

מהכיתה לג'ונגלים של בוליביה - שיעור על קריאת נתונים מתוך גרפים

יערה פלד

זכרונות מבית הספר

כשסיימתי את כיתה יב לפני 22 שנה, מקצוע ההוראה קסם לי בערך כמו לקפוץ ראש לבריקה ריקה. השנים חלפו והקשר שלי עם המתמטיקה נשמר פה ושם דרך הוראה בשיעורים פרטיים. מדי פעם השתעשעתי ברעיון שבו אני מורה בישראל, אך החיזיון בו אני עומדת מול כיתה ומנסה ללמד, נותר שנים רבות בגדר חיזיון תעתועים. והנה לפני שלוש שנים, בשלו התנאים, השעשוע הפך להסבת אקדמאים להוראה, והתעתוע היה למציאות.

כיום אני עדיין מגששת, בתחילת דרכי. לקראת ההתנסות בהוראה אני מנסה לשחזר מה אני זוכרת מלימודי, אילו שיעורים השאירו בי את חותמם? מה היה בהם שונה? האמת היא שאני לא זוכרת הרבה. אולי הדחקתי ואולי לא היה מספיק מעניין ...

אבל אני כן זוכרת מה זה *past perfect progressive* כי למדנו את זה דרך השיר של להקת Foreigner: "I have been waiting for a girl like you". זה היה בכיתה ט, בימים שהמורה נשאה עמה את הטייפ והריצה את הקלטת קדימה ואחורה עד שהגיעה לפזמון.

מלחמת האזרחים ונושא העבדות בארצות הברית קיבלו צבע ועניין דרך הסרט "חלף עם הרוח", שהקרינו לנו בשיעור היסטוריה. למה אני זוכרת את אלו בעצם? אני מנסה למצוא מכנה משותף ונראה לי שהמוחשיות שיחקה תפקיד בכולם. בעיניים הביקורתיות והחשדניות של התלמיד, תכנית הלימודים לפתע קיבלה "אחיזה במציאות".

ומה עם מתמטיקה?

מה אני זוכרת משיעורי המתמטיקה? זוכרת קושי, אימה לפני מבחנים, רגשי נחיתות. ובעצם הרבה לפני מריו ליביו שאלתי את השאלה: "האם אלוהים הוא מתמטיקאי?" רק שלא פרסמתי את הספר. שאלתי את עצמי אם במתמטיקה זה בכלל אפשרי? האם גם מתמטיקה ניתן ללמוד באופן חווייתי שמתקשר למציאות?

גרפים מספרים סיפור מסע

והנה הזדמן לי לפתוח נושא חדש: קריאת גרפים. הפעם החלטתי לנסות לחשוב אחרת ולשלב עניין בחומר החדש - לספר סיפור מהחיים. הקשר שלי לסיפור מתחיל בכיתה ז, כהשתתפנו בהרצאה מרתקת וסוחפת של יוסי גינסברג, "בחזרה מטואיצי", שסחפה אותנו אל סיפור ההישרדות המרתק שלו, אותו חווה בג'ונגל הבוליביאני לאורך נהר הטואיצי. סיפור שתחילתו התרגשות וציפייה לקראת מסע, שהוא חלומו של כל מוצילר, וסופו בהיחלצות ממוות בטוח. מסע אליו יצאו ארבעה צעירים.

החלטתי להכיר לתלמידים את השפה הוויזואלית לייצוג נתונים, שפת הגרפים, דרך סיפור הישרדותו של יוסי. התלמידים תהו מה הקשר בין סיפור ההישרדות בג'ונגל הבוליביאני לבין קריאת גרפים? האם זהו שיעור מתמטיקה? ואכן זה היה שיעור במתמטיקה, אבל גם בגיאוגרפיה, בספורט, בספרות, בטבע ובמדעים. לימדתי שיעור בנושא גרפים, ובהשראת סיפורו של גינסברג הגרפים היו אמצעי לספר את הסיפור. למרות שהרשיתי

לקראת ההתנסות בהוראה אני מנסה לשחזר מה אני זוכרת מלימודי, אילו שיעורים השאירו בי את חותמם? מה היה בהם שונה?

לעצמי פה ושם לסטות מהעלילה, להוסיף, להשמיט ולהתאים אותה לגרפים, רוח החוויה לא נפגמה.

תיאור השיעור שאציג מכאן ואילך שזור בסיפור ההישרדות בג'ונגל הבוליביאני, אותו אפשר לקרוא בספר "בחזרה מטואצ'י" (גינברג, 1985).

