

הנושא: **מחשוב בכיתת המתמטיקה: אפשרויות הבאות** **בחשבון, חלק ג'**

הוכן ע"י: מיכל ירושלמי, אוניברסיטת חיפה.

תקציר: בחלק זה של המאמר מוצגת סקירה על סביבות לימודיות, בית ספריות, המאפשרות שילוב של למידה בעזרת מחשב בפעילויות חקר. בנוסף מוצגות מספר דוגמאות לשילוב ולהתאמה של תוכניות לימודים לסביבה לימודית הכוללת חומרה, תוכנה, אסטרטגיות הוראה חדשות, דרכי הערכה וכו'.

מילות מפתח: הוכחה, שיטות הוראה, ארגון למידה, הוראה בעזרת מחשב, עבודה שיתופית, ניסוי, שיטת חקר, חקירה מתמטית, השערה, הפרכה, הכללה, דיון, ידע, משוב, סביבה לימודית, ארגון למידה, תוכנה.

החומר פורסם במסגרת: על"ה 12, אדר תשנ"ג, 1993, עמודים 7-13.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 8 עמודים.

מיחשוב בכתת המתמטיקה: אפשרויות שבאות בחשבון חלק ג'

מאת: מיכל ירושלמי, אוניברסיטת חיפה

מתוך המאפיינים הללו מובן, כי אין עבודה בתוכנה יכולה להמעיט את הצורך במורה. אדרבא, כל עבודת החקר מתבססת על תמיכה ברמות שונות על-ידי מורה. נציג חלק מתוך מודלים שנוצרו תוך התנסויותנו בדרך עבודה זו בכתות בתי הספר העל-יסודיים בעשור האחרון.

א. תנאי מיחשוב בית-ספריים

לצורך הדיון נתעלם מן התחזיות המלמדות כי תוך שנים ספורות שולחנותיהם של כל תלמיד ושל כל מורה יהיו מצויידים במחשב. נתרכז בתנאים המינימליים המאפשרים לימוד מתמטיקה כיום בעזרת מחשב.

"המרכיבים המחשביים" במערך המינימליסטי הזה הם חדר מחשבים בית-ספרי היכול להכיל כתת תלמידים העובדים בזוגות, מחשב מקרן ומצגת (LCD) המתנייעים בין כתות הלימוד.

בכתת המחשבים תתנהל עבודת חקירה, איסוף נתונים, בדיקת השערות והפרכתן לפי הנחיות המורה ותוכנית הלימודים, ואילו בכתת לימוד ייערכו דיונים קבוצתיים תוך הצגת ממצאים על-ידי המורה ועל-ידי התלמידים במחשב הכתתי היחיד.

במסגרת 1 מוצגות כמה אפשרויות לשילוב בין המחשב הכתתי וכתת המחשבים, בהתאם לזמינות החומרה.

המהלכים המוצגים הם רק אחדים מתוך הרעיונות האפשריים. תוך עבודתנו בבתי הספר למדנו, כי אין גבול ליצירתיות המורים במציאת פתרונות לימוד במציאות הבית-ספרית הקיימת.

ב. חקר מתמטי מונחה: כיצד?

חקירה מתמטית אשר מבוצעת על-ידי מומחה מתוארת סכמטית במסגרת 2. זהו תהליך היצירה המתמטית כפי שנוסח על-ידי (Lakatos, 1976) המתמטיקאי והפילוסוף, ממנחי התפיסה הניסויית-למחצה (quasi empirical) של מתמטיקה. לפי תפיסה זאת, מרכיביה המרכזיים של יצירה מתמטית הם העלאת השערות, ניסוי, הוכחה והפרכה.

בשתי הסקירות הקודמות תוארו האפשרויות הגלומות במחשב לצורך לימוד המתמטיקה העל-יסודית מחד גיסא, ומאידך גיסא הובאו ממצאים המלמדים על חשיבות, כמו על הקשיים, שבלימוד בדרך החקר המונחה. מטרתנו בפרק זה להציג סביבות לימודיות, בית-ספריות, אשר מאפשרות שילוב של חקר בעזרת מחשב לתוך "סדר היום" של בית הספר העל-יסודי בארץ.

יש השואלים האם בכלל יכולה להתקיים סביבה לימודית שכזו בבית הספר העל-יסודי, בו הצפיפות בכתה ואילוצי תוכנית הלימודים הם תנאי היסוד. האם קיימת אפשרות שמערכת החינוך הפורמלי תטפח את החשיבה המקורית, הדמיון, היכולת והרצון להעלות השערות, לשאול שאלות וכמובן גם להשיב עליהן? רבים חושבים כי פעילות כזו הינה פעילות "העשרה" שמקומה מעבר לחינוך הפורמלי.

