

הנושא: מיקרו-ברידג': עולם-זוטא קומבינטורי

הוכן ע"י: רינת חדשי-רחמן ותמי לפידות, הטכניון, חיפה.

תקציר: במאמר מציגות המחברות עולם-זוטא קומבינטורי המבוסס על משחק דמוי ברידג' הקרוי מיקרו-ברידג'. מטרת המשחק היא לבנות סביבה שבה התלמידים יעסקו בתכנים קומבינטוריים – נושאים הנחשבים לקשים ללמידה. בנוסף למשחק ממליצות המחברות כמה המלצות דידקטיות לשימוש במיקרו-ברידג' כעולם זוטא לקומבינטוריקה. לדעתן, השימוש בעולם-זוטא המוצע במאמר יעזור לתלמידים להיות לומדי קומבינטוריקה מוצלחים בתקופת בית הספר ובמובן מסויים גם כל החיים.

מילות מפתח: קומבינטוריקה, לוגו, עולם-זוטא, משחק, שיטות הוראה, ברידג'.

החומר פורסם במסגרת: על"ה 16, אדר ב' תשנ"ה, מרץ 1995, עמודים 49-52.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 6 עמודים.

מיקרו-ברידג': עולם-זוטא קומבינטורי¹

1. הקדמה

פרק הלימוד העוסק בקומבינטוריקה נחשב בדרך-כלל לקשה ללמידה. במאמר זה אנו מנסות ליישם את רעיון העולם-זוטא לשטח הקומבינטוריקה, על ידי משחק קלפים דמוי ברידג' הנקרא מיקרו-ברידג'.

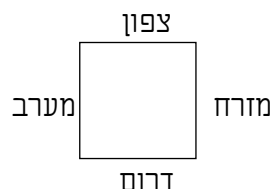
בקרב קהיליית לוגו שוררת תמימות דעים על היתרונות הטמונים בשימוש בעולם-זוטא. יתר על כן פפרט² מציע ליצור רשת של עולמות זוטא, שכל אחד מהם מתמקד בתחומי ידע אחרים. כאן אנו מציגות רכיב חדש לרשת שכזו.

ביצירת העולם-זוטא שלנו, השתדלנו לשמור על שני קווים מנחים: לייצג נאמנה את הנושא הנלמד (קומבינטוריקה) ויחד עם זאת לשמור על עקרונות העולם-זוטא. מיקרו-ברידג', שהוא גרסה של משחק הברידג' הפופולרי, הוא משחק מתוחכם מאוד. בכדי לשחק בהצלחה יש להפעיל "שיקול דעת מתמטי" שהוא בדרך-כלל קומבינטורי (והסתברותי). אנו יכולים להשתמש בהיבטים הקומבינטוריים של מיקרו-ברידג' בכדי לשקף נושאים קומבינטוריים. מיקרו-ברידג' יכול לשרת כעולם-זוטא בקיימו את הדרישות הבאות: המשחק מושך ומעניין מאוד, הוא מציע מגוון פעילויות אינטלקטואליות והעובדה שקיימות מספר אסטרטגיות ניצחון הופכת אותו למשחק פתוח. כתוצאה מכך, ייתכן מאוד שהתלמידים יתלהבו וישתפו פעולה.

המשך המאמר מאורגן באופן הבא: בחלק 2 אנו מציגות את משחק הקלפים מיקרו-ברידג'. בחלק 3 אנו נותנות המלצות דידקטיות לשימוש במיקרו-ברידג' כעולם-זוטא לקומבינטוריקה. אנו מסכמות את הדיון בחלק 4.³

2. מיקרו-ברידג'

מיקרו-ברידג' הוא משחק קלפים לארבעה שחקנים, המחולקים לשני זוגות. השחקנים מזהים בשמות מזרח, דרום, מערב וצפון, והזוגות הם צפון-דרום ומזרח-מערב. השחקנים יושבים סביב שולחן מרובע בהתאם לתרשים הבא:



כאשר המשחק מתחיל, טורפים את 52 הקלפים (בלי הזיקר) ומחלקים בין ארבעת השחקנים, כך שכל אחד מחזיק בידו 13 קלפים. באופן כללי, המשחק מורכב מ-13 סיבובים הקרויים "לקיחות". בכל לקיחה כל שחקן מניח קלף אחד על השולחן ועל סמך הערכה מסויימת של קלפים אלה (שתוסבר בהמשך) מחליטים מי הזוכה בלקיחה זו. ארבעת הקלפים שהשתתפו בלקיחה יונחו בצד, ולא ישתתפו בלקיחות הבאות.

1. *Micro Bridge: A Combinatorial Microworld*. הוצג בכנס 93 Eurologo.
2. S. Papert. Microworld: Transforming Education. In R.W. Lawler and M. Yazdani (eds), *Artificial Intelligence and Education*, Vol. 1, pp. 79-94. Ablex Publishing Co.
3. אנו מתנצלות מראש בפני הקוראות על כי חלק מהניסוחים נכתבו בלשון זכר משיקולי נוחות.

בברידג', המשחק מתחיל בשלב שנקרא "הכרזה". שלב זה מסתיים כאשר השחקנים מגיעים להסכמה על אודות "חוזת" מסוים. במיקרו-ברידג', מאחר שלשלב ההכרזה אין כל רלוונטיות לעולם-זוטא הקומבינטורי שלנו, אנו משמיטים את ההכרזה האמיתית, ומניחים שהמורה מספק את החזת ישירות לשחקנים.

לחזת יש שלושה תפקידים במשחק:

1. החזת מזהה את השחקנים עם מקומותיהם סביב השולחן.
2. החזת קובע מהו המספר המזערי של לקיחות שבהן חייבים לזכות צפון-דרום כדי לנצח במשחק כולו.
3. החזת מגדיר את ה"שליט", שהוא הסדרה שנחשבת לבעלת הערך הרב ביותר במשחק. אפשרות נוספת היא להחליט שכל הסדרות שוות בערך. השליט במשחק יכול להיות אחד מן הבאים: עלה (spade), לב (heart), יהלום (diamond), תלתן (club) או ללא שליט (no-trump). תפקיד הסדרה השלטת יוסבר בהמשך.

לדוגמה, חזת יכול להיות:

- 1 טל = דרום ; גל = צפון ; טליה = מערב ; גליה = מזרח;
- 2 צפון-דרום (במקרה זה טל וגל) חייבים לזכות בעשר לקיחות לפחות.
- 3 השליט הוא לב.

כעת נתאר את תרחיש הלקיחות במשחק. בכל לקיחה כל שחקן שם קלף אחד על השולחן. השחקנים מניחים את קלפיהם בזה אחר זה בכיוון השעון. שחקן שזוכה בלקיחה הראשונה הוא הראשון לשים קלף בלקיחה הבאה (מוסכם כי מערב משחק ראשון בלקיחה הראשונה). כאשר שחקן בוחר קלף, עליו לציית לכמה חוקים. השחקן הראשון בלקיחה יכול לשים כל קלף שהוא. קלף ראשון זה נקרא "מוביל" (lead) והסדרה שלו היא הסדרה המובילה (בלקיחה הנוכחית). שאר השחקנים, בתורם, חייבים להיענות לסדרה המובילה (כלומר לשים קלף מאותה סדרה כמו הקלף המוביל בלקיחה), אלא אם אין ברשותם קלף מסדרה זו. במקרה זה, הם יכולים לשים כל קלף אחר (אין רמאויות במשחק זה!).

לאחר שארבעת הקלפים של הלקיחה הונחו על השולחן, מחליטים מי הזוכה בלקיחה. ההחלטה מתבצעת לפי הכלל הבא: אם אין שליטים על השולחן, כי אז המנצח הוא הקלף הגבוה ביותר מהסדרה המובילה. אחרת, המנצח הוא השליט הגבוה ביותר.

