרט כמסר לחינוך מתמטי. הדברים, מסוף המבוא לספר, ללא כל שינוי או עריכה הם:

מענה אתה קורא האהוב! אם באתם וכתמים חפצתם וחשקתם בחכמה זאת לאמר לה אחותי את, אל תחשבו בלבדך כי רחוקה היא ממך, ולא תוכל לבוא אליה מבלי מלמד יורה לך הדרך ולסכל לך המסילה, לא כן תדמה בנפשך; אבל דע כי הרצון והחפץ והכסף החזק, הם המה לבדם המלמדים לאדם כל דבר חכמה ודעת. כי לולא כן מי הוא זה ואיזה הוא, אשר לימד לחכמים הקדמונים, אין זאת כי אם חדשם מדעתם ומרוחב לבם. אך לא איש אחד לבדו ולא עשרה ולא מאה חדשן הכל, כי אם הרבה יחד אין מספר זה בכה וזה בכה, אלה גברו בזאת החכמה או אחת מחלקיה, ואלה עשו חיל באחרת או אחת מחלקיה, ואחרים חספוס יחדיו והביאום אל תחת השלמות, וככה יעשו החכמים עוד היום פעם יחדשן ופעם יאספון, וככה יהיה בימים הבאים אחרינו. כי החוכמות והמדעות כלם נטועים בלב האדם בכה, ויש אשר יעורר זה הגטוע מנפשו ויזילנו מן הכה אל הפועל, ויש אשר המלמד פה אל פה יעוררנו, או ספר מחובר על סדר נכון הלבבות הוא ילמדנו.

מקורות

1. גורן, ב., *אלגברה 5, יחידות*, הוצאת המחבר
2. ויקיפדיה האנציקלופדית החופשית – <http://he.wikipedia.org/wiki>
3. ליבוביץ, ד. ועמיתיה, 1977, *חשבון אינפיניטסימלי I, יחידות 1,2*, האוניברסיטה הפתוחה, תל אביב.
4. פריזנהויזן, דוד, התקני"ז 1796, *ספר כליל החשבון*, דפוס חנוך נערים, ברלין, ספריה לאומית ירושלים, S71A3793
5. קרמר, הרב אליהו, (המכונה: הגאון מוילנא או בקיצור - הגר"א, הגאון רבי אליהו, 1720 - 1797), *תשני"ה, אייל משולש, מתמטיקה, אסטרונומיה והנדסה, ירושלים* (אין שם הוצאה, הספר נמצא בספריית מכון לב - ביי"ס גבוה לטכנולוגיה ירושלים).
6. רפל, דב, *התשי"ן, שבוע החוכמות, הויכוח על לימודי החול ביחידות*, משרד החינוך, ירושלים.
7. שוראקי, סעדיה, *תש"ג, מונה מספר*, (עורך וכותב מבוא - גד בן עמי צרפתי), הוצאת אוניברסיטת בר-אילן, רמת-גן.