בתחילת השיעור חילקתי לכל תלמיד מקבץ דפים, עליהם מודפסים גרפים ממסופרים עם הכותרת "בחזרה מטואצ'י", והתחלתי לספר את הסיפור. ללא הכנה מוקדמת סיפרתי להם שכשהייתי אני בכיתה ז לקחו אותנו מבית הספר להרצאה של בחור ישראלי בשם יוסי גינסברג, שהשתחרר מהצבא ויצא ל"טיול הגדול". היום עושים את זה אלפי צעירים בשנה, אבל אז, בתחילת שנות השמונים, בודדים עשו את זה. לפני עידן הטלפונים הניידים והאינטרנט, לטוס לחו"ל היה פרויקט גדול ומורכב.

לאחר שביקר במדינות אחדות, פגש יוסי בפרו בחור שוויצרי בשם מרקוס וביחד הגיעו לבירת בוליביה.

שאלתי מי מכיר את בירת בוליביה ומה כל כך מיוחד בה. סיפרתי שלה-פאס היא עיר הבירה הגבוהה בעולם, ממוקמת כ- 3,600 מטרים מעל לפני הים. סיפרתי להם על השפעת הגובה על מערכת הנשימה, דלילות החמצן, ועל כך שנבחרות כדורגל מגיעות כמה ימים לפני משחק כדי להתאקלם, ורובן מפסידות שם. אפילו ליאו מסי הקיא במחצית, ודי מריה נזקק להנשמה. (מה הקשר

למתמטיקה? השגתי 100% הקשבה מצד הבנים בקבוצה.)

בלה-פאס פוגשים יוסי ומרקוס את קווין האמריקאית ואת קארל האוסטרי, שמציג את עצמו כגיאולוג כורה זהב, צייד יגוארים והמאסטר של הג'ונגל הבוליביאני. הוא מציע להם תמורת תשלום סמלי, להדריך אותם לעבר כפר מבודד של אינדיאנים שנמצא באזור נהר הטואצ'י, אחד מיובליו הרבים של האמזונס. ומה שבעיקר מלהיב אותם זו העובדה שבאזור הכפר נכרו בעבר כמויות של זהב, וכדי לשכנע אותם הוא אף מוריד במחיר שנקב, בתמורה לזהב אותו יכרו הם בעצמם במקום. השלושה מבקשים לחוות גם שיט על הנהר, ונענים בשמחה ובהבטחה כי הוא, קארל, כבר שט על הטואצ'י לכל אורכו.

השלושה נסחפים ישר להרפתקה ומצטיידים ברובה, סכינים, כילות, שקי אורז, ואפילו במזכרות שיחלקו לבני השבט המבודד. ראשית עליהם להגיע לעיירה הנקראת אפולו, שצפון מערבה ממנה נמצא נהר הטואצ'י. אני מציגה [מפה](#) מגוגל על הלוח (איור 1). המרחק לאפולו מלה-פאס הוא 414 ק"מ. כאן אני מספרת להם כי בפני החבורה עומדות שתי אפשרויות: לטוס 3 שעות עד לעיירה, או להיטלטל 18 שעות באוטובוס, בדרך לא דרך. בשלב הזה אני מפנה אותם אל אחד הגרפים בדף שבדים (איור 2).

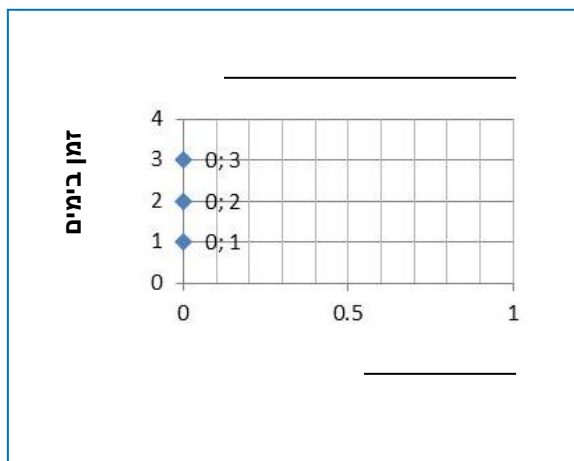


איור 1: מלה-פס לאפולו

הפרטים במקרא, השוני בשנתות בין שני התרשימים והשפעתם על תלילות הגרף.

אני ממשיכה בסיפור: החבורה מגיעה לאפולו ומיד מחפשת מקומיים שייקחו אותם צפון מערבה למפגש עם נהר הטואיצ'י. בגלל כמה ימים גשומים שהציפו את הג'ונגל (תוספת שלי לעלילה), אף אחד מהמקומיים אינו מוכן להסתכן בביצות שמזמן להם הג'ונגל. בעצת המקומיים הם ממתינים שלושה ימים באפולו עד שיתייבשו הדרכים.

