

הנושא: צירופים של ריבועים וצירופים של קוביות

הוכן ע"י: שמואל אביטל.

תקציר: בחומר מוצגת השאלה לגבי מספר הצורות המישוריות השונות המתקבלות מריבועים חופפים אשר מחוברים בצלע אחת משותפת. לאחר מכן נשאלת שאלה דומה לגבי מספר הצורות המרחביות המורכבות ממספר קוביות חופפות אשר מחוברות בפיאה אחת משותפת. מצורף פתרון לבעיות.

מילות מפתח: גיאומטריה, הנדסה, גיאומטריה המישור, גיאומטריה המרחב, ריבוע, קוביה, קומבינטוריקה, מספר אפשרויות.

החומר הוגש במסגרת: גליונות לחשבון מס' 46, תשרי תשל"ז.

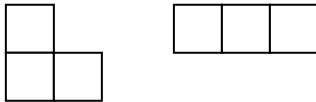
החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 3 עמודים.

צירופים של ריבועים וצירופים של קוביות

נבנה את כל הצורות המורכבות ממספר נתון של ריבועים חופפים, כאשר שני ריבועים מחוברים תמיד לאורך צלע שלמה.

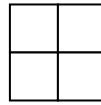
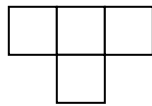
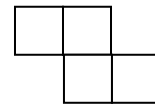
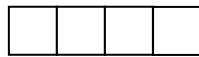
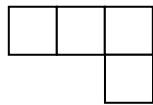


כאשר משתמשים רק בריבוע אחד, או בשני ריבועים מקבלים, בכל מקרה, רק צורת אחת:



כאשר משתמשים בשלושה ריבועים מקבלים שתי צורות שונות:

כאשר משתמשים בארבעה ריבועים מקבלים חמש צורות שונות:

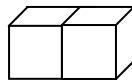


נשאל שאלה דומה ביחס למספר הגופים התלת מימדיים שאפשר להרכיב ממספר קבוע נתון של קוביות שוות נפח, כאשר בכל גוף שתי קוביות שכנות מחוברות בפיאה משותפת.

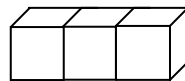
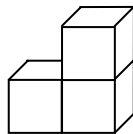


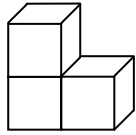
מקוביה אחת אפשר להרכיב גוף אחד בלבד:

משתי קוביות מקבלים גם גוף אחד בלבד:



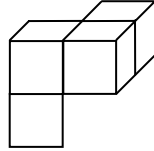
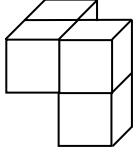
משלוש קוביות אפשר להרכיב שני גופים שונים:





שימו לב! גוף זה נחשב כזהה לקודמו, כי אם נסובב אחד מהם ב- 180° הוא יחפוף בדיוק לגוף השני.

ומה בדבר גופים המורכבים מארבע קוביות זהות? כאן מתעוררת בעיה קשה. נתבונן בשני גופים אלה:

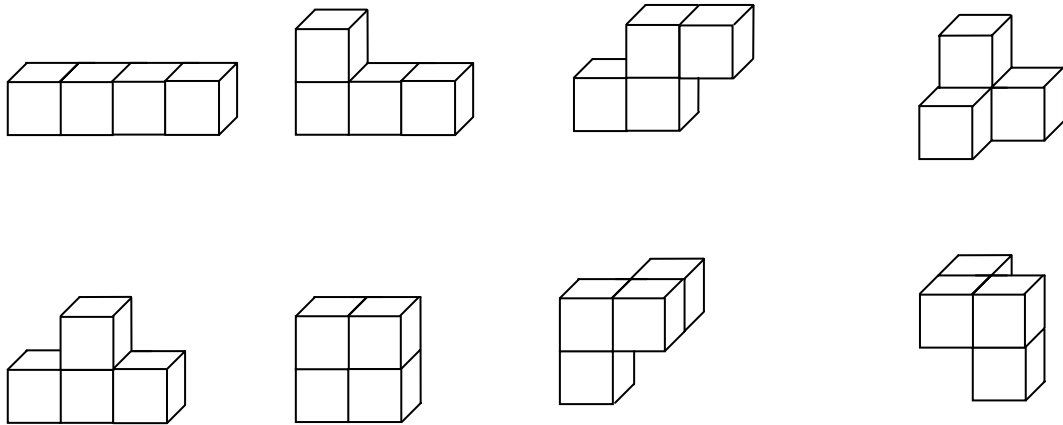


הם "דומים", אבל ע"י סיבוב בלבד אי אפשר להביא לכך שאחד יחפוף את השני. כל אחד משני הגופים הוא תמונת ראי של השני. בשפה המתמטית נגיד שכל אחד מתקבל מן השני ע"י שיקוף במישור.

כאשר דנים במספר הגופים השונים שאפשר ליצור מארבע קוביות זהות יש להחליט מראש אם שני גופים שאחד מהם מתקבל מהשני ע"י שיקוף במישור (אבל לא ע"י סיבוב בלבד) נחשבים כשונים או לא. בדרך כלל מקובל שגופים כאלה נחשבים כשונים.

לכן, נחליט כי שני גופים, שאחד מהם מתקבל מהשני ע"י סיבוב בלבד יחשבו כזהים. אם אחד מהם הוא תמונת ראי של השני – ואי אפשר להביאם לחפיפה ע"י סיבוב בלבד – הם יחשבו כשונים. נסו לבנות את כל הגופים שאפשר ליצור מארבע קוביות. רמז: קיימים שמונה גופים כאלה – כאשר ביניהם ישנם שניים שכל אחד מהם הוא שיקוף במישור של השני.

מתן:
אלון 8 השאלות:



להלן כמה שאלות מעניינות המתעוררות בקשר לנושא זה :
נשים תחילה לב שהנפח הכולל של כל שמונת הגופים הוא – 32 יחידות נפח.
א. האם אפשר לערוך את 8 הגופים זה ליד זה וזה מעל זה כך שתיווצר תיבה

$$\begin{array}{ll} 4 \times 4 \times 2 & \text{(i)} \\ 8 \times 2 \times 2 & \text{(ii)} \end{array} \quad \text{שמידותיה}$$

ב. אם נוציא שניים מהגופים, האם נוכל לערוך את ששת הנותרים בצורת תיבה

$$\begin{array}{ll} 4 \times 2 \times 3 & \text{(i)} \\ 6 \times 2 \times 2 & \text{(ii)} \end{array} \quad \text{שמידותיה}$$