

הנושא: **בעיות שאפשר לפותרן ע"י דימוי צביעה**

הוכן ע"י: שמואל אביטל.

תקציר: בחומר מובאות שלוש בעיות הקשורות לריבועים ולקוביות. בפתרון הבעיות נעזרים בצביעה של הריבועים או הקוביות. מצורף פתרון לאחת מן הבעיות.

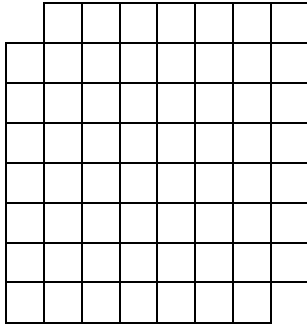
מילות מפתח: גיאומטריית המישור, הנדסת המישור, גיאומטריה, הנדסה, מרובע, ריבוע, מלבן, גיאומטריית המרחב, הנדסת המרחב, קוביה, לוח שח, חידה, חידות.

החומר הוגש במסגרת: גליונות לחשבון מס' 44, ניסן תשל"ו.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: עמוד אחד.

בעיות שאפשר לפותרן ע"י דימוי צביעה

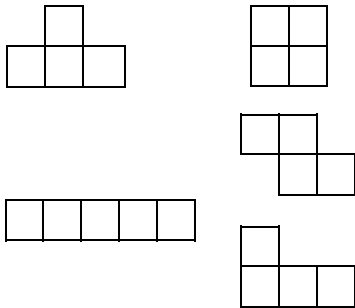
שאלה ראשונה



בלוח שח רגיל ישנן 8×8 משבצות. אם יהיו בידינו 32 אבני דומינו שכל אחת יכולה לכסות שתי משבצות, נוכל לכסות את כל לוח השח בעזרת 32 האבנים. נניח עתה שחתכנו מלוח זה את שתי המשבצות הנמצאות בקצות אחד האלכסונים הגדולים של לוח השח (ר' ציור). האם נוכל עתה לכסות את לוח השח בעזרת 31 אבנים מדומינו זה?

התשובה לשאלה זו היא שהדבר איננו אפשרי. מוכיחים את הדבר בדרך הבאה: נתאר לעצמנו שהלוח צבוע בצבעים שחור לבן, כפי שהדבר נעשה כרגיל בלוחות שח. כל אבן מאבני הדומינו חייבת לכסות 31 משבצות שחורות ו- 31 משבצות לבנות. אבל על-ידי-כך שחתכנו שתי משבצות בקצות אלכסון גדול, חתכנו שתי משבצות מאותו הצבע! כלומר נותרו 30 משבצות מצבע אחד ו- 32 משבצות מצבע שני. לכן, בלתי אפשרי לכסותן ב- 31 אבני דומינו. שימו לב! ברור שהדבר אפשרי גם אם הלוח אינו צבוע! הדימוי של הצבע עוזר לנו להבין את המבנה של הלוח.

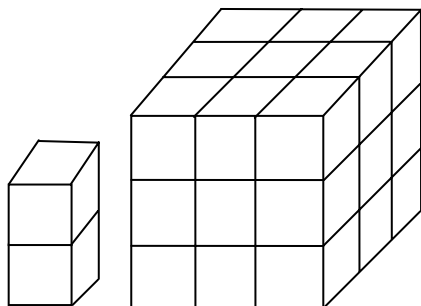
שאלה שנייה



נבנה את כל הצורות המורכבות מ- 4 ריבועים חופפים, כאשר שני ריבועים מחוברים תמיד לאורך צלע שלמה, ולא תיתכן צורה שבה ישנם שני ריבועים המחוברים רק בקודקוד. לא קשה לראות כי ישנן חמש צורות שונות שמקיימות את התנאים הנ"ל (ר' ציור). בחמש צורות אלו ישנם בסך הכל $5 \times 4 = 20$ ריבועים. האם נוכל לסדר את הצורות, בצורת מלבן שמידותיו 4×5 ?

גם שאלה זו אפשר לפתור ע"י דימוי של צבע.

שאלה שלישית



נתונה קובייה המורכבת מ- $3 \times 3 \times 3 = 27$ קוביות קטנות שמידות כל אחת מהן $1 \times 1 \times 1$ יחידות. נתונות אבני דומינו, כל אבן בגודל של שתי קוביות. האם אפשר להרכיב מ- 13 אבנים כאלה קובייה גדולה שחסרה בה הקובייה הקטנה הפנימית (הקובייה הקטנה שאין לה אף פיאה משותפת עם הפנים של הקובייה הגדולה)? האם אפשר לעשות זאת כאשר תחסר קובייה קטנה בפינת הקובייה הגדולה?