

הנושא: השפעת השימוש במחשב על רמות החשיבה בגיאומטריה

הוכן ע"י: דורית פטקין.

תקציר: במאמר מתואר מחקר שהתמקד בבדיקת ההשפעה של למידה עצמית ממוחשבת על התקדמות ברמות החשיבה בגיאומטריה, בהשוואה ללמידה באמצעות דפי עבודה ללא מחשב. מניתוח הנתונים ניתן ללמוד כי לאורך זמן רמת החשיבה של התלמידים שלמדו בעזרת מחשב הייתה גבוהה מאלה שלמדו באמצעות דפי עבודה. במאמר מובא גם רקע תיאורטי הדרוש בתיאוריית ואן-הילה על רמות חשיבה בגיאומטריה, השימוש במחשבים ללמידה יחידנית ובזוגות ועמדות של תלמידים כלפי מקצוע הגיאומטריה.

מילות מפתח: גיאומטריה (הנדסה, הנדסת המישור), מחשב, מחקר בחינוך מתמטי, תיאורית ואן-הילה (וון-הילה), קוגניציה, למידה יחידנית, למידה בזוגות.

החומר פורסם במסגרת: על"ה 15, תשרי תשנ"ה, ספטמבר 1994, עמודים 29-36.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 11 עמודים.

השפעת השימוש במחשב על רמות החשיבה בגיאומטריה*

תקציר

מחקרים שנערכו בעשרים השנים האחרונות מדווחים על קשיים שבהם נתקלים תלמידים בלמידת גיאומטריה. הסיבה העיקרית לקשיים אלה היא פער בין רמת ההוראה ובין יכולת הלמידה וההבנה של התלמידים: התלמידים הם בעלי רמת חשיבה גיאומטרית נמוכה, ואילו המורים מנסים להקנות להם ידע ברמת חשיבה גבוהה מזו שיש להם. בשנים האחרונות הוכנסו המחשבים האישיים לשימוש בבתי הספר ומחקרים הראו כי לשימוש בהם יש השפעה חיובית על הלמידה בתחום המתמטיקה. לכן התרכז המחקר הנוכחי בבדיקת ההשפעה של השימוש במחשבים אישיים על ההתקדמות ברמות החשיבה בגיאומטריה, בהשוואה לשימוש בדפי עבודה. פרקי הלימוד שנבחרו לצורך המחקר עוסקים במקבילים למיניהן. אוכלוסיית המחקר מנתה 148 תלמידים מ-4 כיתות י' בבית ספר מבוסס. התלמידים שהשתתפו בניסוי למדו כיחידים או בזוגות. הנתונים שנאספו הראו כי כל התלמידים, הן אלה שלמדו באמצעות מחשב והן אלה שלמדו באמצעות דפי עבודה, התקדמו ברמת החשיבה הגיאומטרית. יחד עם זאת, לאחר הניסוי, רמת החשיבה של התלמידים שלמדו באמצעות מחשב היתה גבוהה יותר באופן מובהק מזו של אלה שלמדו באמצעות דפי עבודה. בבדיקה שהתייחסה גם לאופן הלימוד נמצא שכל הלומדים, הן אלה שלמדו בזוגות והן אלה שלמדו כיחידים, התקדמו ברמות החשיבה לאחר הניסוי. אולם בעוד שלא היה הבדל משמעותי בין שתי שיטות הלימוד בהשפעה של רמת החשיבה הגיאומטרית בקרב הלומדים בזוגות, הרי שאלה שלמדו כיחידים באמצעות המחשב הגיעו לרמת חשיבה גבוהה יותר באופן מובהק מהיחידים שלמדו באמצעות דפי עבודה.

1. הרקע

הגיאומטריה היא אחד מנושאי הלימוד המרכזיים בתכנית הלימודים במתמטיקה בחטיבות הביניים ובבתי הספר התיכוניים. תחום לימוד זה נתפס כאחד המסובכים ביותר מבין התחומים המתמטיים השונים (Hoffer 1981, 1983). אחת התכונות המייחדות את הגיאומטריה ואולי אף מצביעה על סיבת הקושי היא המבנה הדדוקטיבי שלה (בן יהודה, 1960). גם במחקרים רבים שנעשו בעשרים השנים האחרונות (Usishkin 1982; Mayberry 1983; Senk 1984, 1985), נמצא שקיים פער בין רמת היכולת וההבנה של התלמידים לבין רמת ההוראה של המורים. בדרך כלל מלמדים המורים ברמה גבוהה יותר מרמת ההוראה המתאימה ודרושה לרמת היכולת וההבנה של התלמידים. בסדרת מחקרים בנושא נמצא, שהקשיים בלמידת הגיאומטריה קיימים כבר בבית הספר היסודי אצל תלמידים צעירים (Vinner & Hershkowitz 1983; Vinner 1977, 1976). קשיים אלה באים לידי ביטוי בחשיבה גיאומטרית נמוכה של התלמידים על-פי התיאוריה של ון-הילה (Van Hiele 1959, 1987) ורמת התפתחות לקויה של כישורים בסיסיים (Hoffer 1981).

1.1 רמות החשיבה בגיאומטריה על-פי התיאוריה של ון-הילה

תיאוריית ון-הילה על רמות חשיבה בגיאומטריה פותחה על-ידי זוג מתמטיקאים הולנדי בשם זה בשנות ה-50 המאוחרות. הזוג ון-הילה ניסו לתת הסבר לכך שתלמידים רבים נתקלים בקשיים בכל הקשור לתהליכים הקוגניטיביים המעורבים בחשיבה גיאומטרית בכלל, ובמתן הוכחות בפרט. ב-1959 טען ון-הילה לחמש רמות בסדר הייררכי, אולם בשנים האחרונות התעוררו בין אנשי חינוך מתמטי ומתמטיקאים עצמם, כולל ון-הילה, ספקות לגבי קיום הרמה החמישית, וכיום מקובל להתייחס לארבעה שלבים (Van Hiele 1987). לפיכך, מחקר זה מתייחס לארבעה שלבים בחשיבה הגיאומטרית:

א. שלב ההבחנה, ב. שלב הניתוח, ג. שלב הסידור, ד. שלב ההיקש והמסקנה.

א. **שלב ההבחנה** הוא השלב הראשוני. בשלב זה יודע התלמיד לזהות צורות גיאומטריות ולהבחין ביניהן. התלמיד תופס כל אחד מהמושגים או הצורות כשלמות, כפי שהוא נראה. התלמיד מסוגל להבחין בין צורות דומות ויודע לתת להן שמות. בשלב זה התלמיד **אינו** יודע לפרט את התכונות של כל צורה.

ב. **שלב הניתוח** הוא שלב אשר בו יודע התלמיד לנתח תכונות של צורה, אך אין לו היכולת לשייך תכונות של צורה מסוימת (למשל ריבוע) לתכונות של קבוצת הצורות שאליה היא שייכת (למשל מרובעים).