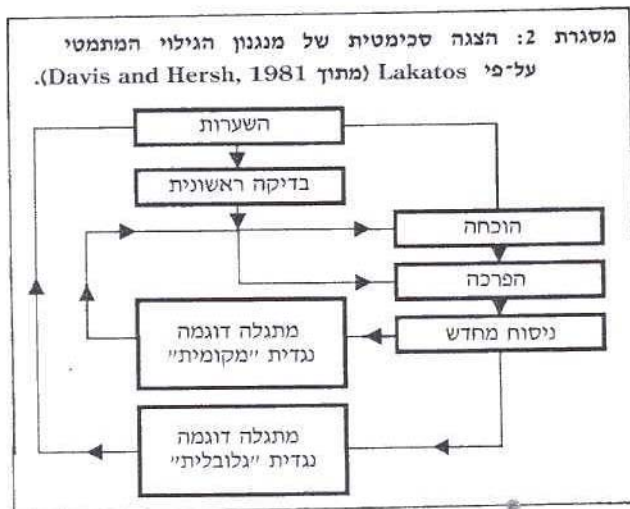
אנו גורסים כי מכיון שלימוד ויישום תהליכים אלגוריתמים במתמטיקה צריך להיות חלק בלתי נפרד של תהליכי חשיבה וגילוי, ומכיון שהמחשב יכול להיות מרכיב חשוב ביותר ביצירה של תהליכי למידה כאלה, יש לשלב ולהתאים את תוכניות הלימודים לסביבה לימודית הכוללת חומרה, תוכנה, איסטרטגיות חוראה חדשות, ניסוח מטרות למידה, דרכי הערכה וכו'.

על מנת להבין את חשיבות הלימודית הזו, הנתמכת בתוכנות, נחזור בקצרה על מאפייני התוכנות בהן נתרכז (ליתר פירוט ראה Schwartz, 1983):

- 1) בדרשיח שבין המשתמש והמחשב, המשתמש הוא המוביל.
- 2) המשוב אותו מקבל המשתמש הוא "משוב ראי איכותי" ולא "משוב שיפטי". המחשב אינו שופט ומעריך את ביצועי המשתמש, אלא מראה לו את תוצאות ביצועיו.
- 3) התוכנה מתרכזת ביחידת תוכן מסויימת, קבועה מראש (גם אם היא גדולה ורחבה מאוד). זאת בניגוד לשפת תוכנות, למשל, בה אפשר לעסוק בתחומי תוכן ומקצוע שונים.
- 4) התוכנה איננה עוקבת אחרי מהלכי המשתמש ואינה שומרת אותם בזיכרון המחשב (אלא במקרה שהמשתמש מבקש שמירה כזו) ועל כן היא איננה יכולה לדווח על עבודת המשתמש.

תהליך הלימוד תוך חקר בכיתת המתמטיקה צריך שיקלול מרכיבים דומים. בכתה, חקירה כזו מונחית בדרך כלל על-ידי המורה. כפי שגורס גלור (Glaser, 1968), על המורה להציג בפני התלמיד שאלות שהן מובנות (structured), כך שמצד אחד יגרמו להצלחת הלומד בפעילותו ומאידך תעודדנה אותו להגיע לגילויים עצמיים. בשיטתנו, המחשב משמש כעולם זוטא המזמן גירויים לגילוי, להעלאה ולהפרכה של השערות ואין הוא מחליף את התלמיד בתהליך החסר והוכחות ההשערות.

לכן, מטרות מרכזיות בחוראת המתמטיקה בשילוב מחשב ככלי חקירה כוללות חוראת מיומנויות אשר בדרך כלל אינן חלק רשמי של החוראה. נתבונן במספר דוגמאות.



