

תכנית הלימודים ברמה של 3 יח"ל כיתה י"א

אשכול החברה והמדע

היקף: 30 שעות.

לאורך כל היחידה יידרש שימוש במיומנויות שנרכשו בלימודי כיתה י':

- פתרון משוואות
- קריאת מידע מייצוגים שונים
- כלים סטטיסטיים
- הסתברות בסיסית

לכן, יש לערוך חזרה קצרה על חומר הלימוד של כיתה י'.

יחידה ראשונה: למידת תהליכים ותופעות המתנהגים באופן מעריכי בהקשר למדעים וחברה
(14 שעות לימוד)

יחידה זו מטרתה להציג מודל גדילה ודעיכה מעריכית, להכיר את המצבים בהם נעשה שימוש במודל של גדילה ודעיכה מעריכית בהקשר של חברה ומדע.
יחידה זו מהווה בסיס ללמידת הפרק המקביל באשכול כלכלי-פיננסי.

יחידה שנייה: שימוש בכלים סטטיסטיים לעיבוד מידע - הרחבה (סטיית התקן)
(8 שעות)

יחידה זו מטרתה להבין את הצורך בשימוש בסטיית תקן כמצביע על מידת ההטרוגניות או ההומוגניות של התפלגות הנתונים.

יחידה שלישית: חישוב מתקדם של סיכוי/הסתברות להתרחשויות לא ודאיות
(8 שעות)

יחידה זו היא המשך הפרק המקביל בכיתה י'. מטרת היחידה להציג אופן חישוב ההסתברויות של חיתוך המאורעות בלתי תלויים ומאורעות תלויים.

יחידה ראשונה: למידת תהליכים ותופעות המתנהגים באופן

מעריכי בהקשר למדעים וחברה

נושאים מתמטיים (בהקשר אורייני):

1. פתרון משוואה $ax^n = b$ (כאשר n שלם, x הוא נעלם).
2. הכרת המושגים: כמות התחלתית, מקדם גדילה ודעיכה וכמות סופית.
3. הכרת הנוסחה המקשרת בין המושגים הנ"ל: $A_t = A_0 q^t$, כאשר A_0 - כמות התחלתית, q - מקדם גדילה/דעיכה, A_t - כמות סופית אחרי t יחידות זמן.
4. קשר בין אחוז גדילה או דעיכה ביחידת זמן אחת למקדם גדילה או דעיכה, ולהיפך.

נושאים נלווים

1. שינוי נושא נוסחה / פתרון משוואה ממעלה ראשונה
2. המרת יחידות

מטרות כלליות

1. התלמיד יכיר את המצבים בהם נעשה שימוש במודל של גדילה ודעיכה מעריכית לתיאור תופעות מציאותיות בטבע ובחברה.
2. התלמיד יבין את ההבדל בין תהליך מעריכי לבין תהליכים אחרים (כגון תהליך לינארי).
3. התלמיד יכיר תהליכים רב שלביים שבהם כמות גדלה או קטנה ביחס קבוע משלב לשלב או השינוי בא לידי ביטוי על ידי הוספה או הפחתה של אחוז קבוע בכל שלב.
4. התלמיד יבין את החשיבות בקביעת יחידת זמן אחידה בתהליכים מעריכיים.
5. התלמיד יפתח יכולת לאמוד כמות כתוצאה של תהליך מעריכי.
6. התלמיד יכיר את הנוסחה שמתארת את תהליך הגדילה/הדעיכה על כל מרכיביה (

$$(A_t = A_0 q^t)$$

מטרות אופרטיביות

1. בהינתן תיאור מילולי או ויזואלי של תהליך גדילה / דעיכה, התלמיד ידע לזהות שמדובר בתהליך מעריכי.
2. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה או דעיכה התלמיד ידע לזהות שמדובר בתהליך מעריכי ולא בתהליך לינארי.
3. בהינתן תיאור מילולי או ויזואלי של תהליך גדילה/ דעיכה התלמיד ידע לזהות מה מייצגים: הכמות ההתחלתית, מקדם גדילה ודעיכה, יחידת הזמן, הכמות הסופית.
4. בהינתן תיאור תהליך גדילה/ דעיכה התלמיד ידע לקבוע את יחידת הזמן.
5. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה /דעיכה, וכן הכמות ההתחלתית, התלמיד יוכל לבצע חישוב כמויות כעבור מספר קטן של יחידות זמן - ללא שימוש בנוסחה.

6. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה / דעיכה ואחוז הגדילה/דעיכה ביחידת זמן, התלמיד ידע לחשב את מקדם הגדילה/הדעיכה ($q = \frac{100 \pm p}{100}$), ולהיפך.
7. בהינתן תהליך של גדילה/דעיכה וחלק מהנתונים הבאים: כמות התחלתית, מקדם גדילה ודעיכה, יחידת זמן, כמות סופית, התלמיד ידע לזהות את מה שנתון ולחשב את הערך החסר הנוסחה $A_t = A_0 q^t$ או בדרך אחרת (למשל, פירוט החישוב של הזמן בעזרת ניסוי וטעייה). התלמיד ידע לחשב את הכמויות בעבור מספר יחידות זמן וכן לפני מספר יחידות זמן.
8. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה, התלמיד ידע לחשב את אחוז הגדילה/דעיכה על פני תקופת זמן.
9. בהינתן תיאור גרפי של תהליך גדילה/דעיכה התלמיד ידע לזהות את הנתונים הרלוונטיים: כמות התחלתית, כמות סופית, יחידות זמן, ולהשתמש בנתונים לצורך חישוב מקדם גדילה/דעיכה, אחוז גדילה/דעיכה ביחידת זמן ואת הכמויות המבוקשות בזמנים שונים, באמצעות הנוסחה $A_t = A_0 q^t$.
10. בהינתן ייצוג ויזואלי (כגון גרף, טבלה) של תהליך מעריכי ותהליך לינארי התלמיד ידע לבצע התאמה בין הייצוג לבין התהליכים.
11. בהינתן תיאור מילולי או ויזואלי של תהליך גדילה / דעיכה, התלמיד ידע לאמוד בצורה אינטואיטיבית את הכמות אחרי מספר יחידות זמן ולהשוות לתוצאה שהייתה מתקבלת אחרי אותו מספר יחידות זמן, לו התהליך היה לינארי.

דגשים והבהרות

- פתרון משוואות מהסוג $ax^n = b$ הינו חומר לימוד חדש שדורש הקדשת זמן.
- תיאור הגדילה/הדעיכה יתבטא באמצעות הניסוחים הבאים: גדול פי-, קטן פי-, גדול/קטן באחוז מסוים.
- בשימוש בנוסחה יש לשמור על אחידות ביחידות של כמויות נתונות ומבוקשות.

קבוצת דוגמאות 1.1

אפיון: קבוצת דוגמאות זו מתמקדת בזיהוי תהליכים מעריכיים של גדילה / דעיכה. (מ996)

א/א'696'197 (1.3.4). המידע בקבוצה הזו מוצג באמצעות תיאור מילולי או ויזואלי ומתאר

מצבים בחיי היום יום בהקשר מדעי וחברתי.

התלמידים ילמדו לזהות שכאשר הכמות משתנה מדי יחידת זמן אחת "פי מספר קבוע" או "במספר קבוע של אחוזים", אז התהליך הוא מעריכי. ולעומת זה, אם שינוי יחידות הכמות מדי יחידת זמן אחת הוא במספר קבוע של יחידות, אז התהליך הוא לינארי (כלומר, הוא אינו מעריכי)

(מ996 א/א'696'197 (2.3.4).

התלמיד ידע להבחין אם מדובר בתהליך גדילה או בתהליך דעיכה. (מ996 א/א'696'197 (1

דוגמה:

מחיר הדלק עלה ב- 10 חודשים ב- 10 אגורות לליטר מדי חודש. האם מדובר בתהליך גדילה מעריכי ב- 10 חודשים אלה?

דוגמה:

אוכלוסייה בעיר מסוימת עלתה ב- 2% מדי שנה במשך 20 שנים. האם תהליך הגדילה הוא מעריכי?

דוגמה:

אבן שנופלת לבור עוברת מרחק של L מ' ב- t יחידות זמן. ידוע כי הנוסחה למציאת L היא $L = 5t^2$. האם המרחק שעוברת אבן הוא משתנה באופן מעריכי?