עד כה תיארנו את המשחק כאילו השחקנים מסתירים את קלפיהם לכל אורך המשחק. לאמיתו של דבר, אין זה המצב לכל ארבעת השחקנים. בתחילת המשחק, מיד לאחר שמערב הניח את הקלף הראשון בלקיחה הראשונה, נחשפים קלפיו של הצפון. הוא מניח אותם על השולחן כך ששאר השחקנים יוכלו לראותם. מרגע זה ואילך, צפון משמש כ"שחקן דומם" (dummy), ודרום הוא המחליט אילו קלפים לשחק הן מדרום והן מצפון. תפקידו של השחקן הדומם הוא אך ורק לציית לדרום, ולשים בדיוק את הקלף שדרום הורה לו. לפיכך, דרום הוא השחקן המנסה לנצח את המשחק, על ידי זכייה במספר הלקיחות הנקוב בחזת או יותר. כתוצאה מכך, דרום נקרא "כרוז" המשחק, ומזרח ומערב המנסים למנוע ממנו לעמוד ביעדו, קרויים "מגינים".

לדוגמה, נניח כי השחקנים מקבלים את הקלפים הבאים בתחילת המשחק, וכי החוזה שניתן לשחקנים הוא זה שצויין לעיל

צפון (דומם)

7 6 4 3	עלה
K Q 3 2	לב
A Q	יהלום
10 7 4	תלתן

מערב (מגן)

Q J 10 9	עלה
10 6 5 4	לב
2	יהלום
J 9 8 6	תלתן

מזרח (מגן)

A K 8 5	עלה
-	לב
K 9 8 7 5 3	יהלום
5 3 2	תלתן

דרום (כרוז)

2	עלה
A J 9 8 7	לב
J 10 6 4	יהלום
A K Q	תלתן

הלקיחה הראשונה מתחילה כאשר מערב שם, לדוגמה, את מלכת העלים על השולחן (מכאן, שעלה הוא הסדרה המובילה). כעת, קלפיו של צפון (הדומם) מתגלים על השולחן ודרום יכול לבקש את צפון לשים קלף, לדוגמה, את 3 עלה. (היזכרו כי מאחר שלצפון יש עלים, הקלף שדרום בוחר לשים חייב להיות עלה). מזרח, המחזיק במלך ובאלוף, יודע כי דרום אינו מחזיק בעלה גבוה יותר מהמלכה, ובתנאי שדרום לא ישים שליט, מערב יזכה בלקיחה. לכן, מזרח יכול להניח את ה-5 עלה. דרום, שמחזיק רק ב-2 עלה, חייב לשים אותו. מאחר שכל הקלפים הם מהסדרה המובילה (עלה), הקלף הגבוה ביותר מנצח. במקרה זה, מערב זוכה בלקיחה עם מלכת העלים וממשיך בשחקו את הקלף הראשון בלקיחה השנייה.

בלקיחה השנייה, מערב בוחר להוביל עם נסיך העלים, דרום מבקש את צפון לשים 4 עלה, מזרח שם 8 עלה, ודרום, שלא נותר בידו אף עלה, יכול לשים 9 לב. מאחר שלבבות הם הסדרה השולטת, דרום זוכה בלקיחה השנייה.

בהתבוננו בקלפיו של צפון שעל השולחן, דרום מונה שיחד הם מחזיקים ב-8 לבבות. בהוסיפו את 9 לב שהושם בלקיחה השנייה, דרום מבין שהמגינים מחזיקים יחד ארבעה לבבות בדיוק. דרום יודע כי חלוקת הלבבות בין המגינים יכולה להיות אחת מהבאות: 4 לבבות למערב ואפס למזרח, 3 לבבות למערב ואחד למזרח, וכו'. בהשתמשו בכך, ובטכניקות ספירה דומות, דרום מנסה לתכנן את הלקיחות בדרך שתבטיח זכייה בעשר לקיחות לפחות כנדרש בחוזה.