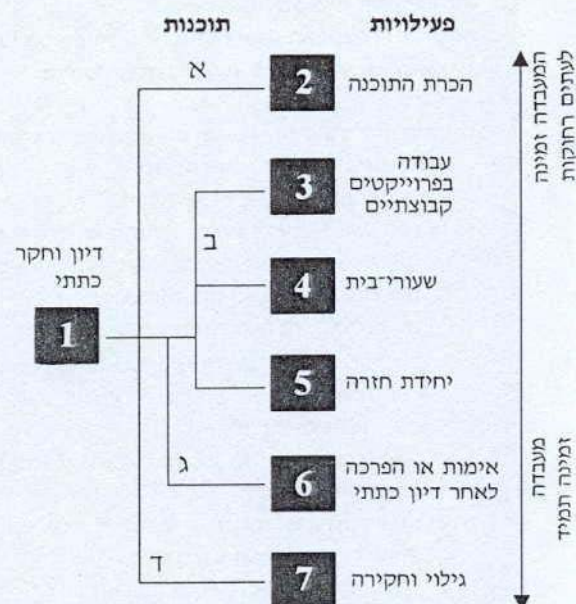
1) הכנת התלמידים לעבודת חקירה בכתת המחשבים

הספרות המקצועית חלוקה בשאלה האם רעיונות צומחים מתוך מידע ונתונים תוך כדי איסופם או שמא איסוף האינפורמציה הוא סלקטיבי והוא מוכתב על-ידי רעיון ראשוני ידוע מראש (ראה חלק ב' בסידרה). אין כנראה תשובה יחידה, אולם נסיונו מלמד כי תלמידים המתחילים את איסוף המידע ללא כל רעיון ראשוני מנחה אינם אוספים את המידע בצורה שיטתית ולא מסוגלים להכליל אותו לרעיון ולהשערה.

אחרים מתקשים בהכללה של רעיונות ואין הם רואים במצבים מתמטיים נתונים מקרה פרטי של אוסף רחב יותר. על כן, הם אינם יכולים לבצע חקירה וגילוי משמעותיים.

למרות שאין מירשם ל"המצאות", יש איסטרטגיות שתירגולן עוזר לתהליך החקירה והגילוי (דוגמה לכך במסגרת 6). לימוד המתמטיקה צריך לכלול לכן גם הדגמת איסטרטגיות חקירה על-ידי המורה ותירגולן בדיון כתתי מונחה.

מסגרת 1: אפשרויות שילוב בין מחשב כיתתי וכיתת מחשבים



תוכנית א

דיון כתתי בעזרת מחשב ומצגת, עבודה חד פעמית במעבדה רק לצורך הכרת התוכנה. הכרת התוכנה חשובה על-מנת לאפשר לתלמיד להעלות הצעות ענייניות לחקירה בזמן העבודה הכתתית.

תוכנית ב

המעבדה הבית-ספרית עומדת לרשות התלמידים רק מעבר לשעות הלימודים, וכמובן, לאו דוקא בהשגחת המורה (או: גודלה אינו מתאים לגודל הכתה ועל תלמידים לבוא בזמנם הם). במצב כזה יעבדו התלמידים על יחידות חזרה, פרוייקטים קבוצתיים ושעורי בית והמחשב הכתתי ינוצל לדיון בממצאיהם ולהעלאת רעיונות.

תוכנית ג

כאשר המעבדה זמינה לתלמידים כפעם בשבוע (מתוך ארבע), ניתן ללמוד נושא בשלמותו, תוך התבססות על עבודת התלמידים. הנה הצעה לחלוקת הזמן.

שעור 1: הצגת מושגים חדשים ורעיונות לחקירה.

שעור 2: חקירה עצמית או על פי פעילות כתובה במעבדה.

שעור 3: דיון בהשערות ובמצאים.

שעור 4: הרחבה, תירגול הוכחה בעזרת המחשב הכתתי וספר הלימוד הרגיל.

תוכנית ד

המעבדה זמינה תמיד וחדר לימוד המתמטיקה הוא חדר המחשבים. זוהי האפשרות המועדפת והיא מבטלת את הצורך לעמוד בחלוקה קפדנית בלוח זמנים בין המעבדה והכתה. היא מאפשרת גמישות, הפסקת עבודה לצורך דיון ועבודה עם קבוצות תלמידים.

מסגרת 3: פעילות בעלת דרגת פרוט גבוהה המלווה חקר בעזרת מחשב.

תחום	משוואת האסימפטוטות	מספר האסימפטוטות	יש/אין אסימפטוטות	הפונקציה
				$\frac{1}{x}$
				$\frac{2x}{x+1}$
				$-\frac{1}{x^2+3}$
				$\frac{2x^2-2x}{x-1}$
				$\frac{x(x+2)}{x^2-9}$
				$\frac{2x+1}{x^2+5x-6}$
				$\frac{x^5-10}{x^4+1}$
				$\frac{2+x}{x^2-4}$

- נסח את תנאי הקיום של אסימפטוטות מאונכות לפונקציות רציונליות.
- האם יכול גרף של פונקציה לחתוך את האסימפטוטה המאונכת שלו? נמק את תשובתך.

