

הנושא: **בנה בעצמך גופים משוכללים**

הוכן ע"י: שמואל אביטל.

תקציר: בחומר נתונות חמש רשתות לבניית חמשת הגופים המשוכללים (קוביה, ארבעון, תמנון, עשרימון, תריסרון) ללא צורך בהדבקה. כמו כן מובאים חמישיות המספרים המאפיינות כל אחד מגופים אלה.

מילות מפתח: הנדסה, גיאומטריה, הנדסת המרחב, גיאומטריית המרחב, גופים הנדסיים, קוביה, ארבעון, טטראדר, תמנון, אוקטאדר, עשרימון, איקוסאדר, תריסרון, דודקאדר.

החומר הוגש במסגרת: גליונות לחשבון מס' 51, טבת תשל"ז,
גליונות לחשבון מס' 52, אדר ב' תשל"ח,
גליונות לחשבון מס' 53, אייר תשל"ח.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 3 עמודים.

בנה בעצמך גופים משוכללים

הציורים שלפניכם מתארים רשתות לבניית גופים משוכללים. המיוחד ברשתות אלה, שאפשר לקפל כל אחת מהן ולבנות את הגוף המתאים ללא שימוש בדבק.

לשם כך יש לשמור על הכללים הבאים:

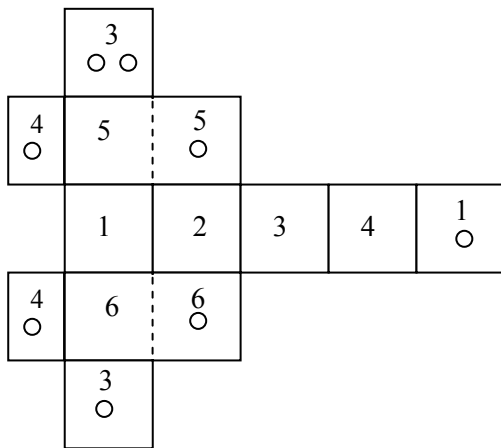
א. חיתכו כל צלע ברשת המצויירת בקו מרוסק.

ב. קפלו כך, שפיאה שמספרה מסומן בעיגול \circ תמצא את מקומה מתחת לפיאה בעלת אותו מספר.

ג. פיאה המסומנת בשני עיגולים $\circ \circ$ נכנסת מתחת לפיאה המסומנת באותו מספר ובעיגול אחד וכו'.

ד. פיאות שאינן מסומנות באף מספר ימצאו את מקומן בעצמן בשעת הקיפול.

כמובן שאפשר להגדיל את הפיאות ולקבל ע"י כך גוף גדול יותר.



ציור מס' 1

בציור מס' 1 נתונה רשת לבניית קוביה.

בקוביה הפיאות הן ריבועים, בכל קודקוד נפגשות 3

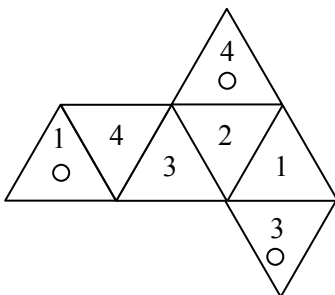
פיאות, ישנן 6 פיאות, 8 קודקודים, 12 מקצועות

אפשר לתאר את הקוביה בעזרת חמישה מספרים

: (4,3 / 6,8,12)

ריבועים, שלושה בכל קודקוד, 6 פיאות, 8 קודקודים,

12 מקצועות.



ציור מס' 2

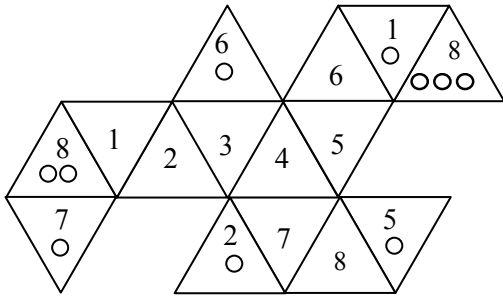
בציור מס' 2 נתונה רשת לבניית ארבעון (טטראדר) משוכלל.

כמובן שאפשר להגדיל את הפיאות ולקבל ע"י כך גוף גדול יותר.

חמישיית המספרים המאפיינת גוף זה היא: (3,3 / 4,4,6)

בציור מס' 3 נתונה רשת של תמנון - אוקטאדר (אוקטה - שמונה ביונית) משוכלל.

זהו גוף בעל שמונה פיאות חופפות, שכל אחת מהן היא משולש שווה צלעות.