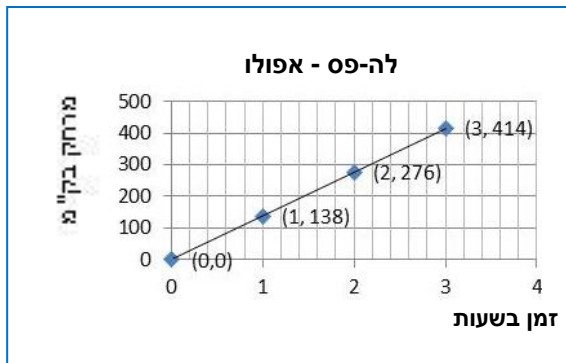
בשלב הזה אני מבקשת מהתלמידים לזהות בין הגרפים שבידם את הגרף המתאר המתנה. עליהם לאתר את התרשים שבאיור 4:



איור 4: המתנה

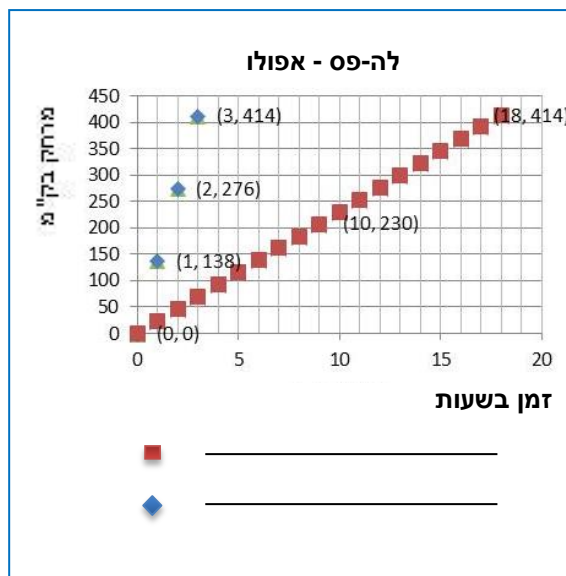
משלימים כותרות לגרף ולציר ה- x , מגיעים למסקנה שהוא מייצג מרחק שעשתה החבורה, כלומר 0 ק"מ בשלושה ימים, מזהים שהגרף נמצא בעצם על ציר ה- y ומייצג שינוי רק במשתנה אחד, כאשר המשתנה השני נשאר קבוע.

אנו דנים גם בספקות ובשאלות העולות בנוגע למסע, האם יצליח מבחינה חברתית? הרי השוני ביניהם כל כך גדול. האם יתמודדו עם הקשיים הפיסיים? מה יהיה אם במהלך המסע ירדו גשמים ויצפו את הג'ונגל? האם הצטיידו מספיק?



איור 2: מלה-פס לאפולו בטיסה

אני מציגה תחילה את כותרת האיור, כותרות הצירים והשנתות, ושואלת - האם זהו הגרף המתאר את הדרך שעשו מלה-פס לאפולו? האם בחרו בטיסה או בנסיעה באוטובוס? דרך הדיון אנו מגיעים גם למהירות הטיסה בקמ"ש, ולמסקנה שגרף הוא בעצם אוסף של נקודות על מערכת צירים.



איור 3: טיסה מול נסיעה באוטובוס

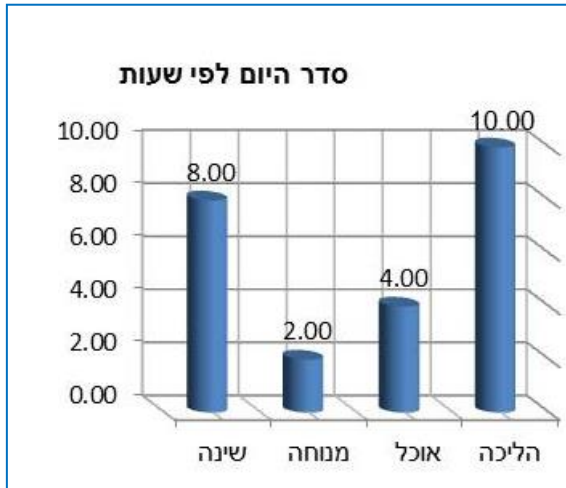
כעת אני מפנה אותם לתרשים שבאיור 3. התלמידים מתבקשים לדון באיור ללא הסבר מוקדם. מה מוכר, מה חדש, מה חסר? דרך המספרים המוכרים מהאיור הקודם, מגיעים למסקנה שהגרף האדום מייצג את הנסיעה באוטובוס. המטרה היא להעלות לדיון נושאים כמו: תצוגה של שתי סדרות על מערכת צירים אחת, היכרות עם מקרא התרשים, והשלמת

בשלב הזה אני מבקשת מהתלמידים לזהות בין הגרפים שבידם את הגרף המתאר המתנה.