אסימפטוטות מאונכות

המשימה: למצוא את תנאי הקיום של אסימפטוטה מאונכת.

- לאילו מן הפונקציות הרציונליות שבטבלה יש אסימפטוטה מאונכת?
- האם תוכל לשער מהי הסיבה שלפונקציות רציונליות מסוימות יש אסימפטוטה מאונכת ולאחרות לא?
- לפניך תבניות של פונקציות רציונליות.
 - נסה לשער (נפ"י המסקנה אליה הגעת בסעיף 2) לאילו מהן קיימות אסימפטוטות מאונכות, כמה אסימפטוטות כאלו יש לה (אם בכלל) ומהן משוואות האסימפטוטות.
 - מלא בטבלה את העמודות המתאימות.
- כעת בדוק את השערתך במחשב. שרטט את הגרפים של הפונקציות המפורטות בטבלה. בתחום $(-20, +20)$. השווה את השרטוטים להשערותיך.
- האם בכל נקודת אי הגדרה של הפונקציה יש לפונקציה אסימפטוטה מאונכת?
- מצא דוגמה (מן הטבלה) לפונקציה שלה אין אסימפטוטה מאונכת בנקודת אי ההגדרה שלה.

- לפונקציות $\frac{2+x}{x^2-4}$ ו- $\frac{2x^2-2x}{x-1}$ אין אסימפטוטות מאונכות בנקודות אי ההגדרה $x=1$ ו- $x=-2$ בהתאמה. האם תוכל לנסות ולשער מהי הסיבה לכך?

- בדוק בעזרת המחשב קיום אסימפטוטה לפונקציה

$$f(x) = \frac{x(x+1)}{(x+1)^2}$$

נמק את התוצאה.

* זוהי טבלה של פונקציה רציונלית שכבר הופיעה בפעילות קודמת.

2) ומעבר לחקר הממוחשב: הפיכת הידע הפרטי לציבורי

בכל עבודה פרטנית (או זוגית כמוצג כאן) המתרחשת במסגרת כתה חייב להיות נסיון להפוך את הידע הפרטי לידע משותף של הקבוצה כולה. כיצד נעשה הדבר? מה המשוב שתלמיד יכול לקבל מהמורה ומשותפיו לכתה? מהי התרומה שיש לגילויים ולידע הפרטיים לכתה כולה? האם אכן אפשרי שתינתן הזדמנות לפרטים להשפיע על חלק ממהלך התוכנית הלימודית? דרך מעשית אחת להשיג חלק מהצרכים הללו היא לקיים דיונים כתתיים על ממצאי התלמידים. לדיון כזה יש לאסוף את השערות התלמידים (האיסוף יכול להתבצע לפני הדיון על-ידי בדיקת עבודות ה"מעבדה", על-ידי כתיבה על שקף תוך כדי העלאת ההשערות והצגת השקפים לכתה או על-ידי הצגה על הלוח בזמן הדיון). ההשערות תוצגנה על-ידי יוצריהן אשר יטענו וישכנעו לנכונותן ותבדקנה על-ידי הכתה והמורה. תרומת שעורי הדיון ניכרת בכמה תחומים: תלמידים לומדים לשוחח על מתמטיקה, בשפה מתמטית, מעבר להצגת הוכחה או תשובה סופית. הם מתווכחים עם

3) הנחיית התלמיד לחקירה דרך פעילויות כתובות

בעבודה במעבדת המחשבים, הפעילויות הכתובות הן הבסיס לחקירה וללימוד. פעילות כזו משמשת מסגרת להעלאת רעיונות רבי עוצמה תוך שהיא מציגה משימה ומדריכה את פעילות החקירה (ראה לירון 1986).

במסגרת 3 מוצגת דוגמה לפעילות כתובה בנושא האסימפטוטות. ננתח את החלקים המרכזיים במשימה כזו.

מטרת המשימה: מוגדרת היטב (הגדרת תנאי קיום לאסימפטוטות מאונכות). ההנחה היא שגם כאשר תחליק הלמידה מורכב מכיווני חקירה והשערות שהתלמיד צריך להחליט עליהם, מטרת החקירה חייבת עדיין להיות ברורה. מנסיונו למדנו (Yerushalmy et al. 1990), כי הגדרת מטרת המשימה המבהירה את השאלה הפתוחה, ממקדת את התלמיד בנושא הנדרש ויוצרת קשר ברור בין החקירה במעבדה ובין נושא הלימוד בכתה.

