

## הנושא: **בניית מפות**

הוכן ע"י : שמואל אביטל.

תקציר : בחומר על הקושי שבבניית מפות מישוריות המשמשות העתק למשטח כדורי (על פני כדור הארץ) ועל מפות עתיקות שצוירו ע"י המתמטיקאים תלמי בשנת 150 לספירה וע"י מרקטור בשנת 1569.

מילות מפתח : היסטוריה של המתמטיקה, תלמי, מרקטור, מפה, הנדסת המרחב, גליל, כדור, העתקה חד-חד-ערכית.

החומר הוגש במסגרת : גליונות לחשבון מס' 40, ניסן תשל"ה.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה : עמוד אחד.

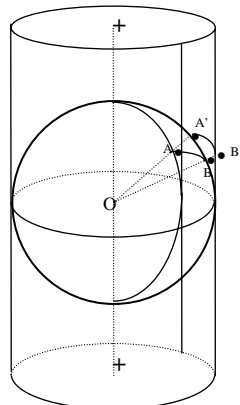
## בניית מפות

כל מפה של אזור כלשהו על כדור הארץ הוא העתק של אזור זה, כאשר לכל נקודה באזור מתאימה נקודה יחידה במפה ולכל נקודה במפה מתאימה נקודה יחידה באזור. במילים אחרות כל מפה של אזור מסוים היא העתק חד-חד ערכי של אזור זה. הבעיה היסודית של עשיית מפה כזאת היא, שהארץ היא קרובה מאוד לכדור, לכן כל אזור עליה הוא חלק ממשטח כדורי, בשעה שהמפה היא חלק ממישור. כאשר מייצרים מפה ישן שלוש מידות שהיינו מעוניינים לשמר והן: אורך, שטח וזווית. כלומר היינו מעוניינים שהרוחקים בין נקודות על פני הארץ יהיו ביחס קבוע לרוחקים בין הנקודות המתאימות במפה, וכן כי מידות השטח של פני הארץ יהיו ביחס קבוע למידות השטחים המתאימים במפה. ולבסוף, היינו רוצים כי לזווית על פני הארץ יתאימו זוויות חופפות על פני המפה.

מתברר שהדבר לגמרי לא פשוט. למשל, אפשר להוכיח באופן מתמטי כי אי אפשר בכלל לצייר מפה של אזור כלשהו על כדור כך שישמר הרוחק בין נקודות. לפיכך, כל מפה של כדור הארץ היא פשרה כאשר שומרים על מידות או תכונות מסוימות ומוותרים על אחרות.

המפות העתיקות ביותר הן אלה שצויירו ע"י המתמטיקאי רומי תלמי (Claudius Ptolomey) בערך בשנת 150 לספירה. אולם המפה הידועה ביותר, שמשמשים בה עד היום בשייט בים, צוירה ע"י גיאוגרף ומתמטיקאי הולנדי בשם מרקטור (זהו תרגום לטיני של השם ההולנדי Kremer) אשר פרסם את המפה שלו לפני ארבע מאות שנה - בשנת 1569.

מפה זו בנויה על הרעיון של העתק הכדור על פני גליל העוטף אותו.



מחברים כל נקודה על הכדור עם מרכז הכדור וממשיכים את הרדיוס עד שהוא פוגש בגליל. כך לכל נקודה על הכדור תתאים נקודה על פני הגליל. למשל, הקשת AB על פני הכדור מועתקת לקטע A'B'. כאשר פורשים את משטח הגליל מקבלים העתק של קטע הכדור על פני חלק מהמישור. בציור הגליל משיק לכדור לאורך קו המשווה.

בקלות תוכלו לראות כי העתק זה איננו שומר רוחק. למשל, מה קורה לאזורים שהם קרובים לציור הצפוני

?N

אלו אזורים על פני הכדור יועתקו כמעט בנאמנות על פני הגליל?

מרקטור שינה את ההעתק הנ"ל וקיבל העתק השומר על זוויות בין עקומים שונים על פני כדור הארץ.

תכונה נוספת של מפת מרקטור היא שעקום היוצר זוויות שוות עם קווי האורך על כדור הארץ מופיע על המפה כקו ישר! לפיכך, המסלול של אונייה היוצר זווית קבועה עם כיוון המחס במצפן (כיוון הצפון) יופיע במפה כקו ישר. דבר זה מקל מאוד על קביעת מסלול אונייה בשייט.

נסו לענות על השאלה הבאה: אלו עקומים על פני הכדור יתקבלו כקווים ישרים במפה המתקבלת מהעתק כדור על פני גליל, כאשר הגליל משיק לכדור לאורך קו המשווה?