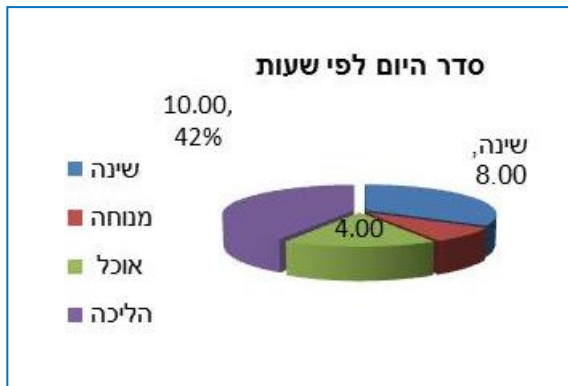
כשתנאי מזג האוויר מאפשרים הם מתחילים את המסע, כאשר לפי דבריו של קארל, ההליכה עד לשבט האינדיאני אמורה לקחת בין 6 ל-7 ימים.

לקראת הגרף הבא אני מנסה לגבש מתוך העלילה את סדר היום של החבורה ומספרת לתלמידים כי במהלך הימים הראשונים למסע החבורה פועלת על-פי הדפוס הבא:

(1) שנת לילה של 8 שעות. (2) מנוחה של שתיים ביום. (3) 4 שעות ביום מוקדשות לאכילה. (4) הם צועדים בג'ונגל במשך 10 שעות. אני מבקשת מהתלמידים לאתר גרף שמייצג את דפוס הפעילות של החבורה, ואנו מגיעים לתרשים הבא (איור 5):

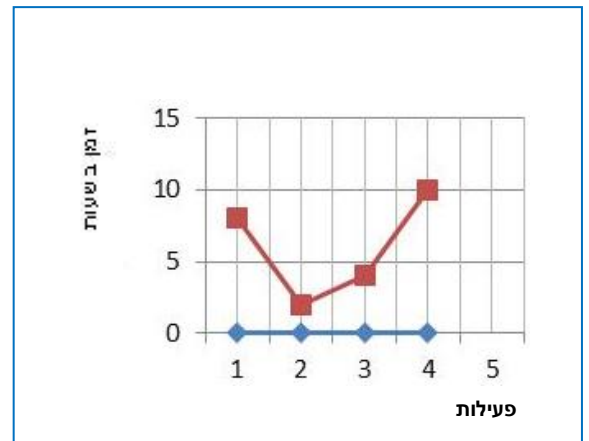


איור 6: פעילויות לאורך היום בדיאגרמת עמודות



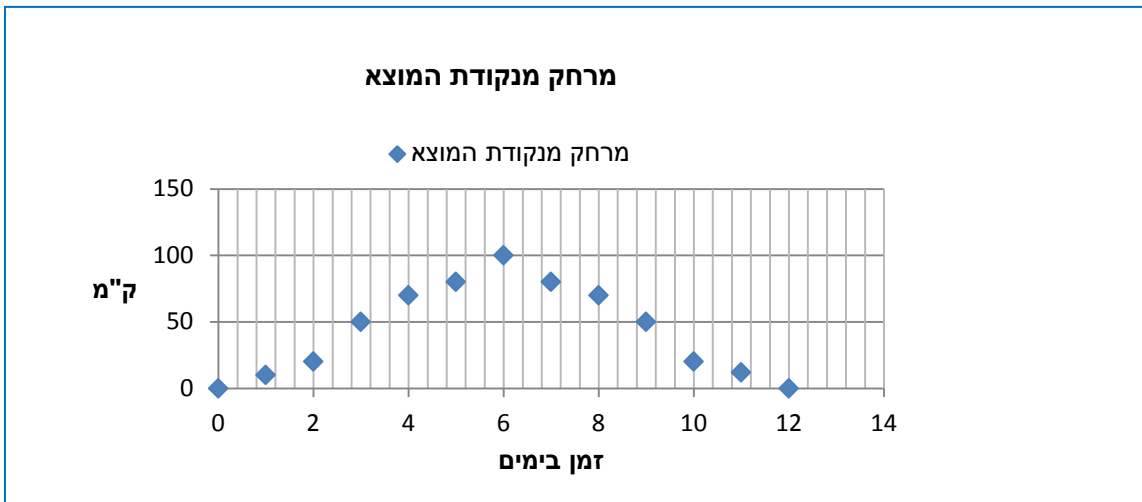
איור 7: פעילויות לאורך היום בדיאגרמת עוגה

