

הנושא: שטחים לפי משנה המידות לר' נחמיה

הוכן ע"י: שמואל אביטל.

תקציר: בחומר מוצגות נוסחאות שונות לחישוב שטחים עפ"י משנת המידות של הר' נחמיה: שטח עיגול, שטח מקצוע מעגלי, שטח משולש שווה צלעות.

מילות מפתח: הנדסה, גיאומטריה, גיאומטריית המישור, שטח, עיגול, מקטע מעגלי, משולש, π , רבי נחמיה, הירון, משנת המידות.

החומר הוגש במסגרת: גליונות לחשבון מס' 42, תשרי תשל"ו.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 2 עמודים.

שטחים לפי מנחה המידות לר' נחמיה

נביאי המקרא וחכמי התלמוד לא עסקו הרבה במתמטיקה. השימוש במקצוע זה היה בטיפול בדינים הנוגעים לתחום שבת בעיקר במסכת ערובין וכן בהלכות הקשורות בקידוש הלבנה, כלומר, לקביעת הלוח העברי. לעתים השתמשו גם בחקירה מתמטית לקביעת מידות המשכן כפי שתוארו בתורה. כמעט ואין אנו מוצאים מקורות מתקופת התנאים או האמוראים אשר עוסקים רק בנושא מתמטי.

אחד היוצאים מן הכלל הוא ר' נחמיה, אשר חי בישראל במאה השניה לספירה. יצירתו המתמטית שממנה נביא כאן קטעים, נקראת בשם **משנת המידות**.

ר' נחמיה הוא בן דורו של ר' מאיר והיה כנראה גם הוא מתלמידיו של ר' עקיבא. ר' נחמיה הושפע מן המתמטיקה היוונית כפי הנראה מאותם המקורות כמו המתמטיקאי היווני הירון מאלכסנדריה, אשר חי באותה תקופה.

מספרו **משנת המידות** נותרו רק פרקים בודדים. אלה עוסקים בעיקר במיון ובחישובי שטח של צורות שונות במישור.

הנה למשל הנוסחה לחישוב מידת השטח של עיגול כפי שהיא נתנה במשנת המידות:

"כפול את אורך הקוטר בעצמו.

חסר מן התוצאה שביעית ממנה וכן חצי שביעית.

הנותר הוא שטח העיגול" (רישמו נוסחה אלגברית של חישוב זה)

והוא מביא דוגמה:

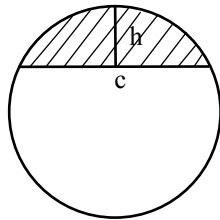
"נניח שאורך הקוטר הוא 7 יחידות.

כפל האורך בעצמו נותן 49.

שביעית וחצי שביעית ממספר זה הם $\frac{1}{2} \cdot 10$.

לפיכך, השטח הוא $\frac{1}{2} \cdot 38$."

ר' נחמיה ידע כנראה כי מידת השטח של עיגול שווה למכפלה של מידת הרדיוס במחצית מידת ההיקף. נסו לקבוע על סמך זה מהו הערך של π שר' נחמיה השתמש בו בחישוב זה.



מעניינת ביותר הנוסחה לחישוב מידת השטח של מקטע מעגלי, המופיעה במשנת המידות.

לשם חישוב שטח זה יש למדוד את אורך המיתר c של המקטע וכן את הגובה המקסימלי h של הקשת מעל למיתר. לפי משנת המידות מידת שטח זה היא סכום שני מחוברים:

תחילה יש לחבר $c+h$ ולכפול את התוצאה בחצי h . אח"כ לכפול בעצמה את מידת האורך של מחצית המיתר ולחלק את התוצאה ב-14. הסכום של שני המחוברים הוא שטח המקטע.

$$\frac{(c+h) \cdot h}{2} + \frac{c^2}{4 \cdot 14}$$

נוסחה זו נכונה עבור רוב המקטעים בקרוב די טוב.

משנת המידות נותנת גם נוסחה נכונה לחישוב מידת השטח של משולש שווה צלעות.

לפי דבריה, כדי לחשב שטח זה, עלינו:

בתחילה לכפול אורך צלע המשולש בעצמו.
אח"כ לכפול שלושה רבעים מהתוצאה ברבע מהתוצאה.
לבסוף לחשב שורש ריבועי של המכפלה.

רישמו נוסחה אלגברית לחישוב זה.

נוסחה זו היא מדויקת לגמרי.

השוו נוסחה זו עם הנתונה על ידי הירון מאלכסנדריה, לפיה:

אם מידת אורך הצלע במשולש שווה צלעות היא a הרי מידת שטחו תהיה $\frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{10}$

על סמך ההשוואה, מיצאו מהו הערך של $\sqrt{3}$ לפי חישובי הירון.