שילוב פרדוקסים בהוראת מתמטיקה כאמצעי לפיתוח סקרנות

פיטר סמובול נתן שטיינברג

מבוא

לא פעם נשאלנו, קבוצת מורים למתמטיקה מבית הספר אשל הנשיא, כיצד אנו מושכים תלמידים רבים להשתתף לאורך שנים בחוגי העשרה במתמטיקה, וכיצד אנו מצליחים להביא תלמידים לכתוב עבודות גמר במתמטיקה, שרבות מהן זכו בפרסים בארץ ובחו"ל. (סמובול, קיג'נר וקגלובסקי, 2009, סמובול ושטיינברג, 2010).

התשובה היא כמובן מורכבת ורחבה.

אחת התשובות קשורה לחוויות אשר מטביעות את חותמן בתלמיד ומעוררות את סקרנותו ורצונו להתמסר לחקר מתמטי.

אחת הדרכים ליצור רגעים כאלה היא באמצעות שילוב פרדוקסים בהוראה, ובכך נתמקד במאמר זה.

פסיכולוגים (למשל, Efroimsan, 1998) הוכיחו שבהתפתחותו האישית של התלמיד ישנם רגעים "קריטיים", שבמהלכם הסביבה החיצונית משפיעה עליו מאוד. סוג זה של התרשמויות נקרא הטבעה. את הרגעים הקריטיים הללו האדם יכול לחוות מספר פעמים, לרוב הם יופיעו במהלך הגיל הרך , בילדות ואפילו בשנות הנעורים . לפי מחקריו של Efroimsan ניתן לראות , שהטבעה יכולה להביא לארגון מחדש של הניסיון המנטלי, ולהשפיע על רוב מניעיו של האדם ומטרותיו בחיים.

היכולת לנהל את אותם תהליכי הטבעה אצל הילד הלומד היא אחד האתגרים המורכבים בהוראה, וכנראה אחד מתחומי המפתח של ההוראה העתידית. אחת

השיעור הלא סטנדרטי שובר את השגרה הבית-ספרית, וטומן בחובו משהו חדש ובלתי צפוי עבור התלמיד, מעין אתגר לניסיון האינטלקטואלי שלו .

הדרכים להטביע חותם חיובי על תלמידים היא באמצעות שיעורים לא סטנדרטיים.

למרות שלא כל שיעור לא סטנדרטי הוא גם אפקטיבי, מורים רבים רואים את הצורך בעריכת שיעורים מסוג זה. השיעור הלא סטנדרטי שובר את השגרה הבית-ספרית, וטומן בחובו משהו חדש ובלתי צפוי עבור התלמיד, מעין אתגר לניסיון האינטלקטואלי שלו .

ניתן לצפות, שהודות להשפעה האינטלקטואלית והרגשית על התלמיד, השיעור הבלתי סטנדרטי האפקטיבי יוכל לעזור למורה מכמה היבטים:

- לפתח את היכולת האינטלקטואלית של התלמידים.
- להגביר את המוטיבציה בקרב התלמידים.
- לחדד את הסקרנות האינטלקטואלית של הלומד.
- לעזור לתלמיד להבין נושא ספציפי מתוך תכנית הלימודים הכללית.

נדגים את דברינו באמצעות שיעור שקיים אחד ממחברי המאמר.

פרדוקסים כמקור להפתעות

פרדוקס (מהמילה היוונית Paradoxos - בלתי צפוי , מוזר)– בלתי צפוי, בלתי רגיל, יוצא נגד חשיבה מסורתית. תופעה שנדמה שהיא בלתי מציאותית או בלתי צפויה.

לפי המתמטקאי הידוע מ. גרדנר "הפרדוקס הוא אמת מסוימת שהועמדה על ראשה". בהתאם להגדרתו ישנם לא פחות מארבעה סוגי פרדוקסים:

- הנחה, שנראית מוטעית, אבל לאמיתו של דבר היא תמיד נכונה.
- הנחה, שנראית כנכונה תמיד, אבל לעתים מובילה לאי-התאמה לוגית.
- הנחה, שנראית כנכונה, אבל לאמיתו של דבר היא תמיד מוטעית.
- הנחה, שאי-אפשר להוכיח את אמיתותה או את אי-אמיתותה באמצעים מתמטיים .