אנחנו חוזרים לסיפור ולג'ונגל: לאחר כעשרה ימים החבורה מתחילה להטיל ספק בסיפוריו של קארל. אין שום רמז לא לכפר אינדיאני ולא למכרה זהב, הדרך אותה הם עושים נראית להם מוכרת, והם מתחילים לחשוד שהם הולכים במעגלים ללא מסלול ידוע, ומקבלים אישור לחששם בהגיעם בפעם השנייה אל אותה חווה מבודדת. אני מבקשת מהתלמידים לאתר את הגרף המייצג הליכה במעגלים, ואנו מגיעים לתרשים הבא (איור 8):

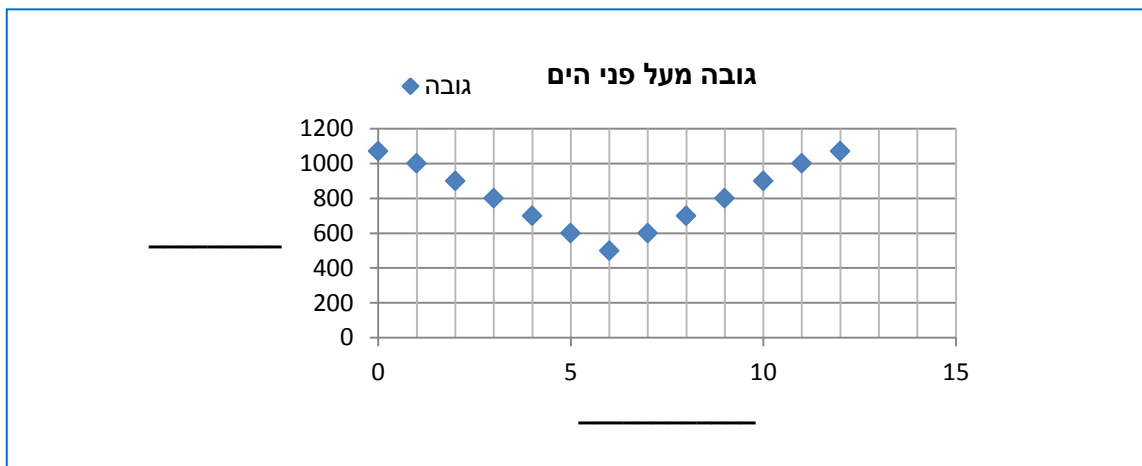


איור 5: פעילויות לאורך היום - האם יש משמעות לקטעים המחברים בין הנקודות?

אנחנו מזהים את הפעילות על הגרף, כך שציר x בעצם מייצג מספר סידורי ולא ערך משתנה. אני שואלת אם יש משמעות לנקודות ביניים על הציר? מה אפשר להגיד על הנקודה 1.5 בציר ה-x? דרך דיון מגיעים למסקנה שבמקרים אלו אין משמעות לקטעים המחברים בין הנקודות, ועורכים היכרות עם המושגים - גרף רציף וגרף בדיד. המקובל במקרים אלו, הוא להציג את הנתונים בדיאגרמת טורים, או דרך דיאגרמת עוגה כמו באיורים 6 ו-7.



איור 8: הליכה במסלול מעגלי - מרחק מנקודת המוצא



איור 9: הליכה במסלול מעגלי - גובה מעל פני הים

תהליך בדיוק כמו הגרף הקודם אך בעצם נראה הפוך כי במקום מרחק מנקודת מוצא, אנו מודדים את הגובה מעל פני הים בו נמצאת החבורה בכל יום.

התסכול, האכזבה, הרעב והקשיים מתחילים להשפיע על כולם, מרקוס הבחור השוויצרי נחלש, בגלל הלחות הוא מפתח מחלה בכף הרגל ומאט את כולם. חברתית המצב מאוד קשה, קארל ומרקוס מתחילים לדבר ביניהם גרמנית ויוסי וקווין האמריקאי מתחילים גם הם ליצור חברות מחוץ לרביעייה. הם מחליטים להפסיק את המסע אך לא לפני שיממשו את התכנית לשוט על

בגרף הזה אנו עוברים מנקודה לנקודה ומגלים בהדרגה את הסיפור מאחוריו - מה קורה למרחק מנקודת המוצא ככל שהימים חולפים. ההסבר יכול להיות שהחבורה הולכת במעגלים או פשוט חוזרת על עקבותיה.

אני מזכירה לתלמידים שהכיוון הכללי של המסלול הוא במורד הזרם ומבקשת מהם לאתר גרף נוסף המתאר את אותה התרחשות של הליכה במעגלים, ואנו מגיעים אל התרשים שבאיור 9.