* מאמר זה מתבסס על חלק מעבודת הדוקטור של דורית פטקין שנעשתה בהנחיית ד"ר תמר לוין, אוניברסיטת תל-אביב 1990.

ג. **שלב הסידור** הוא השלב אשר בו מזהה התלמיד סדר הייררכי של הכלה בין קבוצות של צורות על-פי תכונותיהן ועל-פי הגדרותיהן. בשלב זה עדיין אין הוא יכול להוכיח טענות הנוגעות לתכונות של הצורות הגיאומטריות.

ד. **שלב ההיקש והמסקנה** הוא השלב אשר בו התלמיד יכול להשתמש בהנחות כדי להסיק מסקנות, מבין את המשמעות של תנאים הכרחיים ומספיקים ומבחין ביניהם. ברמה זו מסוגל התלמיד לתת סיבות ונימוקים לטיעונים שונים.

כאמור, על-פי תיאורית ון-הילה, אפשר לסדר את ההתפתחות בגיאומטריה סידור הייררכי בארבע רמות, אשר בו שליטה חלקית ברמה מסוימת היא תנאי הכרחי אך לא מספיק להבנה ברמה גבוהה יותר, ותלמיד אינו יכול לתפקד ברמה מסוימת אם אין לו שליטה ברמות הקודמות. חשוב לציין שתלמיד יכול לתפקד ברמות ון-הילה שונות לגבי מושגים שונים, בגלל רמות ההבנה השונות שפיתח לגביהם עד אותה עת. התיאוריה של ון-הילה מתבססת על ההנחה כי ההתקדמות מרמה אחת לשנייה תלויה יותר בהוראה מאשר בגיל או בבגרות ביולוגית. סוגי הוראה שונים ופיתוח כישורים בסיסיים יכולים להשפיע בצורה שונה על ההתקדמות או על חוסר ההתקדמות.

1.2 רמת התפתחות של כישורים בסיסיים

לפי הופר (Hoffer 1981) נתפשת למידת הגיאומטריה אצל תלמידים רבים כלמידת אוסף של הוכחות משעממות ובלתי מובנות. זאת משום שרוב זמן הלימוד מוקדש ללימוד הוכחות ולא לפיתוח כישורים בסיסיים הדרושים ללמידת התחום. הופר מונה חמישה כישורים חשובים: יכולת ויזואליזציה, יכולת ביטוי מילולית, מיומנות שרטוט וסימון, כושר חשיבה לוגית ויכולת יישום.

יכולת ויזואליזציה. הגיאומטריה, היא מקצוע שלימודו כרוך בויזואליזציה של מושגים מופשטים. לכן תלמיד שכושר הויזואליזציה שלו לא מפותח די הצורך עלול להתקשות בלימוד המקצוע.

יכולת ביטוי מילולית. בלימודים בכלל ובלימוד הגיאומטריה בפרט, מקומה של השפה נכבד ביותר, אם לצורך ניסוח הנחות, משפטים, הגדרות, או תיאור צורות, תיאור יחסים בין צורות וכו'. השימוש בשפה נעשה בעיקר לצרכי ניסוח אחיד ותמציתי, במגמה להשיג דיוק מרבי. תלמיד שלוקה בהבנת הנקרא או ביכולת ניסוח עלול להתקשות.

מיומנות שרטוט וסימון. בלימוד הגיאומטריה, יותר מאשר בתחומים רבים בבית ספר תיכון, משתמשים בשרטוטים. מיומנות בשרטוט ובסימון דרושה לתלמידים להבנת תכונות של צורות, להבנת יחסים בין צורות גיאומטריות ולהוכחות.

כושר חשיבה לוגית. הגיאומטריה היא תחום מתמטי שתובע כושר של חשיבה לוגית ושל הנמקה. הגיאומטריה מלמדת, לדוגמה, לבנות טענות בצורה הייררכית, לחזק טענות בנימוקים, להכיר נימוקים תקפים ולא תקפים ולהבחין בין סיבה למסקנה. ליקוי ביכולת ההבחנה בין סיבות לבין מסקנות וחוסר יכולת לזהות נימוק תקף בסדרת נימוקים, עלולים להקשות על פתרון בעיות בגיאומטריה.

יכולת יישום. גיאומטריה היא מודל תיאורטי של העולם הפיסיקלי הסובב אותנו. יש קשרי גומלין בין הבנת הסובב לבין הבנת הגיאומטריה. אפשר ליישם את הנלמד בגיאומטריה אל העולם הסובב ואפשר לשאוב ממנו לצורך הבנת הגיאומטריה. העדר היכולת היישומית הזאת עלול להיות גורם מפריע בלימוד הגיאומטריה.

מרבית החוקרים והתיאורטיקאים מאמינים שהוראה נכונה ויעילה עשויה לתרום את חלקה לפיתוח רמות חשיבה גבוהות ולקידום ההבנה הגיאומטרית.

1.3 השימוש במחשבים ללמידה יחידנית ובזוגות

מחקר זה התמקד בניסיון למצוא שיטת הוראה העשויה להעלות תלמידים מרמת חשיבה גיאומטרית מסוימת לרמה גבוהה יותר. כל זאת לאור הקשיים הקיימים הן בהוראת המקצוע והן בלמידתו, וכן לאור המחלוקות שהתעוררו סביב הצורך, היכולת והדרכים ללימוד מקצוע זה (Schuster 1971; Kapadia 1980; Manger 1982; Fischbein & Kedem 1982; Hershkowitz 1987). בדיקת השפעת השימוש במחשבים אישיים על התקדמות התלמידים ברמות החשיבה הגיאומטרית נעשתה בגלל העובדה שהשימוש במחשבים אישיים ללימוד עצמי נפוץ מאוד במערכת החינוך בעשרים השנים האחרונות, ומחקרים רבים שהשוו את הלמידה באמצעות מחשב ללמידה ללא מחשב מצביעים על השפעה חיובית של הלמידה הממוחשבת על הישגי התלמידים (Hartley 1977; Burns & Bozeman 1981; Kulik 1985). המחשב מאפשר למידה אינטראקטיבית, אינדיבידואליזציה, התנסות ממשית, וכן שליטה של הלומד בקצב הלמידה. מברך (Mevarech 1985), שבדקה את תרומת ההוראה באמצעות המחשב לפיתוח

כישורים קוגניטיביים בכיתות רגילות ובכיתות שלמדו בהוראה יחידנית בקרב תלמידים טעוני טיפוח, מצאה שהוראה באמצעות מחשב סייעה לפיתוח כישורים מתמטיים ואף הפחיתה את החרדה מהמקצוע מתמטיקה. תלמידים שנסתייעו במחשב היו מרוכזים יותר והדבר בלט במיוחד בקרב אותם תלמידים שלמדו באופן יחידני. במחקר נוסף, (Mevarech & Rich 1985) נמצא שהוראה באמצעות מחשב מביאה את התלמידים להישגים גבוהים יותר מאשר בהוראה רגילה. המבנה הנפוץ ביותר של למידה באמצעות מחשב מתבסס על מודל של תלמיד יחיד או זוג תלמידים לומד מול מחשב. אולם במחקרים שבדקו את ההשפעות הפסיכו-חברתיות שיש ללמידה יחידנית ממוחשבת על התלמידים, נמצא שללמידה של יחיד מול מחשב יש גם מגבלות כמו השפעות שליליות על התנהגות חברתית ולפעמים אף ירידה במוטיבציה, בעוד שבלמידה בזוגות בכלל ובסיוע מחשב בפרט, על אף שהישגי הלומדים בצוותים אינם טובים יותר באופן מובהק מאשר בלמידה יחידנית, הרי שהאינטראקציה בין הצוותים מגבירה את המוטיוציה לחקור ולהבין את הבעיות הנלמדות, ומשפרת את התקשורת בין הלומדים (Mevarech 1987, 1988 ; Sherman & Thomas 1986 ; Johnson, Johnson & Stanne, 1986).