3. המלצות דידקטיות

בחלק זה, אנו מציעות דרך לשימוש במיקרו-ברידג' לקומבינטוריקה. הצעתנו מכילה שלושה שלבים: כניסה לעולם המיקרו-ברידג', קומבינטוריקה בעולם המיקרו-ברידג', ויציאה מעולם המיקרו-ברידג'.

שלב 1: כניסה לעולם המיקרו-ברידג'

השלב הראשון הוא הכרות עם המיקרו-ברידג'. המורה מציג את המשחק ואת חוקיו לתלמידים, ואחר, במטרה לתרגל את חוקי המשחק, התלמידים מבליים זמן מה במשחק. המלצתנו לניהול השלב הראשון היא לתת לתלמידים לשחק משחקים "תוצרת בית". כלומר, במקום לתת לתלמידים לטרוף ולחלק את קלפיהם בחופשיות, המורה מחלק את הקלפים ל-4 מראש. המורה אינו חייב לטרוף את הקלפים, להיפך, באפשרותו לתכנן בפרוטרוט איזה קלף יחזיק כל שחקן. יתר על כן, מומלץ כי כל הכיתה תשחק באותו משחק בו זמנית (רביעיות רביעיות). למשחק בו זמני של משחקים "תוצרת בית" יש שני יתרונות משמעותיים: ראשית, מאחר שכל התלמידים משחקים באותו המשחק, הכיתה יכולה לדון בכל משחק מיד עם סיומו. שנית, ואף חשוב יותר, בהכינו משחקים "תוצרת בית" תוך מחשבה על אופן חלוקת הקלפים בין ארבעת השחקנים, המורה יכול לעודד את התפתחות המחשבה הקומבינטורית לכיוון הרצוי. דבר זה מושג בבחירת משחקים המכילים מצבים אשר מהם השאלות הקומבינטוריות עולות בטבעיות.

שלב 2: קומבינטוריקה בעולם המיקרו-ברידג'

השלב השני מכיל מבחר מחושב של משימות מעולם המיקרו-ברידג'. בשלב זה, התלמידים ממשיכים לשחק מיקרו-ברידג', אלא שהמוקד כעת הוא בקומבינטוריקה ולא במשחק עצמו. התלמידים משחקים משחקים "תוצרת בית" שמכוונים לעסוק בנושאים קומבינטוריים ספציפיים. לאחר המשחק (המשחקים), מנוהל בכיתה דיון על השאלות הקומבינטוריות העולות מהמשחק, ולא על המשחק עצמו.

ככלל, לב העולם הקומבינטורי הוא בתהליך המנייה. בדרך-כלל, כאשר מציגים שאלה בקומבינטוריקה, מתארים מצב אמיתי מהחיים, שבו נדרש למנות את מספר התמורות, חליפות, צירופים וכו'.

במיקרו-ברידג', כבקומבינטוריקה, למנייה תפקיד חשוב. תכופות נוקטים השחקנים שיקולים קומבינטוריים כדי להחליט על צעד הבא. לדוגמה, חשוב מאוד למנות כמה קלפים נותרו במשחק בכל שלב, ואחר כך לנסות לנחש את חלוקת הקלפים הנותרים בין השחקנים היריבים. מהתבוננות בנושאים המופיעים בתוכנית לימודים מסורתית לקומבינטוריקה, אפשר להבחין כי מתחילים בתמורות, ממשיכים בחליפות ומסיימים בצירופים. מבין שלושת הנושאים האלה, צירופים הוא לב נושא הקומבינטוריקה בעוד שחליפות ותמורות הן מקרים פרטיים של צירופים. מכל מקום, מאחר שצירופים נחשבים לקשים יותר, הם בדרך-כלל נלמדים אחרונים. במיקרו-ברידג' אנו יכולים לדלג על תמורות וחליפות ולהתמקד בנושא העיקרי, צירופים, כמעט מההתחלה. הרעיון להתמקד בנושא העיקרי ישר מההתחלה מזכיר את הדרך שבה לוגו מאפשרת להתמקד במתודולוגיות ראשיות של מדעי המחשב (כמו מודולריות והפשטה) ישר מההתחלה, בניגוד ללימוד המסורתי (בפסקל למשל).