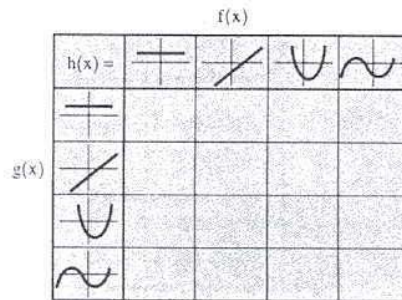
רמת הפרוט של ההנחיות לחקירה איננה קבועה והיא תלויה בגורמים כמו יכולת התלמידים (כללית ומתמטית), הידע שלהם בנושא הנלמד ו"מקומה" של הפעילות בהתליך הלמידה (הפעילות יכולה לשמש לניסוח שאלה פתוחה ולהצגת מושג חדש, לתירגול חומר נלמד או לסיכום של נושא), מיומנות התלמידים באיסטרטגיות חקר ונטייתו החינוכית של המורה (להרבה או מעט שונות בממצאי תלמידיו).

למשימה המוצגת במסגרת 3 רמת פרוט גבוהה מאד. במשימה אחרת (המוצגת במסגרת 4) הקשורה לאותו נושא של חקירת האסימפטוטות רמת פרוט פחותה בהרבה. במשיני

מסגרת 4: פעילות פתוחה מאד לחקר מונחה

המשימה: לאבחן צורות שונות של פונקציות רציונליות ולתאר את התנהגותן

השתמש בתוכנה "המשער האלגברי" על מנת לגלות קשרים חזותיים בין "מנות" של גרפים שונים (דמיין לעצמך את לוח הכפל המוכר, אלא שבמקום מספרים הצב גרפים של פונקציות).
 שרטט את התוצאות, נמק את השוני והדמיון ביניהם.
 שים לב במיוחד, להתנהגות אסימפטוטית של המנה.



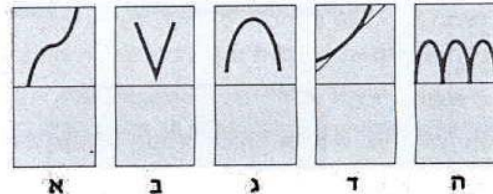
מסגרת 5: לימוד בעזרת מחשב "כתתי"

ידע קודם: נגזרות מיידיית של פולינומים והגדרת הנגזרת כשיפוע המשיק בנקודה

המטרה: הבנת מושג הנגזרת כפונקציה ותיאורה הגרפי.

הבעיה: שרטטו ביד חופשית את גרף הנגזרת לכל אחד מן הגרפים הבאים.

הערה: בכוונה תחילה מוצגת הבעיה ללא נתונים מספריים או סימבוליים, וזאת, על מנת לעודד העלאת השערות הנובעות מהגדרת הנגזרת ולא משרטוט תוצאת הנגזרת המיידית. דיוק השרטוט איננו חשוב במקרה זה.



תלמידים מתחלקים לקבוצות בצורה ספונטנית (הם רגילים לדיון משותף או עובדים בעצמם). הרעש בכתה עשוי להיות רב מכרגיל אבל בדרך כלל הוא תוצאה של דיבור "מתמטי". ללא כל ספק המשימה איננה פשוטה: עליהם להעריך את השתנות השיפוע בנקודות השונות. אם ירצו בכך, יוכלו לגשת למחשב ולחתנסות. העבודה תמשך כ-15 דקות ואז יתחיל איסוף החשערות ובדיקתן במחשב.

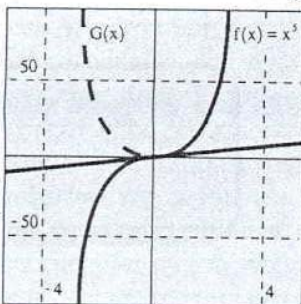
בתוכנה בה משתמשים כאן (Graphic Calculus) יש לשרטט את גרף הפונקציה ולבקש לראות את שרטוט המשיק בנקודות שונות על הגרף ואת שרטוט הנגזרת כתוצאה מציון שיפועי המשיקים בנקודות.

ואולם, על מנת להשתמש בתוכנה יהיה צורך לתרגם את השרטוטים הנתונים לתבניות אלגבריות מתאימות. הנה דוגמה של דרשיח בין תלמידים המבצעים את המשימה.