במחקר הנוכחי נבדקה באופן ספציפי השאלה אם השימוש במחשב במודל של למידה עצמית, במערך של למידה יחידנית ושל למידה בזוגות משפיע על תפישת מושגים בגיאומטריה והבנתם ברמות חשיבה שונות, בקרב תלמידי כיתות י' הטרוגניות בבית ספר תיכון. ההשפעה נבדקה גם בקרב הזוגות בנפרד ואצל היחידים בנפרד.

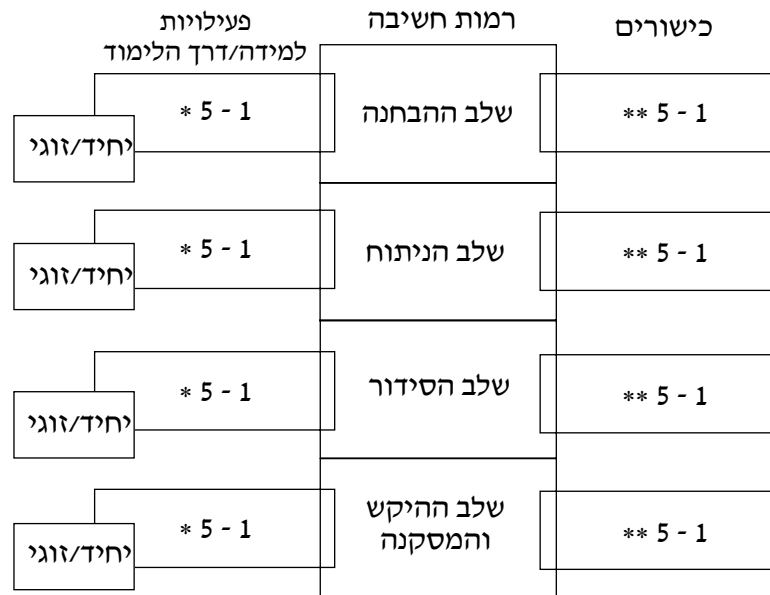
1.4 עמדות תלמידים כלפי גיאומטריה

כבר ב- 1976 מצא בלוס (Bloom 1976, 1984) ש- 25% מהשונות בהישגים מוסברת על-ידי האפיונים הרגשיים של התלמידים טרם תהליכי הלמידה ולכן יש לתת את הדעת גם לעמדות התלמידים כלפי תחום לימודי זה. "עמדה" מוגדרת כמכוונות חיובית או שלילית כלפי עצם, מושג או מצב, וכן ככונות להגיב באורח קבוע מראש על עצמים, מצבים או מושגים אלה או אחרים, הקשורים בהם. עמדות מתפתחות מתוך נסיונות למידה רבים. לפי בלוס, אנו מאמינים כי הפרט נוטה לאהוב פעילויות שלפי אמונתו הצליח בהן בעבר או שהוא מסוגל להצליח בהן בעתיד. אם הפרט מאמין כי ביצע בהצלחה מטלות קודמות קרובות, סביר שיגש למטלת הלמידה הבאה מתוך התייחסות רגשית חיובית. מאידך גיסא, אם הפרט מאמין כי הוא נכשל במטלות קודמות דומות, סביר כי יגש למטלה הבאה מתוך התייחסות שלילית. במחקר שערך הופר (Hoffer 1981) נשאלו סטודנטים בשנת הלימודים הראשונה שלהם מה הם הנושאים המתמטיים שהיו פחות אהובים עליהם בהיותם תלמידי תיכון, ומה הם הנושאים שהיו אהובים עליהם יותר מהאחרים. לגבי הנושאים האהובים, לא היתה אחידות דעים, ואולם היתה תמימות דעים שהגיאומטריה היא הנושא הפחות אהוב מכל הנושאים המתמטיים. ההסברים שנתנו התלמידים לגבי עמדותיהם השליליות לגיאומטריה היו: "לא הבנתי במה מדובר", "הוכחנו משפטים כל השנה", "הצטרכנו כל הזמן לזכור הוכחות" וכו'. במחקר נוסף (Robert 1982), נבדק המתאם בין הישגים בגיאומטריה ובין עמדות כלפי מקצוע זה, ונמצא הבדל בין תלמידים חלשים לחזקים. התלמידים החלשים לא אהבו את המקצוע, ואילו התלמידים הטובים גילו יחס אוהד לגיאומטריה. מתוך ידיעה כי אפיונים רגשיים משפיעים על הישגי התלמידים ועל התייחסותם הרגשית למקצוע, הוחלט להקפיד במחקר זה על חלוקה לקבוצות בעלות עמדות דומות כלפי גיאומטריה.

1.5 מודל תיאורי

לאור כל האמור לעיל פותח במחקר מודל תיאורי המתרכז בלמידת מושגים בגיאומטריה הן מבחינת רמות חשיבה, כלומר מההיבט הקוגניטיבי, והן מבחינת הכישורים והשיטות הנחוצים כדי לקדם את התלמידים ברמות חשיבה אלה. המודל מכיל ארבע רמות חשיבה, המסודרת באופן הייררכי. המעבר מרמה לרמה נעשה ברצף. בכל רמה יש לתת את הדעת לפיתוח הכישורים שיסייעו להבנת מושגים גיאומטריים ולהתקדמות התלמידים בשלבי המודל השונים. מאידך גיסא, יש לפתח שיטות ופעילויות למידה אשר יקנו לתלמידים את הכישורים האלה, ויש לדאוג שכל פעילויות הלמידה והכישורים ייוצגו בכל אחת מארבע הרמות. לדוגמה: ברמת החשיבה הראשונה יש צורך לשים את הדעת בעיקר לטיפול היכולת הויזואלית ושיפור מיומנות השרטוט והסימון ופחות ליכולות אחרות, בעוד שברמות החשיבה הגבוהות יותר יש לשים דגש בעיקר על טיפוח כושר חשיבה לוגית ויכולת ביטוי מילולית.