מניסיוננו:

- ביכולתו של הפרדוקס לעורר רשמים חיוביים אצל התלמיד, ולחדד את חוש סקרנותו הטבעית, שבסופו של דבר ידרוש לבוא על סיפוקו. פרדוקסים עוזרים ללמד את התלמיד לחשוב בצורה ביקורתית. הפרדוקס מהווה מעין אתגר לתפישה הרגשית ולחשיבה של התלמיד, שהוא יתקשה לא להיענות לו. תפקידו של המורה הוא למצוא "פרדוקסים מתאימים", שיצליחו להוות אתגר זה, ולהביאם לפני התלמידים.
- שיעור העוסק בפרדוקסים רצוי שייערך בסיומו של פרק לימוד גדול, הן מבחינת כמות החומר הכלול בו והן מבחינת הזמן שהושקע בו, אחרי שכבר שיטות הפתרון של תרגילים ובעיות מסוג מסוים הספיקו להתגבש. גם לתוכן הדידקטי של השאלות הנלמדות יש חשיבות. לדוגמה אם בבסיסו של החומר הנלמד ישנו אלגוריתם קבוע, שמפתח ומחזק אצל התלמיד רפלקס אינטלקטואלי מתאים, יש טעם לפתח אצל התלמיד את היכולת לבחון עובדות, שנראות לכאורה כבלתי ניתנות להפרכה, בצורה ביקורתית, וללמד אותו לייחד את היוצא מן הכלל. במהלך תהליך לימוד זה התלמיד ילמד למעשה להשתמש בחוקים מתמטיים באופן חופשי ומדויק יותר, כשהוא נמנע מלבצע טעויות, האופייניות לשימוש אוטומטי בתיאוריות, שהבנתן היא שטחית.

תיאור מהלך השיעור

את השיעור המבוסס על פרדוקסים, שנתאר כעת, אני מקיים אחרי לימוד הנושא: "שברים".

את נושא השיעור אני מנסח ורושם על הלוח באופן הבא: **"מי ילך לקנות את הלימונדה?"**

הניסוח הבלתי מדעי, הבלתי מתמטי והמפתיע של נושא השיעור הוא חשוב ביותר. ראשית התלמיד חש שהמתרחש בשיעור שונה מהמתכונת הרגילה של השיעורים. שנית, באופן זה המורה יכול באופן טבעי ובלתי גלוי לעין, לתת לתלמידים אפשרות לקשר תחומים מסוימים מניסיונם האישי עם נושאים מתמטיים.

וכעת לאחר שכתבתי את נושא השיעור בנוסח כזה, איני רואה אף ראש מורד ואף מבט אדיש. כל העיניים נשואות אליי. במלוא הרצינות אני ממשיך: ועכשיו אני אספר לכם על מקרה, שהתרחש עמי ועם אחייני, יום אחד במהלך הקיץ על גדות נהר. באותה עת אחייני רק סיים את שנת הלימודים והחליט ללמד אותי לדוג. אותו יום היה לוהט ומחניק וכמות המים המועטה שהייתה ברשותנו אזלה. ככל שחלף הזמן כך גבר הצמא, אולם החנות, בה ניתן היה לקנות לימונדה, נמצאה במרחק רב מאתנו. כיוון שאף אחד מאתנו לא התנדב ללכת לחנות - נולדה ההתערבות שלנו. "שמע דימה – אמרתי לאחייני – בוא נשחק במשחק". לקחתי אבן קטנה ואחרי שבדקתי שאפשר לכתוב באמצעותה בחול, הצעתי: "אם אתה תגיד שלוש פעמים: לא יכול להיות! (כלומר, אם אני אצליח להפתיע אותך שלוש פעמים.) אתה תלך לקנות לימונדה ואם לא – אלך אני. מסכים?"

מסכים ! ענה דימה בהיסח דעת .

ואז כתבתי על החול :

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a-c}{b-d} \quad (1)$$

ושאלתי: האם זה נכון?

כמובן שלא – פרץ דימה בצחוק – ועכשיו לך לחנות ...

פרדוקסים עוזרים ללמד את התלמיד לחשוב בצורה ביקורתית. הפרדוקס מהווה מעין אתגר לתפישה הרגשית ולחשיבה של התלמיד, שהוא יתקשה לא להיענות לו.

