

פיתרון השאלות בסטטיסטיקה והסתברות – 4 י"ל

10 א. ההסתברות לקבל מספר גדול מ-4 בזריקה אחת של הקוביה היא $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. למאורע זה נקרא הצלחה.

ההסתברות לקבל מספר הקטן או שווה לארבע הוא $1 - p = \frac{2}{3}$ ומאורע זה יהיה כשלון.

כל הטלה של הקוביה היא בלתי תלויה בהטלות האחרות ולכן ההסתברות לקבל בדיוק פעם אחת מספר הגדול מ-4 היא:

$$P = \binom{5}{1} \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{5 \cdot 2^4}{3^5} = 0.3292$$

באותו אופן ההסתברות לקבל בדיוק פעמיים מספר הגדול מ-4 היא:

$$P = \binom{5}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{5!2^3}{2!3!3^5} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 2^3}{2 \cdot 3^5} = \frac{5 \cdot 2^4}{3^5} = 0.3292$$

ואכן ההסתברויות שוות

ב. ההסתברות לקבל לכל היותר פעמיים מספר גדול מ-4 היא ההסתברות לקבל מספר הגדול מ-4: 0 פעמים, או פעם אחת, או פעמיים במילים אחרות, הסתברות זו היא סכום ההסתברויות בחלק א' וההסתברות שלא לקבל 4 כלל שהיא $\left(\frac{2}{3}\right)^5$ לכן

$$P = 2 \cdot \frac{2^4 \cdot 5}{3^5} + \frac{2^5}{3^5} = \frac{2^5 \cdot 6}{3^5} = 0.7901$$

ג. ההסתברות לקבל לפחות פעמיים מספר הגדול מ-4 היא ההסתברות לקבל מספר גדול מ-4: פעמיים, או 3 פעמים, או 4 פעמים, או 5 פעמים.
כלומר:

$$\begin{aligned} P &= \binom{5}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \binom{5}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \binom{5}{4} \left(\frac{1}{3}\right)^4 \frac{2}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \\ &= \frac{5 \cdot 2^4}{3^5} + \frac{5 \cdot 2^3}{3^5} + \frac{5 \cdot 2}{3^5} + \frac{1}{3^5} = \frac{131}{3^5} = 0.5391 \end{aligned}$$

11. $\bar{X} = 72$ (ממוצע), $S = 15$ (סטית התקן)

א. נסמן ב- X את הציון אשר לרבע מהתלמידים ציון גבוה ממנו זאת אומרת שהשטח הנמצא משמאל לציון התקן המתאים ל- X הוא 0.75. מהטבלה מקבלים כי ציון התקן המתאים הוא 0.67 ולכן

$$0.67 = \frac{X - 72}{15} \Rightarrow X = 82$$

לרבע מהאוכלוסיה ציון גבוה מ 82.

ב. נחשב את ציוני התקן של 66 ו 90

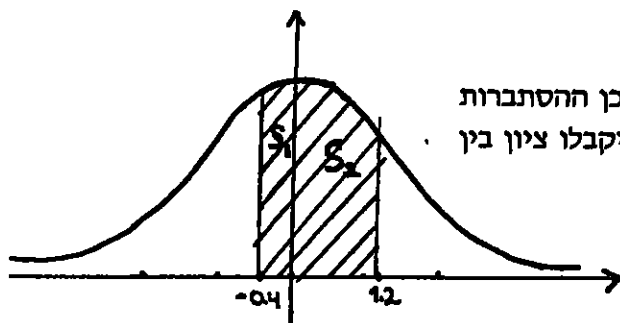
$$\frac{90 - 72}{15} = 1.2, \quad \frac{66 - 72}{15} = -0.4$$

ההסתברות המבוקשת בשביל תלמיד אחד היא השטח המוגבל בעקומת ההתפלגות הנורמלית בין הגבולות 1.2 ו -0.4 (ראה השרטוט). מכיוון שעקומת ההתפלגות הנורמלית היא סימטרית מקבלים מהלוח כי השטח הוא

$$S_1 + S_2 = 0.155 + 0.385 = 0.54$$

$$p = 0.54$$

ולכן:



ציוני התלמידים הם בלתי תלויים, ולכן ההסתברות ששני תלמידים שנבחרו באופן מקרי יקבלו ציון בין 66 ל-90 היא:

$$(0.54)^2 = 0.2916$$