המודל התיאורי



פעילויות למידה: (*)

הכישורים: (**)

1. יכולת ויזואלית
2. יכולת ביטוי מילולית
3. מיומנות שרטוט וסימון
4. כושר חשיבה לוגית
5. יכולת יישום

2. שאלות המחקר

המחקר נערך כדי להשיב על השאלות הבאות:

באיזו מידה רמות החשיבה הגיאומטריות (על-פי תיאוריית ון-הילה) של התלמידים שלמדו באמצעות הדגם של "למידה עצמית ממוחשבת" (שתיקרא להלן: לע"מ) תהיינה לאחר הניסוי גבוהות יותר באופן מובהק מאלה של התלמידים שלמדו בדרך השגרתית באמצעות דפי עבודה. ההשוואה נעשת:

- א. בלי הבחנה באופן הלמידה (כיחידים ובזוגות).
- ב. עם הבחנה באופן הלמידה (יחידים או זוגות).

3. מערך המחקר

3.1 אוכלוסיית המחקר

כאוכלוסיית המחקר נבחרו ארבע כיתות י' הטרוגניות, שכללו 148 תלמידים, גילאי 15-16, מבית ספר עיוני מבוסס. כל התלמידים הם בעלי רקע סוציו-אקונומי בינוני-גבוה. 75 מהם בנים ו-73 בנות. הבחירה של כיתות י' נעשה משום שאת פרקי הלימוד הקשורים למשפחת המרובעים נוהגים ללמד בכיתות ט', ולכן תלמידי כיתות י' אמורים לדעת את הפרקים האלה ולהראות בקיאות. עובדה זו עשויה לחדד את ההבחנה בין קבוצת הניסוי לקבוצת הביקורת באופן הבא: שתי הקבוצות שנבחרו היו דומות ברמת החשיבה הגיאומטרית והפגינו ידע והישגים דומים ולכן אם לאחר הניסוי יימצא הבדל בין שתי הקבוצות, הרי שיהיה אפשר לזקוף הבדל זה לשיטת הלימוד. בנסיון להתחקות על התרומה של למידה באמצעות מחשב לעומת למידה ללא מחשב (באמצעות דפי עבודה) הוחלט לבחור באוכלוסייה בעלת

רקע סוציו-אקונומי מבוסס, שמרביתה התנסתה במשחקי מחשב ובלמידה ממוחשבת בחוגי העשרה או בזכות מחשב ביתי, כך שהמחשב והשימוש בו אינו זר לתלמידים (הדבר אושש בבדיקה מוקדמת).

במחקר החלוץ השתתפו 18 תלמידים ובניסוי הראשי נכללו 130 תלמידים. במהלך הניסוי הראשי נשרו 11 תלמידים שלא נטלו חלק פעיל בכל הניסוי שנמשך על פני 3 חודשים (בעקבות מחלה, אי מילוי שאלונים וכד'). לבסוף למדו 55 תלמידים באמצעות מחשב והרכיבו את הקבוצה שנקראה קבוצת הניסוי, ו-64 תלמידים למדו ללא מחשב בדרך שיגרתית באמצעות דפי פעילויות, והיו קבוצת הביקורת.

לוח 1: מערך המחקר הראשי

המשתתפים		למידה באמצעות מחשב (לע"מ)		למידה באמצעות דפי עבודה
מערך למידה	בזוגות	יחידים	בזוגות	יחידים
	38 (19×2)	17	38 (19×2)	26
סה"כ	55			64

3.2 מכשירי המחקר

3.2.1 מבחן לקביעת רמת החשיבה בגיאומטריה (שאלון ון-הילה). כדי לקבוע את רמת החשיבה והיכולת הקוגניטיבית בגיאומטריה עובד לצורך מחקר זה מבחן לקביעת רמת חשיבה בגיאומטריה, (פסקין 1990). המבחן נועד לבדוק רמות חשיבה שונות בגיאומטריה בהתאם לתיאוריה של ון-הילה. המבחן כולל 20 פריטים, כשכל 5 פריטים מייצגים רמה אחת בסדר הייררכי עולה. לדוגמה, השאלה: "אילו מהצורות הבאות הן מלבנים?" היא שאלה המאפיינת את רמת החשיבה הראשונה; השאלה: "איזו מהטענות הבאות אינה נכונה לכל מעוין?" היא שאלה המייצגת את רמת החשיבה השנייה; "איזו מהתכונות הבאות היא תכונה של כל המלבנים, אולם אינה תכונה של כל המקבילים?" היא שאלה המאפיינת את הרמה השלישית ואילו הרמה הרביעית מיוצגת על-ידי שאלה כמו: "האם כאחד מהשלבים בהוכחה צריך להוכיח ...". משך הזמן שניתן בשבילה היה 25 דקות, והציונים נקבעו לפי מספר התשובות הנכונות. מהימנות המבחן: 0.57. תוקף התוכן נקבע על-ידי ניתוח לוגי מדעי. (הפריטים הוערכו על-ידי חמישה שופטים, כולם אנשי מחקר בתחום החינוך המתמטי).

רמת החשיבה בגיאומטריה נבחנה בשלושה מדדים המייצגים רמת חשיבה גיאומטרית, וזאת לצורך עידון הממצאים וחידודם:

- א. ממוצע הציונים **הגלמיים** (באחוזים) שקיבלו התלמידים.
 - ב. ממוצע ציונים **משוקללים**, שנקבע על-פי הפרמטרים הבאים:
 1. תשובות נכונות על לפחות ארבע מתוך חמש שאלות ברמה הראשונה מזכות בנקודה אחת.
 2. תשובות נכונות על לפחות ארבע מתוך חמש שאלות ברמה השנייה מזכות בשתי נקודות.
 3. תשובות נכונות על לפחות ארבע מתוך חמש שאלות ברמה השלישית מזכות בארבע נקודות.
 4. תשובות נכונות על לפחות ארבע מתוך חמש שאלות ברמה הרביעית מזכות בשמונה נקודות.
- אם a הוא המשתנה המייצג את העמידה בקריטריון ברמה, והוא מקבל את הערכים: 1 או 0, הרי שאפשר להציג את הציון המשוקלל באופן הבא:
- $$\text{ציון משוקלל} = a \cdot 1 + a \cdot 2 + a \cdot 4 + a \cdot 8$$
- טווח הציונים המשוקללים: 0-15.
- לדוגמה: תלמיד שעומד בקריטריון של כל ארבע הרמות יקבל את הציון המשוקלל 15: $(1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 8 = 15)$, בעוד שתלמיד העומד בקריטריון של שתי הרמות הראשונות יקבל את הציון המשוקלל 3 $(1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 4 + 0 \cdot 8 = 3)$.
- ג. ממוצע השליטה ברמת החשיבה בגיאומטריה באמצעות הציונים המשוקללים.
- לפי תיאוריית ון-הילה, אדם לא יכול להימצא ברמה X לפני שישלוט ברמה $X-1$. כלומר, אין זה סביר שהתלמיד ישיב נכון על השאלות המייצגות רמת חשיבה כלשהי, בלי שישלוט גם ברמות החשיבה הקודמות. באמצעות הציונים המשוקללים אפשר לאתר את התלמידים השולטים ברמות החשיבה לפי תיאוריית ון-הילה. התלמידים האלה קיבלו את הציונים 0, 1, 3, 7, ו-15 (אלה ארבעת הציונים המשוקללים הבאים בחשבון על-פי תיאוריית ון-הילה).