תלמיד: שרטוט א יכול להיות של הפונקציה $f(x) = x^3$ ולכן, כתוצאה מגזירה ברור לי שנגזרת היא $f(x) = 3x^2$ ולכן הגרף הוא פרבולה.

תלמיד: אבל אולי זה גרף של $\tan(x)$ ולא של x^3 ! אולי של x^5 !
אחר: תנסה לעשות זאת לפי הערכת השיפוע.

תלמידה: נראה לי שאני יכולה לומר כי מדובר בגרף סימטרי כי גם ב"התחלה" וגם ב"סוף" השיפוע גדול והוא הולך וקטן, אבל אני לא כל כך משוכנעת מה קורה ב"אמצע". יש שם משיק בכלל?



הנה תמונה מתאימה במחשב:

Gradient curve

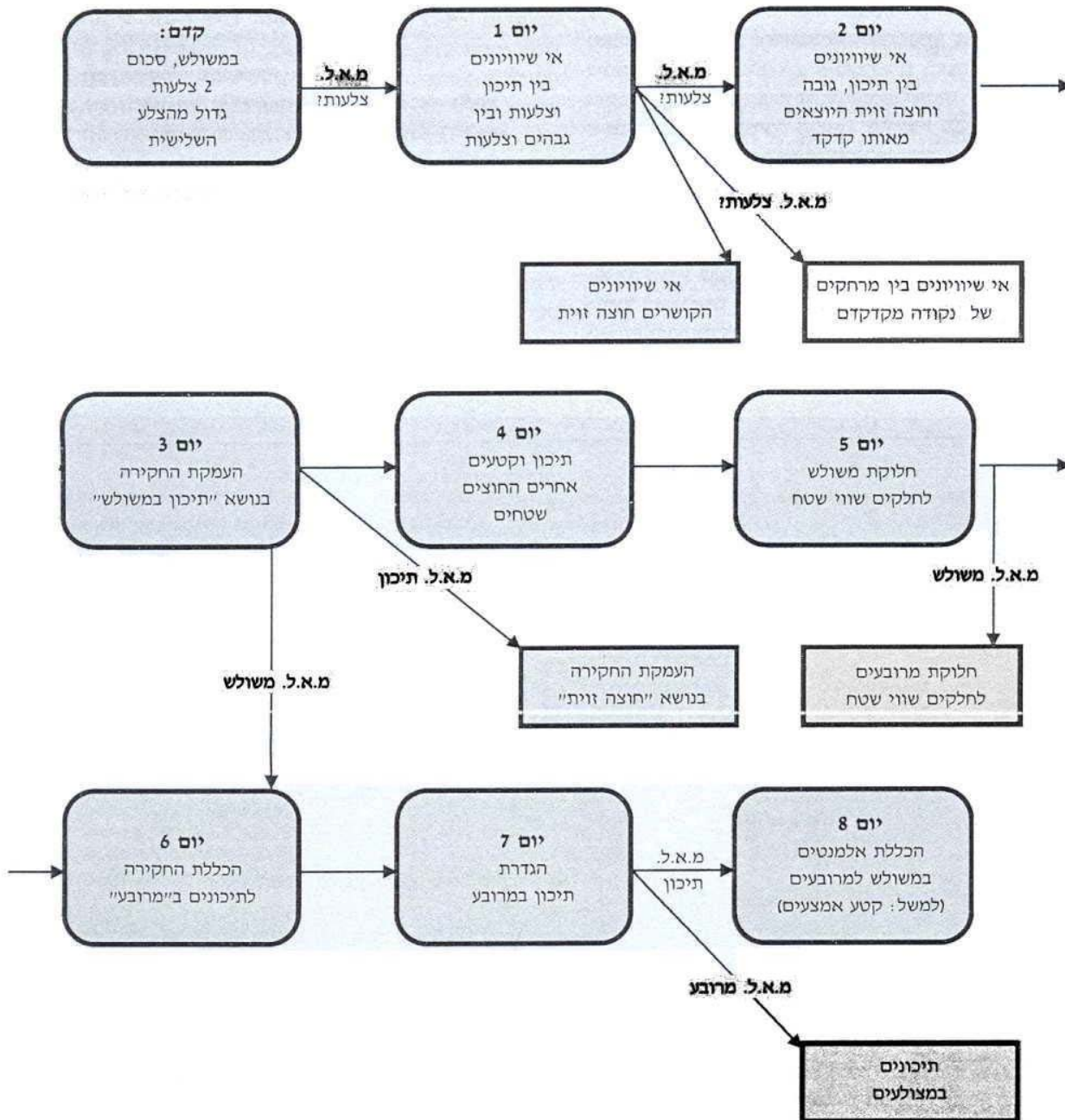
$$G(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$
 for $h = 0.1$

Gradient curve
 Number points per inch ()

חדיון יימשך (כנראה מעבר לשעת לימוד אחת) במבנה של השערה, שרטוט (לעתים על שקף המונח על המצגת המאפשרת השוואת גרף המחשב והגרף ששרטט על שקף לפי השערות התלמידים) ודיון בנקודות בעייתיות.