אל תמהר כל כך, אמרתי לדימה, מיד נראה איך ה"לא" המלגלג שלך יתמודד עם זה:

$$\frac{8}{2}-\frac{9}{3}=\frac{8-9}{2-3} \qquad (2)$$

לרגע דימה השתתק. יכולתי להבין לפי המבט בעיניו שהוא בודק בדייקנות את התרגיל.

בנקודה זו פניתי אל הכיתה: "האם בתרגיל 2 הכל נכון?"

כנראה ששאלה זו הייתה מיותרת, מפני שרוב תלמידיי כבר הספיקו לבדוק את השוויון השני, ונוכחו לראות שהוא נכון! וכאן אני חוזר לסיפורי.

- זה יצא לך כך בטעות – ניסה להתרעם אחייני – עוד תרגילים כאלה אתה לא תוכל להמציא בגלל "שזה לא נכון", וחוץ מזה אני עוד יותר צמא מקודם...

- אם כך, נראה איך תתמודד עכשיו? אמרתי..

$$\frac{5}{3}-\frac{9}{9}=\frac{5-9}{3-9} \qquad (3)$$

דימה הרים את גבותיו בפליאה... שפתיו נעו אך לא נשמעה מילה... לבסוף לחש: זה בלתי אפשרי!.

לפי הבעת פניהם של תלמידיי אפילו המצטיינים שבהם, הבנתי שהם חווים ברגע זה הלם עמוק.

כאשר כתבתי עוד משוואה:

$$\frac{24}{2}-\frac{49}{7}=\frac{24-49}{2-7} \qquad (4)$$

ולאחר מכן עוד שתיים ...

$$\frac{48}{2}-\frac{98}{7}=\frac{48-98}{2-7} \qquad (5)$$

$$\frac{24}{6}-\frac{49}{21}=\frac{24-49}{6-21} \qquad (6)$$

נשמע קול נעלב: מדוע אתה, המורה, נתת לי ציון נכשל כאשר אני חיסרתי באותה דרך?

לא הספקתי עוד לפתוח את פי כדי לענות על השאלה והילה ענתה:

- מה כאן לא מובן לך, בוריס? בתרגיל שלך אף פעם לא התקיים מצב של שוויון, ואילו בתרגיל זה הוא מתקיים כמה פעמים.

כאן התעורר וויכוח כיצד זה ייתכן שנוסחה "שגויה" תיתן מצב של שוויון?

מבלי להיכנס לתיאור מפורט של השיעור, רק אומר, שאת הוויכוח סיימתי אני, על-ידי פיתוח רעיונו של אחד התלמידים:

- שקר לא תמיד מוביל לשקר! השוויון $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a-c}{b-d}$ בניסוחו הכללי, אינו מתקיים לכל ערך שנציב. לשם כך צריך לבחור שברים עם תכונה מיוחדת:

$$\frac{a}{c}=\frac{b}{d}\cdot\left(2-\frac{b}{d}\right) \qquad (7)$$

רבים מהתלמידים הוכיחו את (7) באופן עצמאי (ראו

מהם המספרים המקיימים $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a-c}{b-d}$

נבדוק איזה קשר צריך להתקיים בין המספרים a, b, c ו- d על מנת שיתקיים השוויון:

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a-c}{b-d}$$

נכפול במכנה המשותף (השונה מאפס):

$$abd-ad^2-cb^2+bcd=abd-bcd$$

$$2bcd-cb^2+bcd=ad^2$$

נחלק את שני האגפים ב- $cd^2 \neq 0$ ונקבל

$$\frac{2b}{d}-\left(\frac{b}{d}\right)^2=\frac{a}{c}$$

או , אחרי הוצאת גורם משותף:

$$\frac{a}{c}=\frac{b}{d}\left(2-\frac{b}{d}\right) \qquad (7)$$

מסגרת 1: מיהם המספרים עבורם החילוק השגוי מוביל לתוצאה נכונה

מסגרת 1). לפי נוסחה זו, לכל מספר $\frac{b}{d} \neq 1$ שנבחר נוכל להתאים בקלות מספר $\frac{a}{c}$ כך שיתקיים השוויון

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}.$$

לדוגמה: אם $b=3$ וגם $d=4$, נקבל:

$$\frac{a}{c} = \frac{3}{4}\cdot\left(2-\frac{3}{4}\right) = \frac{15}{16}.$$

$$(a=15;\ c=16)$$

וכו'.