3.2.2 מכשירי למידה - לומדות מחשב / דפי עבודה

כאמצעי ללמידה בקבוצת הניסוי שימשו שתי לומדות (Hativa 1983a) העוסקות במקבילות למיניהן, שעובדו לצורך המחקר לשימוש ללמידה עצמית יחידנית וללמידה בזוגות. אמצעי הלמידה בקבוצת הביקורת היו דפי עבודה, שעובדו במקביל לעיבוד הלומדות, והיו זהים בתוכנם לשתי הלומדות והכילו את כל הפעילויות המופיעות על מסכי הלומדות ברצף ובסדר זהה (פסקין 1990).

3.2.3 שאלון עמדות בגיאומטריה

עמדות התלמידים כלפי הגיאומטריה, שנבדקו לפני תחילת הניסוי, היו קריטריון נוסף ליצירת שתי קבוצות מחקר דומות. במיוחד לצורך מחקר זה פותח שאלון עמדות (פסקין 1990). פריטי השאלון התייחסו למספר נושאים בתחום הקוגניטיבי ובתחום האפקטיבי, כאשר התלמיד מתבקש לחוות דעה על מקצוע הגיאומטריה וחשיבותו, על שיטת ההוראה, על ההישגים והיחס למקצוע של התלמידים ככלל ושל כל אחד מהם לחוד.

הנה מספר היגדים שנכללו בשאלון: "בדרך כלל אני מרוצה מההישגים בגיאומטריה", "קשה לי להתרכז בשיעורי גיאומטריה בכיתה", "כאשר אני מקבל בעיה בגיאומטריה, אני משתדל לפתור אותה בכוחות עצמי".

3.2.4 ראיונות מובנים

הראיונות נערכו לצורך העמקת יכולת האבחון של רמות החשיבה בגיאומטריה על-פי התיאוריה של ון-הילה, וזאת במקביל למבחן המאבחן בכתב (פסקין 1990). הצורך בראיונות נבע מהעובדה שמבחן בכתב, בעיקר מבחן סגור, מוגבל ביכולת למיין בצורה מדויקת הבנת מושגים, דרכי חשיבה ושגיאות. הראיון המובנה כולל מטלות המייצגות את ארבע הרמות על-פי ון-הילה. הזמן שהוקצב לראיון נע בין 40 ל-90 דקות.

3.2.5 תצפית

תצפית ישירה נערכה על כל 18 התלמידים שהשתתפו במחקר החלוץ, וכן על 20 תלמידים נוספים שנטלו חלק במחקר הראשי. התצפיות היו לאורך כל הניסוי, והנתונים שנאספו שימשו בסיס לשאלות על מהות קשיי התלמידים, מידת שביעות רצונם משיטת הלימוד ואופן הלימוד.

3.3 מהלך המחקר

המחקר התבצע בשני שלבים:

מחקר חלוץ אשר בו השתתפו 18 תלמידים. תחילה רואיינו התלמידים, ענו על השאלון לקביעת רמת החשיבה בגיאומטריה וכן על שאלון עמדות בגיאומטריה. במהלך הלימוד נערכה תצפית על התלמידים. בתוך תהליך הלמידה רואיינו התלמידים שנית וענו שוב על השאלונים לקביעת רמת החשיבה, ששופרו ועובדו בעקבות הראיונות. בעקבות מחקר החלוץ בוסס ותוקף השאלון לקביעת רמות החשיבה. בשלב זה נבדקו גם הקריטריונים לחלוקה לזוגות, והוחלט, שהחלוקה תתבצע על-פי הקריטריון של רמת חשיבה שווה בגיאומטריה (פסקין 1990).

מחקר ראשי אשר בו השתתפו 130 תלמידים מ-4 כיתות י. התלמידים חולקו באופן אקראי לשתי קבוצות שוות הדומות ברמת החשיבה בגיאומטריה. במהלך הניסוי שארך שישה שבועות נשרו 11 תלמידים, שלא נטלו חלק פעיל בכל הניסוי. שבועיים לפני תחילת הניסוי, נבחנו כל התלמידים מבחנים בכתב לקביעת רמת החשיבה בגיאומטריה וענו על שאלון עמדות בגיאומטריה. על סמך ממצאים אלה נעשתה גם חלוקה לזוגות, שבכל אחד מהם שני התלמידים הם בעלי רמת חשיבה שווה. הלמידה התרחשה במשך שבועיים, בשעות הבוקר, במסגרת שיעורי המתמטיקה של בית הספר: תלמידי קבוצת הניסוי למדו בחדר מצויד במחשבים, ואילו תלמידי קבוצת הביקורת למדו בכיתה לימוד רגילה. בפרק זמן זה נפגשו התלמידים פעמיים לפגישה שבועית אחת בת שעתיים (סה"כ 4 שעות לימוד). יש לציין כי הזמן שהוקצב ללמידה היה קצר באופן יחסי, וזאת לאור העובדה שהכיתות למדו את החומר בשנה הקודמת, כאשר "החזרה והעמקה" של הנושא הנלמד שירתה בעיקר את מטרות המחקר. גם במהלך הניסוי הראשי נערכו תצפיות על התלמידים ונרשמו הערותיהם. בתום הניסוי השיבו כל התלמידים שנית על השאלון לקביעת רמת החשיבה. כחודש לאחר הניסוי, אשר במהלך אותו חודש לא למדו התלמידים גיאומטריה (בעקבות חופשת פסח וטיול שנת), התבקשו התלמידים להשיב שוב על אותו שאלון של רמות החשיבה.

4. הממצאים

כאמור, מחקר זה התמקד בשאלה: באיזו מידה רמות החשיבה הגיאומטריות של התלמידים שלמדו באמצעות הדגם של "למידה עצמית ממוחשבת" תהיינה לאחר הניסוי גבוהות יותר באופן מובהק מאלה של התלמידים שלמדו בדרך השגרתית עם דפי עבודה. ההשוואה נעשת:

א. בלי הבחנה באופן הלמידה (יחידים או זוגות).

ב. עם הבחנה באופן הלמידה (יחידים או זוגות).

א. ממצאים המתייחסים לכל התלמידים שלמדו באמצעות מחשב ואצל אלה שלמדו באמצעות דפי עבודה, בלי הבחנה באופן הלמידה.

