הנושא: **מעגל עיגול וישרים חותכים**

הוכן ע״י: שמואל אביטל.

תקציר: בחומר חקירת הקשר שבין מספר הישרים החותכים מעגל נתון לבין המספר המינימלי והמספר המקסימלי של אזורים שהעיגול נחלק על ידם.

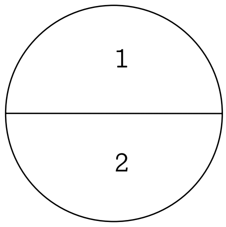
מילות מפתח: ישר, מעגל, עיגול, הכללה, סדרה, סדרה מסדר שני.

החומר הוגש במסגרת: גליונות לחשבון מס׳ 41, אייר תשל״ה.

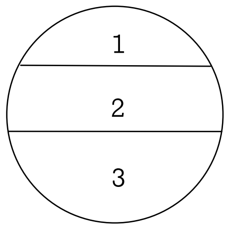
החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 2 עמודים.

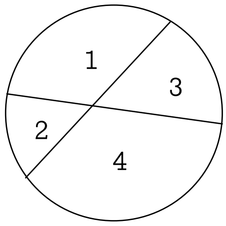
מעגל עיגול וישרים חותכים

אם מעבירים ישר אחד החותך מעגל נתון ואיננו משיק לו,
הרי העיגול נחלק **לשני** אזורים.

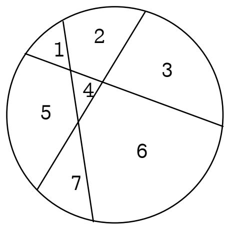


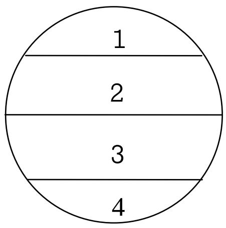
אם מעבירים שני ישרים החותכים מעגל נתון, כך שאף אחד מהישרים אינו משיק למעגל והם גם אינם נפגשים על המעגל הרי העיגול נחלק **לפחות ל- 3 ולכל היותר ל- 4 אזורים**.



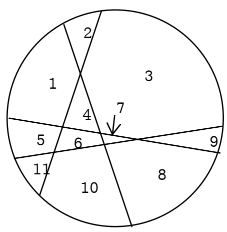


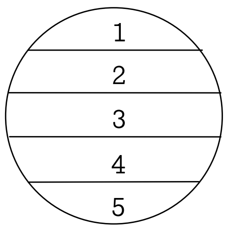
אם מעבירים שלושה ישרים החותכים מעגל נתון, כך, שאף אחד מהם אינו משיק למעגל ואף שניים אינם נפגשים על המעגל, הרי העיגול נחלק **לפחות** ל- 4 אזורים **ולכל היותר** ל- 7 אזורים.





אם מעבירים 4 ישרים החותכים מעגל נתון, כך, שאף ישר אינו משיק למעגל ואף שני ישרים אינם נפגשים על המעגל, הרי העיגול נחלק **לפחות** ל- 5 אזורים **ולכל היותר** ל- 11 אזורים.





"מעגל עיגול וישרים חותכים", שמואל אביטל
גליונות לחשבון מס' 41, אייר תשל"ה
הטכניון, חיפה

א. חיקרו מספר מקרים נוספים.

ב. מעבירים n ישרים החותכים מעגל נתון, כך, שאף ישר אינו משיק לעיגול ואף שני ישרים אינם נפגשים על המעגל:

נסחו השערה: 1. מהו המספר הקטן ביותר של אזורים שהעיגול נחלק להם?

2. מהו המספר הגדול ביותר של אזורים שאפשר לקבל?

ג. הוכיחו את ההשערה.

<u>*פתרון*</u>:

א. עבור 5 ישרים נקבל שהעיגול נחלק לפחות ל- 6 אזורים ולכל היותר ל- 16 איזורים.
עבור 6 ישרים נקבל שהעיגול נחלק לפחות ל- 7 אזורים וכל היותר ל- 22 אזורים.

ב. ההשערה: עבור n ישרים:

1. המספר הקטן ביותר של אזורים שהעיגול נחלק להם הוא $(n + 1)$.

2. המספר הגדול ביותר של אזורים שניתן לקבל הוא $\frac{n^2+n+2}{2}$

ג. נשים לב לגהי מספר האזורים הגדול ביותר:

מס' ישרים	מס' אזורים הגדול ביותר	הפרש
n = 1	2	
		2+
n = 2	4	
		3+
n = 3	7	
		4+
n = 4	11	
		5+
n = 5	16	
		6+
n = 6	22	

מתקבלת סדרה חשבונית מסדר שני, כלומר: סדרת ההפרשים מהווה סדרה חשבונית ומכאן מתקבלת הנוסחה: $\frac{n^2+n+2}{2}$