ועכשיו – אני אומר לתלמידים – אתם בעצמכם תוכלו להמציא "תרגילי תרמית" מעין אלו.

ולאחר דברים אלו חזרתי לספר את סיפורי.

עכשיו תראה – אמרתי לאחייני – כיצד ניתן בקלות לצמצם שברים:

$$\frac{1\cancel{9}}{\cancel{9}5} = \frac{1}{5} \qquad (8)$$

$$\frac{1\cancel{6}}{\cancel{6}4} = \frac{1}{4} \qquad (9)$$

$$\frac{4\cancel{9}}{\cancel{9}8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}\dots. \qquad (10)$$

או:

$$\frac{1\cancel{99}}{\cancel{99}5} = \frac{1}{5} \qquad (11)$$

$$\frac{1\cancel{9999}}{\cancel{9999}5} = \frac{1}{5} \qquad (12)$$

- לא יכול להיות – אמר דימה שוב. באותו רגע אחייני "הדייג המושבע" הפסיק להביט על המצוף ששכב במים מבלי לנוע, והתחיל לבחון את השוויונות בניסיון לתפוס אותי במרמה.

- ומה אתם חושבים? – פניתי אל הכיתה – האם יש הסבר כלשהו "לצמצומים הברבריים" הללו?

בכיתה השתררה דממה. הראשון שהפר אותה היה מאיר. את מה שאמר נוכל לנסח מתמטית באופן הבא:

- במקרה זה חשוב לבדוק עבור אילו ערכים של a , b , c השוויון הבא יתקיים:

$$\frac{\overline{aB}}{\overline{Bc}} = \frac{a}{c}$$

כשהביטוי $\overline{aB}$ פירושו מספר שהספרה השמאלית שלו a ושאר הספרות יוצרות את המספר B, והביטוי $\overline{Bc}$ פירושו מספר שהספרה הימנית שלו היא c ושאר הספרות יוצרות את המספר B.

מאיר ניגש אל הלוח והחל בחישובים ואני המשכתי את סיפורי.

- הקלף המנצח שהיה בידי היה הצמצום:

$$\frac{3\frac{1}{4}}{4\frac{1}{3}} = \frac{3}{4}, \qquad \frac{5\frac{1}{7}}{7\frac{1}{5}} = \frac{5}{7},\dots$$

אולם, הפעם דימה לא התכוון להתייאש ובסופו של דבר מי שהלך לחנות הייתי אני. את ההסבר לצמצומים הבלתי רגילים הללו הצעתי לתלמידים למצוא באופן עצמאי.

אחרי הצלצול בכיתה נשאר רק אלכס. ואחרי כמה דקות הוא שם לפניי דף מחברת, עליו היה כתוב: לכל a ו – b , אחרי צמצום נקבל את השבר $\frac{a}{b}$ מפני ש:

$$\frac{a\frac{1}{b}}{b\frac{1}{a}} = \frac{\frac{(a\cdot b+1)}{b}}{\frac{(a\cdot b+1)}{a}} = \frac{a}{b}$$

שיעורי הבית שקיבלו התלמידים מופיעים בניספח 1.

תרשים מתודי פסיכולוגי של השיעור

ניבחן את היסודות העיקריים של שיעור הפרדוקס בעזרת סיכום, המורכב מהשלבים הבאים.

השלבים העיקריים של שיעור הפרדוקס:

1. "הקפיצה הראשונה הצידה": נושא השיעור והתחלת השיעור צריכים לעורר אצל התלמיד תחושת סקרנות.
2. "ניהול השיעור באופן תיאטרלי": התלמידים מוצאים את עצמם בתור גוף שלישי, צופים מן הצד ואף יועצים. עובדה זו מסירה מהם חלק מהאחריות לגבי התוצאות ומעוררת את דמיונם. בראש ובראשונה חשובים פרטי העלילה, אפילו אם הם לא אמתיים אך נראים כאמתיים לתלמידים. רצוי לערב את התלמידים רגשית במתרחש בעלילה.
3. "פרדוקס" – הצגת הפרדוקס צריכה לנבוע באופן טבעי מהמצב המתואר. בשלב זה חשוב מאוד לאפשר לתלמיד ליצור תפיסה גרפית של הפרדוקס. דבר זה יאפשר למורה למקד את תשומת ליבם של תלמידיו על הבעיה הנלמדת, מבלי לנסח אותה באופן ברור.
4. "הקפיצה השנייה הצידה" – זריקת אתגר לכיתה ...
5. "וויכוח, חילוקי דעות" – בשלב זה המורה ייטיב לעשות אם ייצור את הרושם של "אינני יודע, בואו ננסה יחד לפתור את הפרדוקס" ...
6. "הבלטה, מיקוד תשומת הלב" – המורה מבליט רעיונות שיכולים לקדם את פתרון הפרדוקס, ובמידת הצורך עוזר לנסח אותם באופן ברור יותר, בהביאו בכך לסיום השיעור. חשוב לא רק לנסח את המסקנות שהתקבלו באופן מילולי אלא להתיחס גם לדרך גילויין, ולנקודות מפתח שהביאו לפתרון המוצלח של הבעיה. כמו כן לעתים רצוי לא לפתור בעיה אלא להשאירה כאתגר. במקרה זה התלמידים שינסו לפתור את הבעיה באופן עצמאי יוכלו להיאבק עמה בכוחות עצמם ולזקוף את פתרונה לזכותם.
7. "קרש קפיצה או הקלף המנצח" – בשלב זה המורה מציג בפני התלמידים בעיה קשה יותר, שדרך פתרונה מזכירה את מה שנלמד במהלך השיעור או שהיא מכילה יסודות ממה שנלמד בשיעור, אך היא בכל זאת אינה זהה עמה באופן מוחלט. מטרתו של שלב זה – לאתגר תלמידים שכבר עסקו קודם לכן בפתרון בעיות קשות. בשלב זה רצוי לתת לתלמידים שמות של ספרים, אתרים באינטרנט, ומקורות מידע אחרים, שיוכלו לעזור להם בפתרון הבעיה.

סיכום

לסיכום נציין ששיעור בלתי סטנדרטי כדוגמת השיעור שתואר, מסייע בידינו ליצור את התנאים הנחוצים ליצירת רשמים חיוביים אצל האישיות המתפתחת. אולם מידת שביעות הרצון מהתהליך תלויה במספר גורמים. לדעתנו, ככל שמספר התלמידים בעלי נטייה מתמטית גדול יותר, גדל הצורך בעריכת שיעורים בלתי סטנדרטיים, וחשיבותם ויעילותם של שיעורים אלה גדלה. ולהיפך, בכיתות חלשות יותר קשה יותר לנצל יתרונות של שיעורים בלתי סטנדרטיים הבנויים על-פי הדגם שתואר.

לדעתנו, שיעור מתמטיקה טוב הוא שיעור שבו המורה מקיים ארבעה דברים: שיתוף פעולה, רגש של הבנה הדדית , יכולת לשמוח בהצלחת תלמידיו, ורצון ליצור דברים חדשים . את כל האלמנטים האלה ניתן להשיג בעזרת שילובם של שיעורים לא סטנדרטיים בהוראה.

לדעתנו, שיעור מתמטיקה טוב הוא שיעור שבו המורה מקיים ארבעה דברים: שיתוף פעולה, רגש של הבנה הדדית, יכולת לשמוח בהצלחת תלמידיו, ורצון ליצור דברים חדשים . את כל האלמנטים האלה ניתן להשיג בעזרת שילובם של שיעורים לא סטנדרטיים בהוראה.

בעייה לקינוח

דן החסכן השתתף לאורך שנה שלמה בקורס לניהול הוצאות המשפחה.
במהלך הקורס דן רשם כל חודש בקפדנות רבה את הכנסותיו והוצאותיו הכספיות.
במפגש הסיום דן סיפר שבכל חמישה חודשים עוקבים סך הוצאותיו עלה על סך הכנסותיו,
ובכל זאת, בסיכום השנתי עלה סך הכנסותיו על סך הוצאותיו.

הייתכן?

מקורות

סמובול, פ', קיג'נר, י' וקגלובסקי, ט' (2009). תלמידים חוקרים בבית הספר: יש דבר כזה! *על"ה (40)* 28 – 34.

סמובול, פ' ושטיינברג, נ' (2010). עשייה מדעית במתמטיקה בבית הספר: "עיקרון ההשלמה". *על"ה (40)* 28 – 39.