**מסגרת 6: תרשים זרימה המתאר מבנה של יחידת לימוד
"הכללות בגיאומטריה"**

היחידה נבנית בעזרת שאלת ה"מה אם לא?" (מ.א.ל.). במלבנים רעיונות נוספים שיכולים להכלל ביחידה כזו.



[מתורגם מ: Supposer Solutions, Yerushalmy et al 1991]

במסגרת 5 מודגמת בעיה באנליסה הנחקרת בעזרת
ה-(Tall 1991) Graphic Calculus והסיטואציה הכיתתית
סביבת.

5) בניית יחידת לימוד להוראת מיומנות חקירה

עד עתה הוצגו דוגמאות ללמידה בעזרת מחשב בנושאי תוכן
ממוסדים בתוכנות הלימודים. עתה נציג דוגמה ליחידת
לימוד המתרכזת בהוראת איסטרטגיה ומשתמשת בתחום
התוכן (גיאומטריה) כדוגמה להדגמת שיטת חקירה על-ידי
שימוש בהכללות. יחידת הלימוד מורכבת מנושאים ובעיות
אשר הקשר ביניהן נוצר על-ידי השאלה "מה אם לא?"
ואשר הרציונל והתוצרים שלה מוסברים אצל וולטר ובראון
(Walter & Brown, 1982). מחלק יחידת הלימוד מתואר
במסגרת 6. היחידה נלמדת בעזרת מחשב כתתי ואם אפשר
גם בחקירות בכתת המחשבים. היא משמשת לסיכום פרקי
לימוד (משולשים ומרובעים), מקשרת בין הנושאים השונים
ואף מעודדת הכללת מושגים ידועים לתחומים חדשים.

זו התלמיד יחליט באלו פונקציות ישתמש כדוגמאות והוא
גם עשוי להתפרש על כיווני חקירה רבים יותר מאשר אלו
שבמסגרת 3. הדיון בממצאים יהיה עשיר אך גם ארוך יותר.

בכל מקרה, תאור שלבי העבודה ודרכי ביצועם מתמקד
בהוראות מתמטיות ודידקטיות ואיננו כולל הוראות הפעלה
של התוכנה. על אלו להופיע כנספח או בשולי המשימה.

4) הנחיית כיתה בשעור "ממוחשב"

מרכיביו העיקריים של שעור כזה הם הצגת בעיה, הטלת
משימת חקירה שמתבצעת בקבוצות (ללא מחשב), העלאת
השערות ובחינתן במחשב הכתתי, סיכומן על הלוח וסיכום
הדיון. אלו הם גם מרכיביו האופייניים של כל שעור רגיל (לא
ממוחשב). מה אם כן הייחוד שבשימוש במחשב? המחשב
משרת היטב בעיות שבהן רב הצורך בשימוש בייצוג חזותי
מעיל כרקע להעלאת השערות (גיאומטריה, גרפים) או לבעיות
בהן יש צורך באיסוף וניתוח מידע רב שנוח לעשותו בעזרת
המחשב.