לוח 2: ממוצע ציונים גולמיים וסטיית התקן בשאלון ון-הילה (באחוזים)

הקבוצה המחקרית	זמן המדידה	ממוצע	סטיית תקן	למידה	זכירה
ניסויי	PRE POST RETENTION	71.09	16.76	13.36	0.36
		84.45	13.52		
		84.81	15.02		
ביקורת	PRE POST RETENTION	69.76	17.16	6.02	3.28
		75.78	19.21		
		79.06	18.14		

מלוח זה אפשר לראות כי ממוצע הציונים הגולמיים גדל מיד לאחר הניסוי בקרב שתי הקבוצות. חודש לאחר הניסוי לא חל שינוי אצל קבוצת הניסוי אולם בקרב קבוצת הביקורת חלה עלייה נוספת בממוצע הציונים הגולמיים. מעניין לראות כי סטיית התקן בקרב קבוצת הניסוי קטנה לאחר הניסוי, ואילו אצל קבוצת הביקורת היא גדלה. כמו כן עולה מהתיאור שאצל קבוצת הניסוי התרחשה בממוצע למידה בסדר גודל של 13.36% בהשוואה ל- 6.02% בקבוצת הביקורת (למידה מוגדרת כהפרש שבין ממוצע הציונים הגולמיים ב- PRE-POST). אצל קבוצת הביקורת נמצא שינוי נוסף בטווח הארוך, כלומר בזכירה - זכירה מוגדרת כהפרש ממוצע הציונים הגולמיים ב- RETENTION וב- POST (0.36% בקבוצת הניסוי לעומת 3.28% בקבוצת הביקורת).

בניתוחים אחרים נמצא, כי למרות שלפני הניסוי לא היה הבדל מובהק ברמות החשיבה בגיאומטריה בין שתי הקבוצות (בקבוצת הניסוי היתה רמת החשיבה הממוצעת 2.55 ובקבוצת הביקורת 2.36, ורמת החשיבה הממוצעת נמדדת בציונים של 0-4 לפי ון-הילה), הרי שלאחר הניסוי חלה התקדמות ברמת החשיבה אצל התלמידים של שתי הקבוצות: התלמידים שלמדו באמצעות מחשב התקדמו בממוצע ב- 0.82 ברמת החשיבה, בעוד שהתלמידים שלמדו באמצעות דפי העבודה התקדמו רק ב- 0.37 ברמת החשיבה. במבחן t נמצא הבדל מובהק בין שתי הקבוצות ($p < .005, t = 3.07$). חודש לאחר הניסוי שמרה קבוצת הניסוי על אותה רמת חשיבה ואילו בקבוצת הביקורת עלתה רמת החשיבה בגיאומטריה ב- 0.16 ולכן צומצם הפער בין שתי הקבוצות, אף על פי שההבדל ביניהן נשאר מובהק ($p < .005, t = 2.29$).

ב. ממצאים המתייחסים לתלמידים שלמדו באמצעות מחשב ולאצל אלה שלמדו באמצעות דפי עבודה, עם הבחנה באופן הלמידה: יחידים / זוגות.

בבדיקת הממצאים שהתייחסו לאופן הלימוד של היחידים נמצא כי כל התלמידים התקדמו ברמת החשיבה לאחר הניסוי, אולם בעוד שלפני הניסוי לא נמצא הבדל מובהק בין היחידים שלמדו באמצעות דפי עבודה ובין היחידים שלמדו באמצעות מחשב, וכך גם בקרב הזוגות שלמדו בשתי שיטות הלימוד, הרי שמיד לאחר הניסוי וגם חודש לאחר מכן היתה רמת החשיבה של התלמידים שלמדו כיחידים באמצעות מחשב גבוהה יותר באופן מובהק מזו של התלמידים שלמדו באמצעות דפי עבודה. הבדל זה לא נמצא בקרב הלומדים בזוגות בשתי שיטות הלימוד.

ג. היבטים רגשיים וחוויתיים

במסגרת התצפיות שנערכו במהלך ניסוי החלוץ ובמחקר הראשי נרשמו הערות התלמידים. כמו כן היו תלמידים שביזמם הוסיפו הערות על שיטת ההוראה שבה התנסו (מחשב/דפי עבודה) ואופן הלימוד (יחיד/זוגות). בהתבטאויות התלמידים אפשר לראות גישה חיובית ללמידת גיאומטריה באמצעות מחשב, כאשר הלמידה מתבצעת בזוגות. תלמידים שלמדו את הפרק באמצעות מחשב כזוג אמרו:

"היינו רוצים ללמוד כך את כל הגיאומטריה. זה יותר כיף! ולכן לומדים כך יותר. אי אפשר להפריע למורה". ואכן, בתצפיות שנעשו על התלמידים, נמצא שהתלמידים שעבדו בזוגות בסיוע מחשב דנו ביחד בבעיות, התייחסו ברצינות לחומר הלימודי ואף סייעו זה לזה. לימוד בזוגות מעודד הוראת עמיתים, כאשר ניכר רצון חזק מצד בני הזוג ללמוד ולהתקדם. בקרב הלומדים כיחידים עם מחשב היו כאלה שהיו מרוצים מאוד - כמו אותו תלמיד שציון, כי "בדרך זאת, עם המחשב, לומד כל אחד לפי רמתו, אפשר לחזור כמה פעמים על החומר הקשה, עד שבסוף מבינים"; אולם נמצאו גם תלמידים שהפגינו חוסר סבלנות כלפי אופן הלימוד והביעו העדפה לעבוד עם בן זוג ולא לבד. התרשמות דומה ללמידה בצוותא התקבלה גם בעקבות הצפייה בתלמידים שלמדו באמצעות דפי עבודה.