Efroimsan, V. (1998). PRECONDITIONS of GENIUS, *Journal "Human", 1*, Januar. (Russian)

Festinger, L. A. (1957). *A Theory of Cognitive Dissonance*, Stanford University Press, California.

Gardner, M. (2002). *Mathematics, Magic and Mystery*. Dover Publication, INC, New York.

Kleiner, J., & Movshovitz-Hadar, N. (1994). The role of paradoxes in the evolution of mathematics, *American Mathematical Monthly*, *101*(10), 963-974.

ד"ר פיטר סמובול
מורה למתמטיקה בבית הספר "אשל הנשיא",
מרצה במכללת קיי, באר-שבע.

נתן שטיינברג
מורה למתמטיקה בבית הספר "אשל הנשיא".

נִיספח 1: בעיות שניתנו כשיעורי בית

מטלה מס' 1: היכן הטעות?

לפניכם הוכחה ש- $4 = 3$. מצאו את הטעות שהובילה לתוצאה כה מטופשת.

"הוכחה"

ניתן לבדוק (למשל בעזרת מחשבון) ש-

$$\left(3-\frac{7}{2}\right)^2 = \left(4-\frac{7}{2}\right)^2$$

נוציא שורש ריבועי משני אגפים של השוויון ונקבל:

$$\left(3-\frac{7}{2}\right) = \left(4-\frac{7}{2}\right) \text{ או } 4 = 3$$

האם ההוכחה נכונה? נמקו

מטלה מס' 2: היכן הטעות הפעם?

לפניכם הוכחה שכל המספרים שווים זה לזה. גלו את הטעות המסתתרת ב"הוכחה".

"הוכחה":

נניח שיש שני מספרים $a \neq b$

נתבונן בזהות:

$$a^2 - 2ab + b^2 = b^2 - 2ab + a^2$$

נפרק לגורמים את שני האגפים:

$$(a-b)^2 = (b-a)^2$$

ונקבל:

$$(a-b) = (b-a)$$

או :

$$2a = 2b$$

מכאן כבר ברור שכל המספרים שווים זה לזה!

הייתכן? אם לא – היכן הטעות?

מטלה מס' 3: עניינים כספיים

הפעם נוכיח כי שקל אחד לא שווה בערכו ל- 100 אגורות!

"הוכחה":

ידוע כי כאשר נתונים שני שוויונים מותר לכפול את אגפיהם בלי לפגוע בשוויון.

במילים אחרות: אם $a = b$ ו- $c = d$ אז $ac = bd$.

נשתמש בכלל זה עבור שני שוויונים ברורים:

1 שקל = 100 אגורות.

10 שקלים = 1000 אגורות.

ונכפול את האגפים ונגלה:

10 שקלים שווים ל- 100000 אגורות,

או:

1 שקל = 10000 אגורות.

דרך טובה להתעשר? אם לא - היכן הטעות?

מטלה מס' 4: סופיזם של הלימודים

The more you study, the more you know.

The more you know, the more you forget.

The more you forget , the less you know.

The less you know, the less you forget.

The less you forget , the more you know

So why study?

נספח 2: רמזים והסברים למטלות שבנספח 1

בעקבות מטלה 1

אנחנו יודעים ש- $a=b \Rightarrow a^2=b^2$ אולם האם גם ההיפך נכון?

האם $a^2=b^2 \Rightarrow a=b$?

במקרה זה התשובה שלילית. $(-3)^2=3^2$ למרות ש- $(-3)\neq 3$.

אנחנו פעלנו כאילו $\sqrt{a^2}=a$ אולם השוויון הנכון הוא $\sqrt{a^2}=|a|$.

השוויון הנכון מוביל לתוצאה נכונה בהחלט (למרות שהיא לא כל כך מעניינת כמו השוויון $4=3$).

בעקבות מטלה 2

הסבר: הטעות כאן זהה לזאת שעשינו במקרה הקודם:

מ- $(a-b)^2=(b-a)^2$ לא נוכל להסיק $(a-b)=(b-a)$ אלא רק $|(a-b)|=|(b-a)|$.

בעקבות מטלה 3

הטעות בסופיזם זה היא בביצוע פעולות חשבון נכונות על ערכים הנמדדים ביחידות שונות.