

הנושא: **מספרים... מספרים... מספרים**

הוכן ע"י: שמואל אביטל.

תקציר: בחומר מוצגות שיטות לבדיקה האם מספר טבעי מסויים הוא ריבוע של מספר טבעי אחר. בנוסף, מוצגת בעיה הקשורה להעלאה בריבוע של מספרים.

מילות מפתח: חשבון, ריבוע של מספר, התחלקות, סכום ספרות סופי.

החומר הוגש במסגרת: גליונות לחשבון מסי' 44, ניסן תשל"ו.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: עמוד אחד.

מספרים... מספרים... מספרים

המספר 12,345,678,987,654,321 הוא ריבוע של המספר 111,111,111.

האם המספר 98,765,432,123,456,789 גם הוא ריבוע של מספר אחר?

כמובן ש"קל" לבדוק זאת ע"י הוצאת שורש ריבועי.

שיטה פשוטה אחרת היא להסתכל בספרת היחידות של המספר שרוצים לבדוק אם הוא ריבוע. ואמנם, ספרת היחידות של כל מספר נוצרת מספרת היחידות של המספר שמעלים אותו בריבוע. נבדוק לכן, את הריבוע של הספרות 0, 1, 2, 3, ..., 8, 9 ונקבל:

$9 \rightarrow 1, 8 \rightarrow 4, 7 \rightarrow 9, 6 \rightarrow 6, 5 \rightarrow 5, 4 \rightarrow 6, 3 \rightarrow 9, 2 \rightarrow 4, 1 \rightarrow 1$

כלומר, מספר שהוא ריבוע של מספר שלם, ספרת היחידות שלו יכולה להיות רק: 0, 1, 4, 5, 6, 9. לכן, אם נקבע מספר שספרת היחידות שלו היא 2, 3, 7 או 8, ברור מיד שהוא איננו ריבוע של מספר שלם. אבל זה לא עוזר לנו ביחס למספר בו אנו דנים. ספרת היחידות שלו היא 9 והוא עדיין יכול להיות ריבוע של מספר שלם.

כאן יבוא לעזרתנו מספר נוסף.

מתברר שאם מעלים בריבוע מספר שלם כלשהו, מחשבים את סכום הספרות של התוצאה ולוקחים את השארית של סכום זה בחילוק ב-9 מקבלים תמיד אחת מן הספרות 1, 4, 7.

בעצם אין צורך לחלק ב-9 כדי לקבל את השארית. נקבל אותה תוצאה בדיוק אם נמשיך לחבר את סכום הספרות עד שנקבל מספר בן ספרה אחת. תהליך זה נקראה בשם: חישוב סכום ספרות סופי. לפיכך, אם מחשבים סכום ספרות סופי במספר כלשהו ומקבלים בסוף ספרה שונה מארבעת הספרות האלו ברור מיד שהמספר איננו יכול להיות ריבוע.

במספר שאנחנו דנים בו סכום הספרות הסופי הוא 8, כי:

$1+2+3+4+5+6+7+8+9=89$, $2+3+4+5+6+7+8+9=17$, $8+9=17$, $1+7=8$. לכן מספר זה איננו יכול להיות ריבוע.

הנה בעיה קטנה נוספת ביחס לריבועים:

אם מעלים בריבוע אחד המספרים 0, 1, 5, 6 מקבלים בחזרה מספר שספרת היחידות שלו שווה למספר שהעלינו בריבוע.

אם מעלים בריבוע את המספר 25, מקבלים מספר בן 3 ספרות שתי הספרות האחרונות שלו זהות למספר שהעלינו בריבוע.

ישנו מספר דו-ספרתי יחיד נוסף שגם הוא בעל התכונה שאם מעלים אותו בריבוע מקבלים מספר אשר שתי הספרות האחרונות שלו שוות למספר שהעלינו בריבוע.

נסו למצוא מספר זה.

מתן 11:

מספר 76