5. דיון ומסקנות

את ההבדלים ברמת החשיבה בגיאומטריה בין קבוצת הניסוי ובין קבוצת הביקורת שנמצאו בעקבות הניסוי אפשר ליחס בעיקר לאיכות ההוראה שניתנה לשתי הקבוצות במערך מחקר זה: שתי הקבוצות למדו באמצעות פעילויות שאורגנו בסדר זהה, מלוות בהסברים מילוליים דומים, במשך זמן דומה, ועם מתן תשובות דומות, אולם השוני העיקרי נעוץ באיכות ההוראה באמצעות המחשב. הן הפעילויות בדפי העבודה והן הלומדות מדגישות את האלמנטים החשובים שיש לכלול בכל שיטת הוראה, אולם הלומדות הן בעלות פוטנציאל רב יותר, בעיקר הודות לשימוש בהדגשים דינמיים וקוליים. ייתכן שעצם החשיפה ללומדות הביא להקלה בתהליך הלמידה, ומכאן לרמת החשיבה הגבוהה יותר מיד לאחר הניסוי. קרוב לוודאי, שהלימוד באמצעות מחשב זרז את תהליכי החשיבה, ובעוד שבדרך כלל למידת מושגים הנדסיים נעשית לאורך זמן ארוך יחסית כתוצאה מתהליכי הפנמה והמשגה ממושכים של החומר; ייתכן, כי ההוראה באמצעות המחשב קיצרה את זמן הבשלת החומר אצל התלמידים. גורם נוסף העשוי להסביר את השיפור הגבוה יותר אצל התלמידים שלמדו בסיוע מחשב הוא האפשרות למקד את תשומת הלב בהצגה החזותית שעל צג המחשב, כשעצם השימוש בו מגביר את הסקרנות. בנוסף, ייתכן שההצגה על צג המחשב באמצעים צבעוניים וקוליים הביאה להגברת יכולת הזכירה הוויזואלית ומכאן גם לחיסכון בזמן ולהקלה על הלמידה. אפשר להניח גם שהלמידה באמצעות המחשב הקנתה לתלמיד הרגשה של שותפות בתהליך הלמידה, דהיינו התקדמות אינדיבידואלית לפי צרכי הפרט, בקצב המתאים לו. חשוב לציין כי בהשוואה למחקרים אחרים (Usishkin 1982; Mayberry 1983) שמצאו שרק תלמידים מעטים הפגינו שליטה טובה ברמת החשיבה הרביעית לפי תיאוריית ון-הילה, הרי שבמחקר זה נמצא שכ- 47% מהתלמידים שלמדו עם מחשב שלטו מיד לאחר הניסוי ברמה הרביעית, לאחר שהצליחו לשלוט היטב בכל הרמות הקודמות. מבין התלמידים שלמדו עם דפי עבודה, כ- 23% שלטו ברמה הרביעית. הסיבה העיקרית לפער שבין תוצאות מחקר זה ובין תוצאות המחקרים הקודמים המתבטא במספר גדול של תלמידים המפגינים רמת חשיבה גיאומטרית גבוהה, נובע כנראה מאיכותן הדידקטית של הלומדות ושל דפי העבודה, שהיו בנויים בצורה הייררכית, בסדר קושי עולה, והנושאים הנלמדים מוצגים ברצף אחד, תוך כדי שימוש באסטרטגיות הוראה העושות את החומר הנלמד קל יותר למעקב, להבנה ולזכירה. מכאן אפשר לראות שוב כי שימוש באמצעי למידה טובים המשולבים בדרך הוראה נכונה עשוי לתרום לשיפור ברמת החשיבה בכלל וברמת החשיבה הגיאומטרית בפרט.

בבדיקה שנעשתה לגבי ההבדלים בין הלומדים כיחידים באמצעות מחשב לבין הלומדים כיחידים באמצעות דפי עבודה, נמצא שאצל הלומדים כיחידים באמצעות מחשב חלה התקדמות גבוהה יותר ברמת החשיבה בגיאומטריה לעומת ההתקדמות של התלמידים שלמדו כיחידים עם דפי עבודה. אפשר להניח כי הסיבות העיקריות לממצאים אלה נעוצות בעובדה שהמחשב האישי מקנה לתלמיד העובד ביחידות תחושה שיש מישהו המסייע לו ללא תחרות, הנותן חיזוקים ללא לעג, וייתכן שדווקא התגובה הנייטרלית של המחשב מקדמת יותר את התלמידים העובדים כיחידים על פני התלמידים הלומדים כיחידים בעזרת דפי עבודה, אשר לגביהם החיזוקים ניתנים לאחר זמן מה. לחילופין נמצא, שאצל הלומדים בזוגות בשתי שיטות הלימוד לא נמצא הבדל מובהק ברמת החשיבה הגיאומטרית מיד לאחר הניסוי, אולם השיפור אצל אלה שלמדו באמצעות המחשב היה משמעותי יותר מזה של אלה שלמדו באמצעות דפי העבודה. את השיפור במקרה זה אפשר לזקוף לעובדה שבתהליך הלמידה בזוגות, שוחחו התלמידים ביניהם, אל עצמם ואל המחשב, וחילקו חוויות אישיות מעצם ההתנסות של הלימוד בעזרת המחשב, הנאה שלדעת התלמידים מרובה מההנאה הקיימת בלימוד בצוותא בעזרת דפי עבודה, בעיקר על רקע היות המחשב כלי דינמי ומסקרן בשימוש בהוראה, המסייע למקד מיידי ולנהיג להבנה. כפי הנראה סייע המחשב לאינטראקציה בין בני הזוג, שפתחו בדיונים ובוויכוחים סביב המושגים הנלמדים, תופעה שלא התרחשה בקרב הלומדים בזוגות בעזרת דפי העבודה. הלומדים בזוגות באמצעות המחשב "התווכחו" גם עם המחשב, כאשר לא היו בטוחים בפתרון דוגמה שהוצגה בפניהם, בעוד שבני זוג

שעבדו עם דפי עבודה נצפו דומים יותר ללומדים אינדיווידואליים שקיבלו את פתרון הדוגמה כעובדה, ולא ניסו לערער עליה או לבדוק אותה. סיטואציה זו של זוגות הלומדים באמצעות מחשב הביאה לפיתוח תהליכי קומוניקציה ומחויבות הדדית ומכאן גם לתחושה שלימוד בדרך זו עדיף על לימוד כיחידים.

רוברט (1982), שבדק מיתאמים בין הישגים ובין עמדות כלפי גיאומטריה, מצא קשר ביניהם: תלמידים חלשים לא אהבו את התחום, ותלמידים טובים הפגינו כלפי המקצוע יחס חיובי. מכאן אפשר להסיק על מערכת כפולה של קשרים שאינם נסיבתיים - מצד אחד אפשר להסיק כי תלמידים אוהבים תחום לימוד שבו הם שולטים היטב, ואינם רוצים ללמוד מקצוע שבו אינם מפגינים בקיאות, ומצד שני אפשר לומר כי תלמידים שולטים בתחום אשר אותו הם אוהבים ואינם שולטים במקצוע אשר אותו אינם אוהבים. גם במחקר זה נמצא מיתאם חיובי בין השליטה ברמות החשיבה של התלמידים בגיאומטריה ובין עמדותיהם כלפי תחום זה, כלומר תלמידים בעלי רמת חשיבה גיאומטרית גבוהה דיווחו על אהדה והנאה מלימוד התחום, בעוד שתלמידים בעלי רמת חשיבה גיאומטרית נמוכה ציינו חרדה וקושי ממנו.

הצורך במחקר זה נבע מהעובדה כי קיימת בעיה אמיתית בקרב תלמידים בהבנת מושגים בגיאומטריה וביכולת להקנות להם ידע זה באמצעים המקובלים. מכאן שחשיבותו של המחקר תימדד ביישומיו והיא תישפט על-ידי השותפים השונים במלאכת ההוראה. המורים ומפתחי תכניות הלימודים עשויים להסתייע בראיונות ובשאלונים שפותחו ועובדו במחקר זה לצורך זיהוי ומיון רמת החשיבה הגיאומטרית של התלמידים. גם המודל התיאורטי שפותח במחקר ומתאר את רמות החשיבה, המיומנויות ודרכי ההוראה הדרושים בכדי לקדם את התלמידים בגיאומטריה, עשוי להקל על אנשי המקצוע בהבנת תהליכי הלמידה המתרחשים אצל התלמידים. איתור רמת החשיבה של התלמידים ותיאור מערך הידע הקיים אצל התלמידים עשוי לקדם פיתוח קוריקולרי להוראת גיאומטריה, פיתוח תכניות עזר להוראת המקצוע ואף לשפר את ההוראה עצמה.

