הטכניון – מכון טכנולוגי לישראל המחלקה להוראת הטכנולוגיה והמדעים

הנושא: **קו ישר דרך נקודה בלתי נראית**

הוכן ע"י: שמואל אביטל.

תקציר: בחומר מובא משפט פפוס ומוצג שימוש במשפט זה לצורך שרטוט.

מילות מפתח: גיאומטריה, הנדסה, גיאומטרית המישור, הנדסת המישור, משפט פפוס.

החומר הוגש במסגרת: גליונות לחשבון מס' 48, שבט תשל"ז.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 2 עמודים.

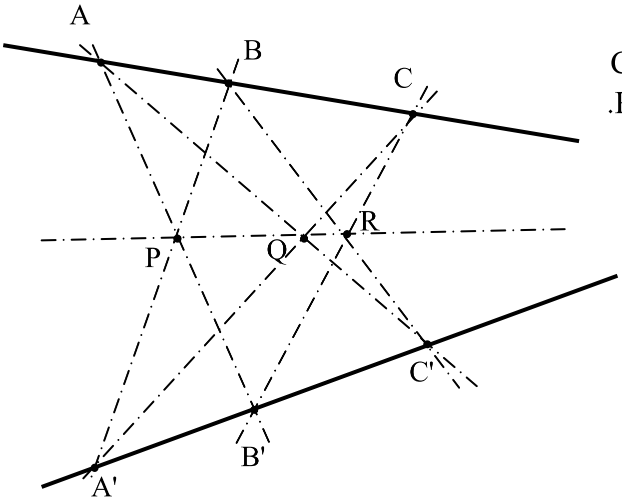
קו ישר דרך נקודה בלתי נראית

נניח ששרטט, המצייר שרטוט של חלק ממכונה, צייר בשרטוטו שני קווים ישרים הנחתכים מחוץ לגליון השרטוט שלו. הוא מעונין לצייר ישר שלישי שיעבור דרך נקודה נתונה P בגיליון השרטוט ודרך נקודת החיתוך "הנעלמת" שנכנה אותה בשם R. היוכל לעשות זאת?

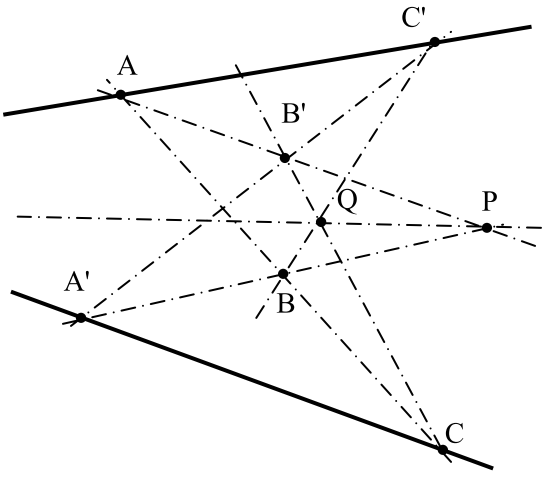
מתברר שכן. לשם כך הוא צריך להשתמש במשפט של מתמטיקאי יווני בשם פפוס שחי במאה השלישית לפני הספירה. מה טוען משפט פפוס?

נצייר שני ישרים נחתכים כלשהם. נקבע על כל אחד מהישרים 3 נקודות: A, B, C על ישר אחד ו- A', B', C' על הישר השני. לשם נוחות הציור נקבע את הנקודות לפי סדר זה, אולם אין זה הכרחי. נחבר עתה, על-ידי ישרים, כל נקודה על ישר אחד עם שתי הנקודות על הישר השני שאינן מסומנות באותה אות.

קיבלנו ששה ישרים נוספים: CB', CA', BC', BA', AC', AB'.



נתבונן עתה בנקודות החיתוך של זוגות ישרים בני אותם שמות: AB' עם BA' ; AC' עם CA' ו- BC' עם CB'. סימנו נקודות אלה ב- R, Q, P. משפט פפוס מבטיח לנו ששלוש הנקודות Q, P ו-R הן תמיד על קו ישר אחד. זה יקרה תמיד בלי כל קשר לכך, כיצד בחרנו את הנקודות המקוריות.



להלן הפתרון של השרטט לבעיה שתארנו קודם, תוך ניצול של משפט פפוס, כדי שיהיה בטוח שהמשך הישר שהוא יצייר יעבור דרך נקודת החיתוך שאיננה בגליון השרטוט:

שני הקווים העבים בציור הם שני הישרים הנחתכים בנקודה R מחוץ לגיליון.

השרטט רוצה לצייר ישר דרך הנקודה הנתונה P ודרך R שמחוץ לגיליון.

(i) תחילה הוא קובע שתי נקודות A ו-C' על ישר אחד ושתי נקודות A' ו- C על הישר השני.

(ii) השרטט מעביר את הישרים AC, A'C', PA ו- PA'.

(iii) בנקודת החיתוך של AC עם PA' הוא קובע את הנקודה B ובנקודת החיתוך של A'C' עם PA הוא קובע את B'. השרטט יצר בדרך זו שני ישרים אשר על אחד מהם נמצאות שלוש נקודות A, B, C ועל השני שלוש נקודות A', B', C'. הוא עשה זאת כך שהנקודה P הנתונה, היא נקודת חיתוך של AB' עם BA'.

(iv) השרטט גם עשה זאת בצורה כזאת שנקודת החיתוך השניה של 'AC ו- 'CA היא נקודת החיתוך של שני הישרים המקוריים, היא הנקודה שכינינו אותה בשם R.

(v) על-ידי העברת הישרים 'CB ו- C'B יוצר השרטט נקודת חיתוך שלישית Q.

משפט פפוס מבטיח לשרטט שאומנם הישר העובר דרך הנקודות P ו- Q יעבור גם דרך R.

נסו לשרטט בעצמכם את הבנייה המלאה כדי להיווכח שאומנם הישר שאתם מעבירים עובר דרך נקודת החיתוך שמחוץ לגיליון. כמובן שבנייה כזאת עדיין איננה הוכחה מתמטית שאומנם זה נכון בכל מקרה, ויש עדיין להוכיח את נכונותו של משפט פפוס.