אנו משלימים את כותרות הצירים ולומדים כי מאחר והכיוון הכללי הוא במורד הזרם, הגרף מתאר את אותו

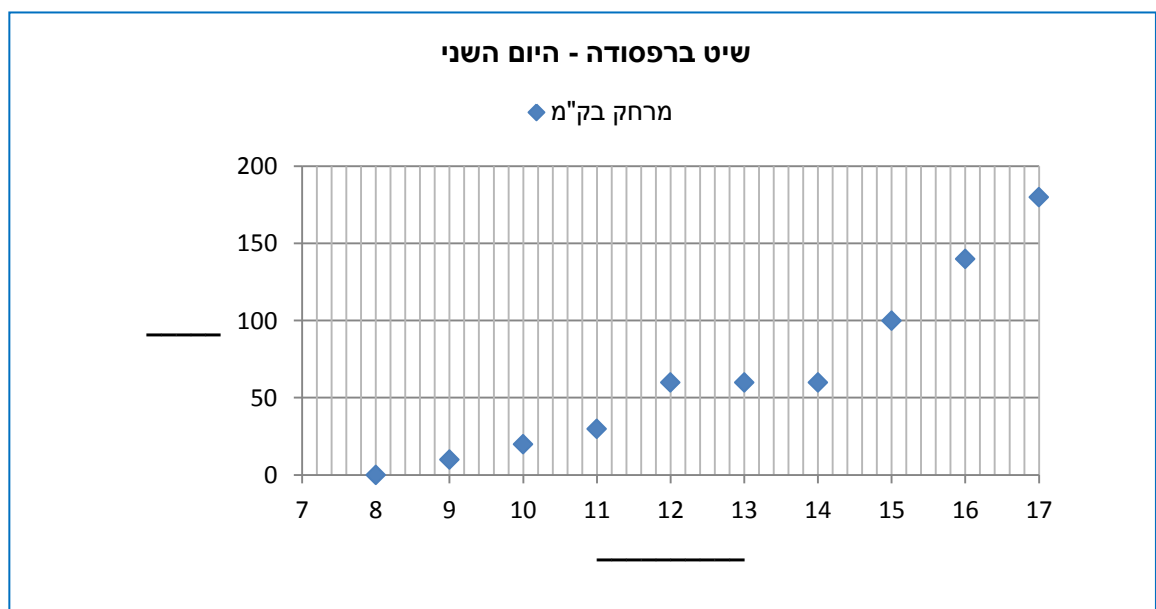
הדרך אותה הם עושים נראית להם מוכרת והם מתחילים לחשוד שהם הולכים במעגלים ללא מסלול ידוע, ומקבלים אישור לחשדם בהגיעם בפעם השנייה אל אותה חווה מבודדת.

ואכן ב- 12:00 החבורה עוצרת, אם למנוחה, אם לארוחה, אם לדיון מה הלאה. התלמידים נעשים מעורבים רגשית ומעלים השערות: מה קורה בעצירה? על מה החבורה מדברת? מה הם היו בוחרים לעשות? ב- 14:00 עולים השייטים בחזרה לרפסודה ומגלים שהם משייטים בקצב לא שפוי של כ- 50 קילומטר בשעה. המסלול מטרף וקוצף, מלא סלעים, מעברים צרים ומפלים. ב- 17:00 הם מפסיקים את השיט ויורדים לגדה רטובים ומבוהלים.