נציין, שגם הלומדות וגם דפי העבודה, שעובדו לעבודה בזוגות ולעבודת יחידים, עשויים לסייע לאותם מורים המתקשים בהוראת המיומנויות המתאימות הקשורות ללימוד המקצוע וכן מתקשים בהצגת מושגים גיאומטריים בצורה חזותית. קרוב לוודאי שמכשירים אלה, נוסף על ההמלצה לאתר תחילה את רמת החשיבה הגיאומטרית של התלמידים, ישפרו את איכות ההוראה בכיתות.

המידע שנאסף עשוי להיות בסיס לפיתוח יחידות לימוד נוספות בגיאומטריה וכן לתרום לתכנון מערכות לימוד עצמיות נוספות באמצעות מחשב.

רשימת ספרות

- בלום, ב' ס' [1976]. **תכונות אנוש ולמידה בבית הספר**. "גומא" ספרי מדע ומחקר, צ'ריקובר מוציאים לאור בע"מ.
- בן יהודה, ב' [1960]. **הוראת המתמטיקה בבית הספר התיכון**. תל-אביב, הוצאת "מסדה".
- פסקין, ד' [1990]. **השפעת השימוש במחשב ללמידה עצמית במערך של למידה יחידנית ושל זוגות על תפישה והבנת מושגים בגיאומטריה אוקלידית, ברמות חשיבה שונות, בקרב תלמידי בית ספר תיכון**. עבודת גמר לתואר דוקטור, בית הספר לחינוך, אוניברסיטת תל-אביב.
- Bloom, B. S. [1984]. The two sigma problem: The Search for Methods as Effective as One-to-One Tutoring. *Educational Researchers* 13: 4-16.
- Burns P. K and W. C. Bozeman [1981]. Computer-Assisted Instruction and Mathematics Achievement. Is There a Relationship? *Educational Technology* 21: 32-39.
- Fischbein, E. and I. Kedem, [1982]. Proof and Certitude in the Development of Mathematical Thinking. *Proceeding of the Sixth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, pp. 128-131. Antwerp.
- Hartley, S.S. [1977]. *Meta Analysis of the Effects of Individually Paced Instruction in Mathematics* (Doctoral Dissertation University of Colorado). Dissertation Abstracts International 38(7A), 4003 (University Microfilms No. 77-29, 926).
- Hativa, N. [1983a]. Special Parallelograms. *Chambered Nautilus*, Sacramento, Ca.
- Hershkowitz, R. [1987]. The Aquisition of Concepts and Misconceptions in Basic Geometry - or When "a Little Learning is a Dangerous Thing". In J.D. Novak (ed.), *Proceeding of the Second International Seminar on Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics*, vol III, pp. 238-251. Cornell Univ., Ithaca N.Y., USA.
- Hoffer, A [1981]. Geometry is More than a Proof. *The Mathematics Teacher*, 74(1): 11-18.
- Hoffer, A. [1983]. Van-Hiele Based Research. In R. Lesh and M. Landau (eds.), *Acquisition of Mathematics Concept and Processes*. Academic Press.
- Husen, T. and T.N. Postlethwaite, (ed.), [1985]. *The International Encyclopedia of Education. Research and Studies*, vol. 5, pp.2022-2024. Pengamon Press.
- Johnson, R.,D. Johnson and M.B. Stanne [1985]. Effects of Cooperative, Competitive and Individualistic Goal Structures on Computer - Assisted Instruction. *Journal of Educational Psychology* 77: 668-677.
- Johnson, R., D. Johnson and M.B. Stanne [1986]. Comparison of Computer Assisted Cooperative, competitive and Individualistic Learning. *American Educational Research Journal* 23(3): 382-392.
- Kapadia, R., [1980]. Euclid Must Go. *International Journal of Mathematical Education and Science Technology* 11(3): 327-329.
- Kulik, J.A., C-L-C Kulik and R.L. Bangert-Drowns [1985]. *Effectiveness of Computer-Based Education in Elementary Schools*. Paper presented at the annual conference of the American Educational Research Association.
- Mayberry, J. [1983]. The van Hiele Levels of Geometric Thought in Undergraduate Preservice Teachers. *The Journal for Research in Mathematics* 14(1): 58-69.
- Menger, K. [1971]. The Geometry Relevant to Modern Education. *Educational Studies* 4(1): 1-17.
- Mevarech, Z.R. [1985]. Computer Assisted Different Instructional Methods: A Factorial Experiment within Mathematics Disadvantaged Classrooms. *Journal of Experimental Education* 54(1): 22-27.
- Mevarech, Z.R. and Y. Rich [1985]. Effects of Computer-Assisted Instruction on Disadvantaged Pupils' Cognitive and Affective Outcomes. *Journal of Educational Research* 79(1): 5-11.
- Mevarech, Z.R., D. Stern and I. Levita [1987]. To Cooperate or not to cooperate in CAI: That Is the Question. *Journal of Educational Research* 80(3): 164-167.

- Mevarech, Z.R. [1988]. Intrinsic Orientation Profiles and Learning Mathematics in CAI Settings. *Journal of Educational Research* 5(4): 228-232.
- Robert, P.L. [1982]. *The Relationship of Attitude, Achievement and Introversion-Extroversion among High School Student in Euclidean and Transformational Geometry Classes*. Ph. D. Fordham University, order DA 8213616P
- Schuster, S. [1971]. On the Teaching of Geometry. A Potpourry. *Educational Studies in Mathematics* 4: 76-86.
- Senk, S.L. [1984]. *Research on Curriculum Development Based on the van Hiele Model of Geometric Thought*. Prepared for the Working Group on Geometry, Spatial Awareness and Visualization. Fifth International Congress on Mathematics Education, Adelaide.
- Senk, S.L. [1985]. How Well Do Students Write Geometry Proofs? *Mathematics Teacher* 78(9): 448-456.
- Sherman, L.W. and M. Thomas [1986]. Mathematics Achievement in Cooperative Versus Individualistic Goal-Structured High School Classrooms. *Journal of Educational Research* 79(3): 169-172
- Usishkin, Z. [1982]. *Van-Hiele Levels and Achievement in Secondary school Geometry*. The University of Chicago.
- Van Hiele, P.M. [1959]. La pensee de l'enfant et la geometrie. *Bulletin del'Association des Proffesseurs de Mathematiques de l'Enseignement Publique* 198: 199-205.
- Van Hiele, P.M. [1987]. *Van-Hiele Levels, A Method to Facilitate the Finding of Levels of Thinking in Geometry by Using the Levels in Arithmetic*. Paper Presented at the Conference on Learning and Teaching Geometry: Issues for Research and Practice. Syracuse University.
- Vinner, S. [1976]. The Naive Concept of Definition in Mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 7: 413-429.
- Vinner, S. [1977]. The Concept of Exponentaion at the Undergraduate Level and the Definition Approach. *Educational Studies in Mathematics* 8: 17-26
- Vinner, S. and R. HersHKovits [1983]. On Concept Formation in Geometry. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik* 1: 20-25.