

הנושא: **תגלית חדשה: R_{317} הוא מספר ראשוני**

הוכן ע"י: שמואל אביטל.

תקציר: בחומר על מספר הפעולות שיש לבצע כדי לבדוק האם מספר נתון הוא ראשוני, ועל מספרים ראשוניים שיש תבניות בצורת כתיבתם: מספרים ראשוניים שהם מספרים טבעיים, הנכתבים בבסיס עשר, בעזרת הספרה 1 בלבד.

מילות מפתח: תורת המספרים, מספר ראשוני, מספרים ראשוניים.

החומר הוגש במסגרת: גליונות לחשבון מס' 56, אדר תשל"ט.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: עמוד אחד.

תגלית חדשה: R_{317} הוא מספר ראשוני

בעיית המספרים הראשוניים והתפלגותם בתוך קבוצת המספרים הטבעיים מעסיקה את המתמטיקאים זה שנים רבות. אומנם, לכאורה "קל" לבדוק אם מספר מסויים הוא ראשוני או לא. לשם כך מספיק לבדוק אם המספר אינו מתחלק (בלי שארית) באף מספר ראשוני הקטן ממנו; אך בדיקה כזאת דורשת הרבה זמן ומאמץ. למשל, כדי לבדוק בדרך זו אם המספר 103 אומנם ראשוני, נצטרך לכאורה לעשות 26 פעולות חילוק, כי ישנם 26 מספרים ראשוניים הקטנים מ-103. אם מספר N כלשהו מתחלק במספר ראשוני P_1 , פירוש הדבר ש- $N = P_1 \cdot k$, כאשר k גם הוא שלם. לכל מחלק מתאים מחלק שני ושניים אלה יהיו שווים כאשר כל אחד מהם הוא \sqrt{N} . מכאן שמספיק לבדוק אם אין למספר N איזה שהוא מחלק ראשוני שהוא קטן או שווה ל- \sqrt{N} . לבדיקת הראשוניות של 103 מספיק יהיה לבדוק שהוא איננו מתחלק באף מספר ראשוני שהוא קטן או שווה מ- $\sqrt{103}$. כלומר יספיקו ארבע פעולות חילוק. אבל אם $N > 1000$ נזדקק ל-26 פעולות חילוק או יותר, ואם $N > 10^6$ נזדקק ל-168 פעולות חילוק או יותר, ובמספרים גדולים מאד עלול הדבר להימשך שנים גם אם ניעזר במחשב מתוחכם ביותר.

אומנם המתמטיקאים פיתחו דרכי חקירה שבעזרתם ניתן להקטין עוד יותר את מספרן של פעולות החילוק הנחוצות, אך למרות זאת נשאר אימות ראשוניותו של מספר גדול פעולה מסובכת ביותר. בכל זאת נמצאים עד היום מתמטיקאים סקרנים המקדישים זמן רב לניסיון לגלות מספרים ראשוניים חדשים.

המתמטיקאים התעניינו במיוחד במספרים ראשוניים שיש תבניות מסויימת בצורת כתיבתם. בעיה ממין זה היא ראשוניותם של מספרים טבעיים הנכתבים, בשיטת הבסיס עשר, בעזרת הספרה 1 בלבד.

לכולנו ברור שכל מספר מן הצורה $9 \dots 9 = 10^n - 1$ מתחלק ב-9. המנה המתקבלת מחילוקו של מספר כזה ב-9 נכתבת, לפי בסיס עשר, בעזרת n ספרות 1 בלבד. נשאלת השאלה: אילו מבין מנות אלה הן ראשוניות? נבדוק כמה מהן:

$$R_1 = (10^1 - 1)/9 = 1 \quad \text{אינו מספר ראשוני.}$$

$$R_2 = (10^2 - 1)/9 = 11 \quad \text{הוא מספר ראשוני.}$$

$$R_3 = (10^3 - 1)/9 = 111 = 3 \times 37 \quad \text{אינו ראשוני.}$$

והשאלה היא עבור אילו n יהיה R_n ראשוני?

אכן, עד לפני זמן מה היו ידועים, פרט ל-11, רק שני מספרים ראשוניים מן הצורה הזאת, והם R_{11} ו- R_{23} ; כלומר, המספרים הטבעיים הנכתבים, לפי בסיס עשר, בעזרת 11 ספרות 1, או 23 ספרות 1, הם מספרים ראשוניים.

והנה בחוברת פברואר 1978 של הירחון Scientific American התפרסם הגילוי החדש כי המספר R_{317} גם הוא ראשוני. זהו מספר הנכתב בבסיס 10 בעזרת 317 ספרות 1. אין זה המספר הראשוני הגדול ביותר הידוע עד כה. כבוד זה מגיע למספר 2^{19937} . מספר זה נכתב לפי בסיס עשר בעזרת 6000 ספרות בערך (כמובן, לא כולן 1).

והנה כמה שאלות שתוכלו לפתור כבר עכשיו:

(1) אילו הם המספרים הראשוניים הנכתבים, בבסיס עשר, בעזרת ספרות שוות בלבד,

כשספרות אלה שונות מ-1?

(2) איזו תכונה חייבת להיות למספר n ש- R_n יהיה ראשוני?

(3) אילו הם המספרים מן הסוג R_n שעבורם אנו יכולים להיות בטוחים מיד, ללא צורך

בחילוק, שאינם ראשוניים?