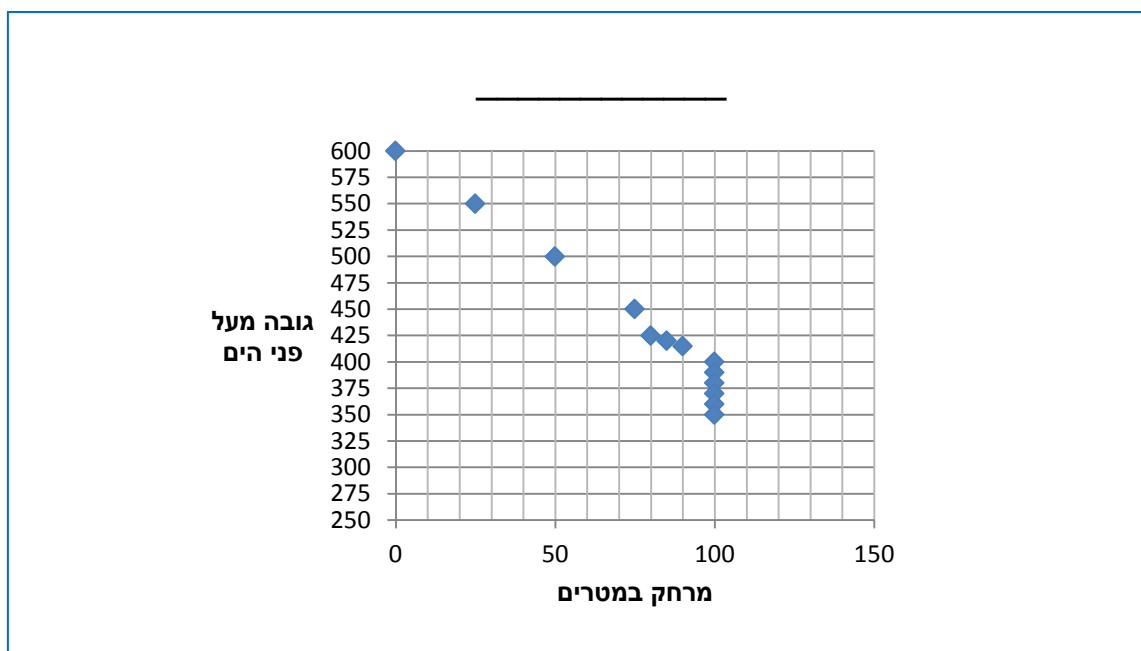
כאן אנו נפרדים מהגרף וחוזרים לעלילה. אני מספרת להם שהחוויה המסעירה על הנהר מטלטלת ומפצלת את החבורה. קארל מספר להם שהם שטים לעבר קניון הסן פדרו - מפל של 50 מטרים ושהוא חושש שהם לא יצליחו לעצור לפניו ויפלו אליו. מרקוס וקארל מחליטים לחזור רגלית עד מיקומו המשוער של כפר מסוים, ומשם לחזור על פרדות לאפולו. יוסי וקווין מתייעצים ומחליטים להמשיך ברפסודה, הם משערים שמעבר הסן פדרו הוא עוד המצאה של קארל בדיוק כמו השבט וכמו הזהב. הם מעדיפים להמשיך לשוט ולהיפגש עם מרקוס שוב בלה-פאס. קארל ומרקוס מתחילים לצעוד במעלה הנהר. מה שקרה אחר כך לקארל ומרקוס נשאר בגדר תעלומה. אף אחד מהשניים לא נראה שוב.

הטואיצי, וכך גם יוכלו להגיע לעיירה הורנבאקה ומשם לטוס חזרה ללה-פאס. הם בונים רפסודה ומתחילים לשוט במורד הנהר. היום הראשון של השיט עובר באופן רגוע יחסית, אך כאן מתגלה העובדה שקארל אותו מאסטר של הג'ונגל אינו יודע לשחות, ובכל פעם שהנהר מזעזע את הרפסודה הוא מאבד את עשתונותיו. זה קורה תכופות כי הנהר, כך מסתבר, אינו מגלה אדיבות כלפיהם יותר מאשר היער. יומו השני של השיט הוא היום בו מתקבלת הכרעה אשר תשפיע על חייהם של כל בני החבורה. אני מפנה את התלמידים אל תרשים נוסף (איור 10).

השיט (ע"פ הגרף באיור 10) מתחיל בשמונה בבוקר ומסתיים בחמש אחה"צ. אנו שוב משלימים כותרות לצירים ומספרים מה קורה בכל שעה. משעה 08:00 עד 11:00 שטה החבורה במהירות קבועה ורגועה יחסית של כ- 10 קמ"ש. בין 11:00 ל- 12:00 חל שינוי בשיפוע של הגרף ואנו מזהים שבשעה זו הם עוברים מרחק של כ- 30 ק"מ - מהירות השיט גבוהה פי 3 מאשר בשעות הקודמות. מה שמזמן הרבה נקודות לדיון: מה הן ההשלכות הטופוגרפיות? הנהר הולך ונעשה תלול. מה הן ההשלכות הפסיכולוגיות? האם הם מסוגלים להתמודד עם שיט לא צפוי, מהיר, עם רפסודה מעשה ידיהם, עם חבר אחד פצוע ועוד אחד שאינו יודע לשחות?



איור 10: שיט ברפסודה - היום השני



איור 11: נפילה במפל

לעבר הקניון השואג שחייב להיות מעבר הסן פדרו, עליו דיבר קארל. הרפסודה נתקעה על סלע וקווין קפץ ממנה והגיע לגדה, אבל רק כדי לראות את הרפסודה משתחררת מהסלע וצוללת במורד המפל. בנס הוא לא טבע, אלא נסחף במשך קילומטרים במורד הנהר עד שהוא מצא את עצמו על חוף, בחיים, ולגמרי לבד. במשך שלושה שבועות שוטט יוסי בג'ונגל לבדו מקפיד להישאר על מסלול הנהר, בתקווה לחילוץ. במהלך שבועות אלו הוא הצליח לשרוד מדרונות בוציים, חולות טובעניים, עלוקות וטרמיטים, נמלי אש ואף מפגש עם נמר. ואז הגיע היום שהזמזום הטורדני במוחו לא היה הזיה של רעב או תשישות אלא מנוע של סירת הצלה, עליה הוא ראה את קווין חברו האמריקאי עם מחלץ מקומי. עם שובם ללה-פאז השניים שומעים כי קארל הוא עבריין מסוכן ומבוקש וכל מי שמכיר אותו מעלה חששות כבדים לגורלו של מרקוס. ואומנם משלחות חיפוש שנשלחו לאזור הטואיצ'י חזרו בידיים ריקות.