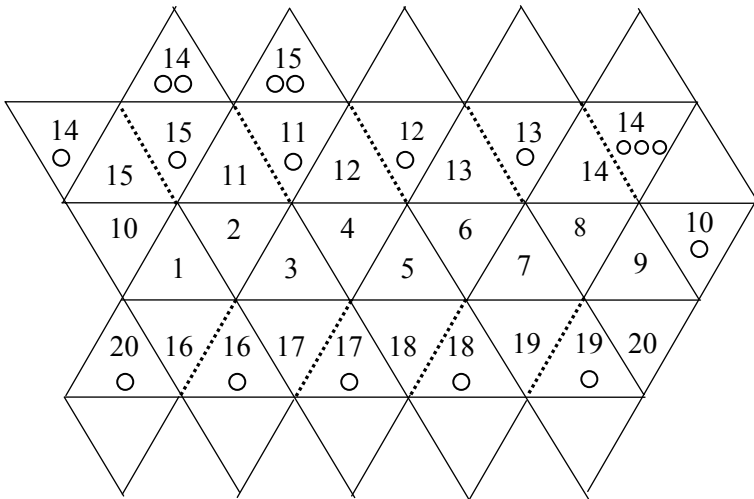
ציור מס' 3

בתמנון 8 פיאות, 6 קודקודים ו-12 מקצועות. אמרנו כבר שהפיאות של תמנון הן בצורת משולשים שווי צלעות ו-4 משולשים כאלה נפגשים בכל קודקוד. נוכל לתאר את מבנה התמנון בעזרת חמישה מספרים אלה (3,4 / 8,6,12).

הרואים אתם שקוביה היא בת זוג של התמנון. מדוע? מהו בן הזוג של הארבעון?

הרשת הנתונה בציור מס' 4 היא לבניית גוף הנקרא עשרימון - איקוסאדר (איקוסה - עשרים

ביונית) - כי לגוף זה יש עשרים פאות, אשר כל אחת מהן היא משולש שווה צלעות.



ציור מס' 4

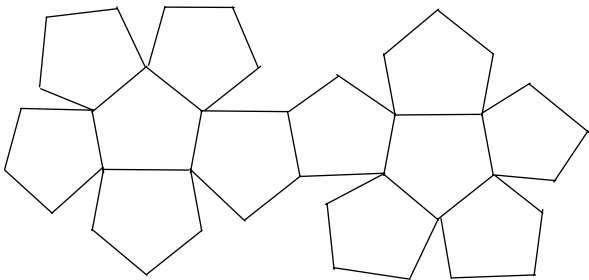
התכונות של גוף זה מתוארות במערכת הבאה (3,5 / 20,12,30).

כלומר, פיאותיו משולשים שווי צלעות, חמש צלעות כאלה נפגשות בכל קודקוד, יש בו: 20 פיאות, 12 קודקודים, 30 מקצועות.

הגוף המשוכלל הבא הוא התריסרון - דודקאדר (דודקה - שתים עשרה ביונית).

רשתו נתונה כאן, אלא שהפעם תצטרכו להשתמש בדבק, כי הרשת המתקפלת ללא דבק מסובכת ביותר.

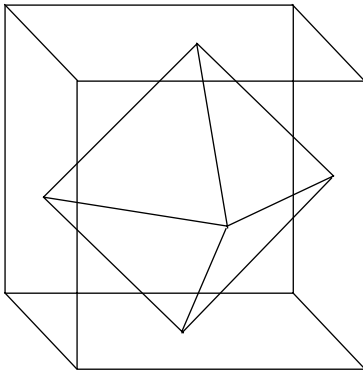
בגוף זה שתים עשרה פיאות אשר כל אחת מהן היא מחומש משוכלל. תכונותיו של גוף זה מתוארות ע"י (5,3 / 12,20,30) כלומר: פיאותיו מחומשים משוכללים, שלוש פיאות נפגשות בכל קודקוד. יש בו: 12 פיאות, 20 קודקודים, 30 מקצועות.



בזאת הבאנו את הרשתות של כל הגופים המשוכללים. עוד ביוון הקדומה הוכיחו מתמטיקאים שישנם רק חמישה גופים כאלה ואין יותר.

שאלה: נסו לגלות באיזה מובן אפשר לדבר כאן על זיווגים, וכיצד אפשר לזווג את הגופים האחרים.

פתרון:



אם מחברים את אמצעי הפאות הסמוכות של קוביה מקבלים תמנון משוכלל.

אם מחברים את אמצעי הפאות הסמוכות בתמנון מקבלים קוביה.

המספרים המתארים את הארבעון הם: $(3,3 / 4,4,6)$ כלומר, פאותיו משולשים, שלושה משולשים נפגשים בכל קודקוד; יש לו 4 פאות, 4 קודקודים ו-6 מקצועות.

בן הזוג של הארבעון הוא שוב ארבעון (מדוע?)