כפי שהוזכר לעיל, הדגש בשלב השני הוא לעורר שאלות קומבינטוריות דרך מיקרו-ברידג'. לכן, אנו מציעות שמבנה של שיעור טיפוסי בשלב השני יהיה דלהלן: ראשית, ישחקו התלמידים משחקים מ"תוצרת בית" המתמקדים בנושא מסוים; שנית, יתנהל דיון בבעיות שעלו מהמשחק (עדיין ברמת המשחק); לאחר מכן, המורה יציג משימות שהכיתה פותרת ביחד; ולבסוף המורה ינסח את הבעיה. מערך זה תואם את הפילוסופיה הקונסטרוקטיביסטית שבה הפורמליזם בא בסוף.

להלן מידגם מייצג של משימות. מובן, שכל אחת מהמשימות ניתנת לתלמידים אחרי שהם שיחקו מספר משחקים המדגישים ואת הצורך בפתרון משימות כאלה.

משימה 1: הנח שאתה דרום. אתה מחזיק ב-A K Q J 10 עלה. בכמה סדרים שונים תוכל לשחק את העלים?

משימה 2: הנח שאתה דרום. אתה מחזיק ב-J Q K A 8 10 לב, שהוא השליט. לצפון אין לבבות. עד כה לא שחק אף לב. כעת עתה מתכנן לשחק את ה-A בלקיחה הראשונה, ה-K בשנייה, וכו'. מצא את מספר החלוקות האפשריות של שאר הלבבות בין מזרח למערב שתבטיח שתזכה ב-6 לבבות.

משימה 3: הנח שאתה מערב, ומחזיק ב-2 3 6 7 9 לב. יתר על כן, הנח שאתה רואה בשולחן כי צפון מחזיק את ה-Q K A לב. כעת אתה תופס שצפון (או בעצם דרום) מתכנן לשחק את ה-A Q K לב בשלוש הלקיחות הבאות. בכמה דרכים שונות אתה יכול לזרוק את הלבבות מידך בלקיחות אלה?

שימו לב, שכל אחת מהדוגמאות דלעיל טומנת בחובה שאלה קומבינטריות מוגדרת היטב. במשימה הראשונה, השאלה היא למצוא את מספר התמורות של חמישה עצמים. במשימה השנייה, השאלה (שאינה טריוויאלית) היא למצוא מספר חלוקות של הסדרה 2 3 4 5 6 7 9 (הלבבות הנותרים) בין שתי קופסאות (מזרח ומערב), כך שהקופסה שאליה הוכנסה ה-9 מכילה חמישה עצמים לכל היותר. במשימה השלישית, השאלה היא למצוא את מספר החליפות של 3 עצמים מתוך חמישה.

שלב 3: יציאה מעולם המיקרו-ברידג'

התהליך הדידקטי נשלם ביציאה מעולם המיקרו-ברידג'. שתי המטרות העיקריות של שלב זה הן:

1. הגדרת טרמינולוגיה ופורמליזם.
2. הרחבת החשיבה הקומבינטורית של התלמידים לתחומים אחרים.

ברור, כי בכל שיטת לימוד שבה משתמשים, על התלמידים להכיר את כל המונחים והנוסחאות שבתחום. לכן, בשלב השלישי, אנו משלימים ומכלילים את הפורמליזם שהוצג בשלב השני. מובן, שבשלב זה עדיין אפשר להשתמש במיקרו-ברידג' לשם מתן דוגמאות, אך הדבר נעשה ללא משחק הקלפים עצמו.

