

הנושא: האם זה אפשרי?

הוכן ע"י : שמואל אביטל.

תקציר : בחומר מובאת בעיה (ופתרונה), לפיה אם נתון מספר סופי גדול מאוד של נקודות, אפשר תמיד למצוא מעגל העובר דרך שלוש נקודות מביניהן וכל שאר הנקודות מחוצה לו.

מילות מפתח : הנדסה, גיאומטריה, גיאומטריית המישור, מעגל, מעגל חוסם.

החומר הוגש במסגרת : גליונות לחשבון מס' 40, ניסן תשל"ה.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה : עמוד אחד.

האם זה אפשרי?

מליון נקודות נתונות במישור - כך שאף שלוש מהן אינן על ישר אחד. האם אפשר תמיד למצוא ביניהן שלוש נקודות בעלות התכונה, שאם נחוג את המעגל העובר דרכן (מעגל חוסס למשולש הנוצר ע"י שלוש הנקודות) הרי מעגל זה לא יכיל בתוכו אף נקודה אחת מבין הנקודות האחרות.

מתברר שדבר זה תמיד אפשרי, בכל דרך שלא נבחר את מליון הנקודות. ואמנם, נתבונן בכל הרוחקים בין כל זוגות הנקודות. הואיל ויש מספר סופי של נקודות גם מספר רוחקים אלה הוא סופי.

בין כל הרוחקים האלה נבחר אחד שהוא הקטן ביותר. אם ישנם כמה כאלה, שהם שווים, נבחר אחד מהם. נסמן את זוג הנקודות הקובע רוחק זה (שהוא הקטן ביותר) ב- P, Q . נחוג עתה את כל המעגלים העוברים דרך P, Q ודרך נקודה שלישית כלשהי מבין $2-1,000,000$ הנקודה בקבוצה. בין כל המעגלים האלה נבחר אחד שהוא בעל הקוטר הקטן ביותר. ("אם יש כמה מעגלים כאלה, שהם בעלי קטרים שווים, נבחר אחד מהם). לא ייתכן שבפנים מעגל זה יהיו נקודות נוספות של הקבוצה. מדוע?

והנה בעיה דומה לזו שפתרנו :

נתונות מליון נקודות במישור, שאף שלוש מהן אינן על קו ישר. האם אפשר תמיד להעביר ישר שאין עליו אף נקודה מן הקבוצה וכך שהוא יפריד את מליון הנקודות לשני חלקים שווים, שחצי מליון מהנקודות יימצאו מצידו האחד וחצי מליון מצידו השני?