

## הנושא: **ריצוף המישור בעזרת משולשים וריבועים**

הוכן ע"י: שמואל אביטל.

תקציר: בחומר עוסקים בתנאים הדרושים לריצוף של משטח מישורי בעזרת מצולעים משני סוגים שונים. למשל, ריצוף באמצעות משולשים שווי צלעות ובאמצעות ריבועים.

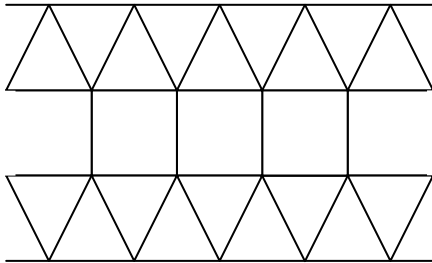
מילות מפתח: גיאומטריה, הנדסה, גיאומטרית המישור, הנדסת המישור, ריצוף, מצולעים, משולש משוכלל, משולש שווה צלעות, מרובע משוכלל, ריבוע, זוויות, אלגברה, משוואה דיופנטית.

החומר הוגש במסגרת: גליונות לחשבון מס' 56, אדר תשל"ט.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: עמוד אחד.

## ריצוף המישור בעזרת משולשים וריבועים

ניתן להוכיח כי אם משתמשים במצולעים משוכללים מסוג אחד בלבד, אפשר לרצף את המישור רק במשולשים משוכללים, או במרובעים משוכללים (ריבועים) או במשולשים משוכללים. נשאלת השאלה: מה אם נרצה לרצף את המישור בשני סוגים שונים של מצולעים משוכללים?



התמונה המצורפת מתארת ריצוף המישור בעזרת משולשים שווי צלעות וריבועים, כאשר צלע המשולש שווה לצלע הריבוע.

שימו לב שבריצוף המישור בעזרת מצולעים, אנו דורשים את הדרישות הבאות:

- (1) שאפשר יהיה לכסות את כל המישור, מבלי שישארו חלקים לא מכוסים ומבלי שצורה אחת תעלה על האחרת.
  - (2) בכל קודקוד נפגשים:
    - (i) אותו מספר מצולעים מכל מין שמשתמשים בו בריצוף.
    - (ii) המצולעים ערוכים סביב כל קודקוד לפי אותו סדר.
- סדר העריכה בריצוף המתואר בציורנו הוא (3, 3, 3, 4, 4); כלומר – שלושה משולשים, זה ליד זה, ושני ריבועים.

והנה כמה שאלות:

- (א) האם אפשר לעשות ריצוף במשולשים שווי-צלעות וריבועים כך שמספרי המצולעים הנפגשים בכל קודקוד יהיו שונים מאלה שבציור שלנו?
- (ב) האם אפשר להשתמש באותם המספרים של משולשים וריבועים כפי שהם נתונים כאן, אלא שעריכתם מסביב לקודקוד תהייה שונה?

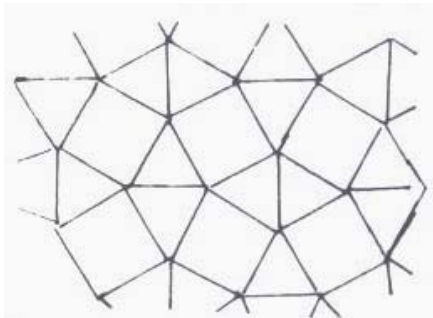
### פתרון:

- (א) מידתה של כל זווית במשולש שווה-צלעות היא  $60^\circ$ , ומידתה של כל זווית בריבוע היא  $90^\circ$ . אם מופיעים  $p$  משולשים ו- $q$  ריבועים ליד קודקוד, צריך להתקיים  $60p + 90q = 360$ , אחרי חילוק ב-30 מקבלים  $2p + 3q = 12$ . הפתרונות היחידים למשוואה זו, שהם מספרים שלמים לא-שליליים, הם:

$$q = 0, p = 6 \text{ כלומר ריצוף במשולשים בלבד};$$

$$q = 4, p = 0 \text{ כלומר ריצוף בריבועים בלבד};$$

$$q = 2, p = 3 \text{ כלומר שלושה משולשים ושני ריבועים};$$



- (ב) קיים פתרון שני, והוא העריכה (3, 3, 4, 3, 4). המתוארות בציור.