מחשבות לסיום

השיעור המתואר תוכנן אינטואיטיבית, מתוך רצון לגוון ולעורר עניין. על מנת לגבש מה למדתי אני מהשיעור, אני נעזרת במאמר "תובנות מחדר הכיתה" (גוטרמן, 2011). גוטרמן מציין שלושה תנאים המתקיימים בשיעור

אני מוצאת את עצמי הודפת שאלות ופניות נרגשות מצד התלמידים ונאבקת לחזור למהלך השיעור, מבטיחה לסיים את הגרף האחרון ולענות על השאלות. אנו פונים לגרף האחרון ואני מבקשת מהם לשער מה הסיפור שבין הצירים.

בעזרת הרמזים המטרימים שפיזרתי התלמידים משערים נכון שזהו סיפור הנפילה במפל, ולפני שאנו פונים לניתוח הגרף אני מאשרת שאכן, זוהי כותרת התרשים ושדווקא כאן נמצא קארל דובר אמת. ביקשתי מהם לגייס דמיון ולהסביר כיצד מסתדרים ביניהם הצירים, בתקווה שיצליחו להמחיש כיצד בהתקדמות על ציר ה- x , הנפילה במפל היא אנכית ומייצגת מרחק אפס. ולאחר שעמדו במשימה בכבוד ואף הזכירו את גרף ההמתנה מתחילת השיעור, עברנו על נקודות מרכזיות בשיעור: מושגים, כותרות, צירים, שיפועים, רציפות, נקודות ביניים. התלמידים כבר נסחפו בעלילה המשנית של יוסי. התנתקנו מהמתמטיקה והמשכתי עבורם את הסיפור:

יוסי וקווין, האמריקאי, חזרו לרפסודה והשיקו אותה בחזרה לתוך הזרם. העניינים הלכו והשתבשו. הנהר נעשה צר, ובמקום גדות חוליות ושטוחות החלו להופיע קירות תלולים. והשניים פתאום מצאו את עצמם שועטים

תהליך הלמידה התרחש לצד תהליך נוסף בעל השלכות חברתיות: חיזוק הקשר עם התלמידים, יצירת תחושת מעורבות בקבוצה הטרזוגנית, כך שכל תלמיד יכול היה להתחבר אל השיעור בהיבט אחר. ההיסחפות של התלמידים אל תוך ההרפתקה סחפה גם אותי והרגשתי שאני חווה איתם יחד את אותן חוויות.

כמורה שעדיין מגששת את דרכה, מקצוע ההוראה קסם לי לאחר השיעור הזה. ועדיין אני מגששת ומחפשת אחר הקסם הזה עבור התלמידים ועבורי, וכדרכו של קסם, הוא לא תמיד ברור, לא תמיד מצליח, לא תמיד ניתן להסבר. אבל כשהוא נמצא ונוכח אתנו בשיעור, הוא משאיר בנו כמיהה לעוד.

אפקטיבי: 1. וודאות לגבי יעד השיעור, לאן נרצה להביא את התלמידים בתום השיעור. 2. התנהגות ההוראה היא כזו שמעלה את תחושת הביטחון העצמי אצל התלמידים, תוך מתן יחס מכבד ורציני לשאלות הנשאלות, ועידוד הלמידה. 3. הפעלה של כלל התלמידים בתהליכי הלמידה והחשיבה, ארגון הלמידה במשימות מורכבות.

בשיעור זה התלמידים למדו שפה חדשה, שפת הגרפים, ועשו בה שימוש כדי לפענח מידע שעניין אותם. הם למדו לפענח מתוך הגרף מידע אודות הסיטואציה, וגם לזהות גרף שמתאים לסיטואציה מתוך אוסף גרפים שהוצגו להם. הם למדו להבחין בין גרפים בדידים ורציפים, הכירו מגוון ייצוגים גרפיים, ולמדו גם שאותה תופעה ניתנת להצגה באמצעות משתנים שונים.

מקורות

גוטרמן, י' (2011). תובנות מחדר הכיתה. *החינוך וסביבו, שנתון מכללת סמינר הקיבוצים* ל"ג, 107-123.

גינסברג, י' (1985). *בחזרה מטואיצי'*. הוצאת זמורה ביתן.

Hendrix, S. (1998). Lost and Found. The Washington Post.
http://highmath.haifa.ac.il/index.php?option=com_frontpage&Itemid=1

יערה פלד

בית הספר אביטל – מרום גולן.