

## הנושא: **בעיית ארבע הקוביות**

הוכן ע"י: שמואל אביטל.

תקציר: בחומר מובא משחק בו יש לסדר בשורה ארבע קוביות הצבועות כל אחת בצירוף שונה של ארבעה צבעים, כך שלמעלה, למטה, מלפנים ומאחור יופיעו כל ארבעת הצבעים. בחומר מוצעת דרך לסידור הקוביות כאשר נעזרים בגרפים.

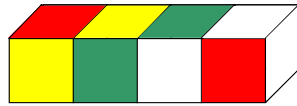
מילות מפתח: משחק, קוביה, תורת הגרפים, קומבינטוריקה.

החומר הוגש במסגרת: גליונות לחשבון מס' 50, תשרי תשל"ח.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 2 עמודים.

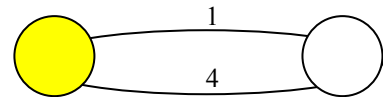
## בעיית ארבע הקוביות

קיים משחק מעניין הבנוי על הרעיון של צירוף מתאים של ארבע קוביות. כל קוביה צבועה בצירוף שונה של ארבעה צבעים, והמטרה היא לשים את ארבע הקוביות בשורה אחת זו ליד זו כך שלמעלה, למטה, מלפנים ומאחור יופיעו כל ארבעת הצבעים.

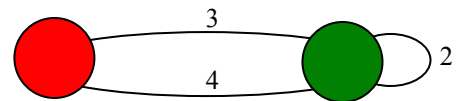


תחילה נמצא דרך לתאר את אופן צביעת הקוביות. נמספר את הקוביות במספרים 1 עד 4. נסמן פיאה צבועה בצבע מסוים בעיגול הצבוע באותו צבע. נחבר בקשת או בקו ישר כל עיגול אל עיגול שני הצבוע בצבע אחר אם בקוביה המתאימה שתי פיאות נגדיות צבועות בשני צבעים אלה. אם שתי פיאות נגדיות צבועות באותו צבע נחבר את העיגול עם עצמו ע"י לולאה. לדוגמא:

הפירוש הוא שבקוביות 1 ו-4 ישנן שתי פיאות נגדיות הצבועות אחת בלבן והשנייה בצהוב.

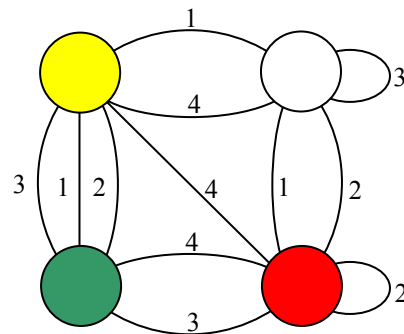


הפירוש הוא שבקוביות מספר 3 ו-4 ישנן שתי פיאות נגדיות הצבועות אחת באדום ואחת בירוק ובקוביה מס' 2 ישנן שתי פיאות נגדיות הצבועות שתייהן בצבע ירוק.



נוכל לבנות עתה ציור אחד האומר לנו את שיטת הצביעה של כל ארבע הקוביות.

לדוגמא, ניתן לראות בציור שבכל אחת משלוש הקוביות מספר 1, 2, ו-3, ישנן שתי פיאות נגדיות הצבועות אחת בצבע צהוב והשנייה בצבע ירוק.



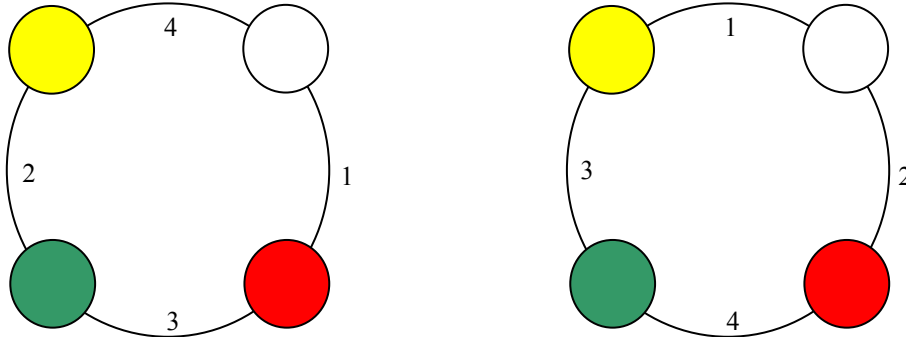
ניתן להכין את ארבע הקוביות על פי ציור זה.

שימו לב שכל מספר מופיע בציור בדיוק שלוש פעמים, כי לכל קוביה ישנם שלושה זוגות של פיאות נגדיות.

עתה ניגש לפתרון הבעיה לעריכת הקוביות כנדרש. לשם כך עלינו למצוא בציור שלנו שני מסלולים נפרדים שכל אחד מהם עובר על ארבע הקוביות ומכיל כל צבע בדיוק פעם אחת. מסלול אחד יתאר את המצב מעלה מטה ומסלול שני יתאר את המצב פנים אחור. אסור כמובן שקו מחבר של מסלול אחד יופיע גם במסלול שני.

נשים לב לשני דברים :

1. אחרי שקבענו את הצבעים שאנו רוצים בכל קוביה, למעלה ולמטה, נוכל לסובב את הקוביה סביב צירה ולקבוע את מצבה מלפנים ומאחור בהתאם לדרוש.
2. אין כל חשיבות למקום הקוביה בעריכה הסופית. נוכל לשים כל קוביה בכל מקום שנרצה.



הפירוש : תחילה נשים את קוביה מספר 1 כך שהצהוב למעלה והלבן למטה.  
אחר-כך נשים את קוביה מספר 2 כך שהלבן למעלה והאדום למטה, אחריה נשים את קוביה מספר 3 כך שהירוק למעלה והצהוב למטה ומטה ואחריה את קוביה מספר 4 כך שהאדום למעלה והירוק למטה.

שימו לב! אפשר לסובב כל קוביה סביב ציר אנכי מבלי לשנות את הצבעים שבפיאה העליונה ובפיאה התחתונה.

עתה נעבור למסלול ב'. תחילה נסובב את קוביה מספר 1 כך שיהיה לבן לפנים ואדום מאחור.  
אחר-כך נסובב את קוביה מספר 3 כך שיהיה אדום לפנים וירוק מאחור, ושוב נסובב את קוביה מספר 2 כך שיהיה ירוק לפנים וצהוב מאחור ולבסוף נסובב את קוביה מספר 4 כך שיהיה צהוב לפנים ולבן מאחור.

תוכלו עתה לבדוק את התיאור ולהיווכח שקיבלנו את כל ארבעת הצבעים בארבעה המצבים : מעלה, מטה, מלפנים ומאחור.