— כיצד להבהיר להם כי עבודת מעבדה חשובה ככל דבר אחר המתבצע בשיעורים? — כיצד להסביר להם את חשיבות העבודה השיתופית? — האם עליהם למסור את עבודתם למורה בתום המעבדה? 6. עבודת מעבדה: ניהול העבודה — מה תפקידי במעבדה? — כיצד לנהוג כאשר תלמידים לא משתמשים במחשב לצורך חקירה? — כיצד לנהוג במקרים שתלמידים מחסירים מעבדות?	מסגרת 7: שאלות שהועלו ע"י מורים בבתי-ספר על-יסודיים, הקשורות לארגון הלמידה בעזרת כלי חקירה ממוחשבים 1. תלמידים כחוקרים — איזה סוג תלמידים יכול להעלות השערות? — מה סוג הידע שתלמידי צריכים ללמוד על התוכנה? — כיצד אלמד את תלמידי להעלות השערות? 2. הקשר בין העלאת השערות, חקירות מתמטיות ותוכנית לימודים — אילו נושאים טובים יותר (או פחות) ללימוד כזה? — האם הוראה ולמידה בגישה כזו מכתיבות סדר מסויים? — האם יש צורך בארגון שונה של תוכנית הלימודים? — אילו סוגי בעיות שימושיים לגישה זו?
7. הערכת עבודת החקירה במעבדה — כיצד להעריך את עבודת המעבדה? — כיצד נראה מבחן על עבודת חקירה?	3. הקשר לעשייה השגרתית בהוראת מתמטיקה — מתי אלמד הוכחות? האם החקירה תבוא לפני, אחריה או במקומה? — האם העבודה במחשב מחליפה בניות ושרטוטים בניר ועפרון?
8. הנחיית דיון כתתי לאחר עבודת מעבדה — כיצד לעודד את התלמידים לשתף פעולה? — כיצד אדאג להעברת מידע בין התלמידים? — אילו תהליכי חקירה עלי להדגים בפני תלמידי? — מה לעשות כאשר התלמידים לא הגיעו להשערות? — מה לעשות כאשר התלמידים לא הגיעו להשערות להן ציפיתי? — מה לעשות אם התלמידים מציגים השערה שמעולם לא ראיתי קודם לכן? — כיצד להגיב כאשר תלמידים טוענים כי הם הוכיחו את השערתם במחשב?	4. תכנון עבודת המעבדה בשיעורי המתמטיקה. — מהו הסידור האידיאלי להוראה וללמידה במעבדת מחשבים? — כיצד אעריך את הזמן הדרוש? — מהי תכיפות הביקורים במעבדת המחשבים? — מהי חלוקת הזמן בשיעור?
	5. עבודת חקירה: מהן ההנחיות לתלמידים? — מה על התלמידים לדעת לפני עבודת המעבדה?

רשימת ספרות

- ליהן, א., (1986), לוגו כיום: חזון ומציאות, מעשה חושב, אפריל.
- Brown, S.I., Walter, M.I. (1983). *The Art of Problem Posing*. Chapter 2: The first phase of problem posing. Chapter 5: Some natural links between problem posing and problem solving. The Franklin Institute Press, PH.
- Davis, P.J., Hersh, R. (1981). *The Mathematical Experience*. 34-51. Birkhauser, Boston.
- Glaser, R. (1968). Variables in Discovery Learning. In: Shulman, L. S. & Keislar, E. R., *Learning by Discovery a Critical Appraisal*. Chicago: Rand McNally.
- Schwartz, J. L. (1983). Tyranny, Discipline, Freedom and License: Some Thoughts on Educational Ideology and Computers. *Education in the Electronic Age*, 59-66.
- Tall, D. (1991). *A Graphic Approach to the Calculus* (computer software). Sunburst Communications, inc., Pleasantville, NY.
- Yerushalmy, M., Butcher, A, Chazan, D. (1992) *Supposer Solutions: Making the Most of Your Classroom Computer*. Sunburst Communications, Inc. pleasantville, NY.
- Yerushalmy, M., Chazan, D. & Gordon, M. (1990). Mathematical Problem Posing: Implications for Facilitating Student Inquiry in Classrooms. *Instructional Science*, 19, 219-245.

ג. משתנים נוספים בחקר מונחה ממוחשב

בגישה שהוצגה כאן מוצעת סביבה לימודית שונה מאד מחסביבה הבית-ספרית הרגילה ובמיוחד זו הנהוגה בשעורי המתמטיקה. השוני מתבטא במשימות לחקירה ולפתרון (לא עוד שאלות שזמן העבודה עליהן נמדד בדקות ספורות), בתפקיד המורה (שהופך כאן למנחה קבוצת חקירה), במבנה השעורים, בדרכי האינטראקציה בין התלמידים, ובשימוש האינטנסיבי והמגוון במחשבים.

נסיונו מלמד כי מורים מאמצים לעצמם חלקים מתוך הגישה המוצעת ומשנים ומעדכנים אותה בהתאם לאופיים ולצרכיהם. החסברים והדוגמאות שהובאו לעיל הותירו בודאי שאלות שיש לתת עליהם את הדעת. במסגרת 7 סיכמנו שאלות שבדרך כלל מתעוררות אצל מורים המנסים לאמץ את גישתנו. אין כמובן תשובה יחידה לכל שאלה ואני מזמינה מתנסים חדשים להפנות אלי שאלות והצעות לפתרונות.

