

הנושא: **כמה בעיות למחשבה**

הוכן ע"י: שמואל אביטל.

תקציר: בחומר שלוש בעיות: אחת עוסקת במספר שהוא ריבוע שלם, השנייה במשחק לשניים הקשור ללקיחת חפצים מערמות והשלישית במספר המשולשים המתקבלים ע"י חיתוך חוזר של משולשים.

מילות מפתח: חשבון, התחלקות, ריבוע שלם, משחק, אסטרטגית נצחון.

החומר הוגש במסגרת: גליונות לחשבון מס' 40, ניסן תשל"ה.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: עמוד אחד.

כמה בעיות למחשבה

1. האם אפשר לכתוב מספר המורכב מ- n ספרות אשר 60 מהן הן 1 והשאר 0, כאשר ספרות ה- 0 מפוזרות בין ספרות ה- 1, כך שמספר זה יהיה ריבוע שלם?
2. משחק ל ש נ י ס : מתחילים בשתי ערמות של חפצים. כל שחקן, לפי התור, לוקח מספר חפצים מאחת הערמות. מותר לקחת אפילו את כל הערימה. השחקן הלוקח את החפץ האחרון מנצח. האם קיימת אסטרטגיה לפיה ינצח תמיד אחד השחקנים?
3. התחילו בחמישה משולשים גדולים. חיתכו אחדים מהמשולשים האלה, או כולם, כל אחד לחמישה משולשים קטנים יותר. עתה חיתכו אחדים מהמשולשים הקטנים שקיבלת, כל אחד לחמישה משולשים עוד יותר קטנים. האם אפשר לבחור מספר כזה של משולשים לחיתוך, כך שאחרי מספר תהליכים יהיו 192 משולשים?

פתרונות :

1. הדבר בלתי אפשרי. מספר שמופיעות בו 60 ספרות 1 ושאר הספרות אפס, סכום ספרותיו מתחלק ב- 3 אבל אינו מתחלק ב- 9. לכן גם המספר עצמו יתחלק ב- 3 אבל לא ב- 9. מאידך כל מספר שהוא ריבוע שלם המתחלק ב- 3 מוכרח גם להתחלק ב- 9.
2. משחק ל ש נ י ס : אם מתחילים במספר חפצים בלתי שווה בשתי הערמות ינצח השחקן הראשון. בכל מהלך הוא ידאג להשאיר לשני מספר חפצים שווה. אם מספר החפצים שווה מן ההתחלה ינצח השחקן המשחק שני, אם ישחק נכון.
3. בכל חיתוך של אחד המשולשים גדל המספר הכולל של המשולשים ב- 4. לכן אם בסך הכל חתכו K משולשים יהיה המספר הכולל $4K+5$. מכאן, לא ייתכן שנתקבלו 192 משולשים, היות ולא קיים K שלם כך ש: $192=4K+5$.