בשלב הראשון והשני, אנו מנסים לתת מוטיבציה לתלמידים, ולכוונתם לחשיבה קומבינטורית. מכל מקום, דבר זה נעשה בהיבט הצר של עולם המיקרו-ברידג'. כעת עלינו לבצע "טרנספר"; התלמידים ילמדו ליישם את הידע הקומבינטורי שרכשו לתחומי חיים אחרים. כתוצאה מכך, התלמידים יפיקו הפשטה של החשיבה הקומבינטורית. אין צורך לומר, ששלב זה של התהליך הדידקטי הוא חיוני ביותר.

4. סיכום

הצגנו את משחק המיקרו-ברידג', שהוא גרסה מופשטת של הברידג'. הצענו את המיקרו-ברידג' כעולם-זוטא לקומבינטוריקה. ההמלצה הדידקטית ליישום מיקרו-ברידג' כעולם-זוטא קומבינטורי נפתחת בלימוד המשחק עצמו. לאחר שהתלמידים מכירים את המשחק הם רוכשים, בהדרגה המורה, אי-אילו טכניקות ואסטרטגיות הנחוצות למשחק. אסטרטגיות אלה מעודדות את התלמידים ליישם "חשיבה קומבינטורית", שבתורה הופכת על ידי המורה לבסיס להרחבת הידע הקומבינטורי של התלמידים. שלב נוסף, בתהליך הדידקטי, הוא היציאה מעולם המיקרו-ברידג', שבה נוכחים התלמידים כי מצבים קומבינטוריים מאותו סוג עשויים לצוץ בתחומים אחרים וממצבים שונים.

אנו מאמינות כי השימוש בכלי, המבוסס על משחק מושך ופופולרי המוביל לעולם-זוטא, ילהיב את התלמידים ויגרום להם לשתף פעולה בחפץ לב. יתר על כן, תלמידים שהתחילו לשחק ברידג' (או מיקרו-ברידג') בבית הספר, קרוב לוודאי שימשיכו לשחק גם אחרי שעות בית הספר, וכשיגדלו. יש לשער, כי שחקן ברידג', שנכח פעם בקשר בין הברידג' לקומבינטוריקה, ימשיך לחשוב בצורה קומבינטורית גם בהמשך ואף ירכוש הבנה יותר עמוקה ואינטואיטיבית. כך, השימוש בעולם-זוטא המוצע יעזור להם להיות לומדי קומבינטוריקה מוצלחים בתקופת בית הספר וגם, במובן מסוים, לכל החיים.

תלמידים מתקשים תכופות בחשיבה קומבינטורית. דרך הלימוד המסורתית מנסה להדגים את הקומבינטוריקה דרך בעיות "מהחיים". למרבה הצער, בעיות אלה הן מלאכותיות ומאולצות. אנו מאמינות כי מיקרו-ברידג' מציג את השאלות הקומבינטוריות בדרך טבעית ומעודד גישה אינטואיטיבית לשדה. בכך הוא מצוין לפיתוח החשיבה הקומבינטורית.

יתרון אחר של השימוש בעולם-זוטא המיקרו-ברידג' הוא שאפשר להרחיבו בטבעיות רבה ללימוד תורת ההסתברות. באופן גס, בחירת האסטרטגיה הטובה ביותר במשחק מיקרו-ברידג' מסוים יכולה להיות מתורגמת לבחירת האסטרטגיה בעלת ההסתברות הגבוהה ביותר לניצחון.

תודה

ברצוננו להודות לאורית חזן, דלית לוי, טל רבין ואופיר רחמן על שקראו את המאמר ועל הערותיהם המועילות. תודה מיוחדת לארמנד לוסליאנו – המורה המצוין לברידג'.