

הנושא: **מדוע דינה צדקה**

הוכן ע"י: שמואל אביטל.

תקציר: בחומר מובאת שאלה הקשורה בשארית המתקבלת כאשר מחלקים ריבוע של מספר אי-זוגי ב-8.

מילות מפתח: חשבון, מספר אי-זוגי, שארית, התחלקות, אלגברה, טכניקה אלגברית, חזקה, ריבוע, נוסחאות הכפל המקוצר, פירוק לגורמים.

החומר הוגש במסגרת: גליונות לחשבון מסי' 55, טבת תשל"ט.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: עמוד אחד.

מדוע דינה צדקה

דני ודינה עושים שעורים ביחד. בדרך כלל הם מחלקים את העבודה וכל אחד מבצע חלק מן החישובים הדרושים כדי לפתור בעייה כלשהי. בפתרון בעייה מסויימת נפל בחלקו של דני לחשב את הריבוע של מספר אי זוגי מסויים ואח"כ לחלק ריבוע זה ב-8.

דני ביצע את החשבון וקיבל כתוצאה מן החילוק מספר שלם כמנה, ושארית 3. ברגע שדינה ראתה את התשובה של דני היא התפרצה: דני, עשית שגיאה! זה לא יכול להיות! כאשר שניהם בדקו מחדש את החישובים של דני נתגלה שאמנם הוא טעה. כיצד היא ידעה מייד? (נסו לענות בעצמכם בטרם תקראו הלאה).

דינה פשוט ידעה כי הריבוע של כל מספר שלם אי זוגי, כאשר מחלקים אותו ב-8 מוכרח לתת שארית 1.

ואמנם: כל מספר שלם אי זוגי אפשר לתארו כ- $2n + 1$. כאשר נעלה מספר זה בריבוע (זכרו את המשפט על $(a + b)^2$) נקבל: $(2n + 1)^2 = (2n)^2 + 2 \cdot 2n \cdot 1 + 1^2 = 4n^2 + 4n + 1$.

נפרק את שני המחוברים הראשונים ונקבל $4n(n + 1) + 1$.

לכן, אם n הוא מספר שלם, אז המכפלה $n(n + 1)$ מוכרחה לתת מספר זוגי (מדוע?), כלומר מספר המתחלק ב-2 ולכן $4n(n + 1)$ הוא מספר המתחלק ב-8 וכל המספר $4n(n + 1) + 1$ מוכרח לתת שארית 1 בחילוק ב-8.