

הנושא: **מראשיתה של תורת ההסתברות**

הוכן ע"י: שמואל אביטל

תקציר: בחומר מובא הסבר על מושג ההסתברות, ראשיתה של תורת ההסתברות בתקופת המתמטיקאים בליז פסקל ופייר פרמה ושימוש בה במשחקי מזל.

מילות מפתח: הסתברות, הטלת מטבע, משחקי מזל, היסטוריה של המתמטיקה, פסקל בליז, פרמה פייר.

החומר הוגש במסגרת: גליונות לחשבון מס' 49, אייר תשל"ז.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: עמוד אחד.

מראשיתה של תורת ההסתברות

למטבע שני צדדים ; נכנה צד אחד של מטבע זה בשם מספר ואת הצד השני נכנה עץ. אם מטילים מטבע זה 1000 פעם נרשום בכל פעם, אם המטבע נפל על עץ או על מספר, ונחלק כל אחד משני המספרים ב- 1000 (כלומר במספר הכולל של ההטלות). יש להניח שנקבל בתוצאה שני מספרים שכל אחד מהם קרוב ל- 0.5. אנו אומרים שכאשר מטילים מטבע ההסתברות שהוא יפול על עץ שווה להתסברות שהוא יפול על מספר והסתברות זאת היא 0.5.

ומה אם נטיל שני מטבעות כאלה? כאן נוכל להבחין בין ארבע אפשרויות שונות: עץ עץ, עץ מספר, מספר עץ, מספר מספר. במקרה זה ההסתברות של כל אחת מתוצאות אלה היא $\frac{1}{4}$. תורת

ההסתברות מונחת כיום ביסוד הרבה תופעות בחיינו. המחיר שאנחנו משלמים עבור ביטוח חיים, או ביטוח רכב, אורך הזמן שאנו מחכים כדי לעבור רמזור, משך הזמן שאנו מחכים לאוטובוס, כל אלה ועוד רבים אחרים מושפעים, לפחות בחלקם, ע"י תורת ההסתברות.

ראשיתה של תורה זאת במאה ה-17 במשחק הימורים. אציל בשם שבליה דה מרה Chevalier de Me're' אהב לשחק במשחקי מזל. באחד המשחקים האלה כל שחקן שם סכום כסף בקופה ושני השחקנים הסכימו שהשחקן שיצבור הראשון 3 זכיות, לאו דווקא בהמשך אחד, יקבל את כל הכסף שבקופה. לדוגמא אם שחקן א יזכה במשחק הראשון, שחקן ב יזכה בשני, שחקן א בשלישי ושחקן ב ברביעי ובחמישי, הרי ששחקן ב יקבל את כל הקופה. והנה קרה שכאשר שחקן א זכה בשני משחקים, ושחקן ב זכה במשחק אחד, הם נאלצו להפסיק את המשחק – בגלל סיבות משפחתיות. נשאלה השאלה כיצד יחלקו את הקופה? האומנם יקבל א שני שלישים ו-ב יקבל שלישי אחד מכסף הקופה? את השאלה הזאת הפנה האציל דה מרה אל המתמטיקאי בליז פסקל (Blaise Pascal 1623-1662). פסקל התקשר עם מתמטיקאי צרפתי אחר פייר פרמה (Pierre de Fermat 1601-1665) כדי לדון עימו בפתרון הנכון.

שנים אלה הסכימו ביניהם לפתרון הבא:

נניח שמשחקים עוד משחק ושחקן ב זוכה בו. הרי אז יש לכל אחד מהשחקנים שתי זכיות ואז היו מחלקים ביניהם את כסף הקופה שווה בשווה. הרי שמחצית הסכום וודאי שייכת כבר עתה, לפני המשחק הנוסף, לשחקן א. מכאן שהמשחק הנוסף תפקידו להכריע רק ביחס למחצית השנייה של הסכום ומכאן שיש לחלק מחצית זאת שווה בשווה.

לכן הם פסקו שבמצב של 2:1, לטובת א, יש לתת ל-א שלושה רבעים מהסכום ול-ב רבע אחד. אפשר לאשר מסקנה זאת של פסקל ופרמה גם בדרך נוספת. כדי לזכות בכסף הקופה חייב ב לנצח בשני משחקים רצופים ; כי אם הוא מפסיד אפילו באחד מהם, הרי ש-א יזכה בשלושה משחקים ויקבל את כל הסכום. אבל התוצאות בשני משחקים רצופים יכולות להיות, א, א; א, ב; ב, א; ו-ב, ב. רק במקרה האחרון יקבל ב את כסף הקופה.

מכאן שסיכוייו לזכות הם 1:4 ולפיכך עליו לקבל רק רבע מהסכום ושלושה רבעים יקבל שחקן א.

דרך מחשבה כזאת מונחת ביסוד תורת ההסתברות שהתפתחה מאז לענף נפרד של המתמטיקה.

שאלה: מהי ההסתברות לקבל פעמיים עץ כאשר מטילים 3 מטבעות?