דוגמה:

הגרף שלפניכם מראה שינוי בטמפרטורת הסביבה במשך 15 שעות.



האם התהליך הוא מעריכי?

דוגמה

במעבדה ביולוגית מתבצע ניסוי של תרופה חדשה. בתחילת הניסוי היו 80,000,000 (80 מיליון) חיידקים בתרבית מסוימת.

כאשר מוסיפים את התרופה החדשה לתרבית, קטן מספר החיידקים בתרבית פי שתיים בכל שלוש שעות.

(1) כמה חיידקים נותרו בתרבית שלוש שעות לאחר הוספת התרופה?

(2) כמה חיידקים נותרו בתרבית תשע שעות לאחר הוספת התרופה?

דוגמה

כמות הדגים בבריכה גדלה כל שנה ב- 6%. בתאריך 1.1.2012 כמות הדגים בבריכה הייתה 4 טון.

(1) מה כמות הדגים שתהיה בבריכה אחרי שנה אחת?

(2) מה כמות הדגים שהייתה בבריכה בתאריך 1.1.2014 ?

קבוצת דוגמאות 1.3

אפיון: קבוצת דוגמאות זו מתמקדת בחישוב כמויות ובחישוב מקדם גדילה/דעיכה בתהליכים מעריכיים, באמצעות שימוש בנוסחה. נדרש זיהוי הנתונים, זיהוי מה שמבוקש – תוך שיוכם למושגים מתאימים. (מ/96מ א/69'ג' י'ת 3,4,6,7)

לצורך החישוב נעשה שימוש בטכניקה של שינוי נושא נוסחה. (מ/96מ א/69'ג' י'ת 3,4,6,7). המידע בקבוצה הזו מוצג באמצעות תיאור מילולי ומתאר תהליכים מעריכיים בחיי יום יום בהקשר מדעי וחברתי.

השאלות המרכזיות בהקשר מדעי וחברתי שניתן לשאול בקבוצה זו:

1. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה שבו נתונים כמות התחלתית ופי כמה או בכמה אחוזים גדלה/קטנה כמות ביחידת זמן אחת, חשבו את הכמות אחרי מספר יחידות הזמן

(בעזרת הצבה בנוסחה). (מ/96מ א/69'ג' י'ת 3,4,6,7)

2. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה שבו נתונים כמות התחלתית ופי כמה גדלה/קטנה כמות ביחידת זמן אחת, חשבו בכמה אחוזים גדלה/קטנה הכמות על פני מספר

יחידות הזמן. (8-2 מ/96מ א/69'ג' י'ת 3,4,6,7,8)

3. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה שבו נתונים כמות התחלתית ובכמה אחוזים גדלה/קטנה כמות ביחידת זמן אחת, חשבו בכמה אחוזים גדלה/קטנה הכמות על פני מספר יחידות הזמן.

4. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה שבו נתונים כמות התחלתית וכמות סופית אחרי מספר יחידות זמן, חשבו את מקדם הגדילה/הדעיכה או בכמה אחוזים גדלה / קטנה הכמות ביחידת זמן אחת (תוך שימוש בטכניקה של שינוי נושא נוסחה).

5. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה שבו נתונים כמות התחלתית וכמות סופית אחרי מספר יחידות זמן, חשבו את הכמות אחרי מספר יחידות זמן אחר (תוך שימוש בטכניקה של שינוי נושא נוסחה).
6. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה שבו נתונים מקדם גדילה/דעיכה או בכמה אחוזים גדלה / קטנה הכמות ביחידת זמן אחת, והכמות אחרי מספר יחידות זמן, חשבו את הכמות ההתחלתית (תוך שימוש בטכניקה של שינוי נושא נוסחה).
7. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה שבו נתונים מקדם גדילה/דעיכה או בכמה אחוזים גדלה / קטנה הכמות ביחידת זמן אחת, וכן הכמות בזמן נתון, חשבו את הכמות לפני מספר יחידות זמן (תוך שימוש בטכניקה של שינוי נושא נוסחה).
8. בהינתן תיאור תהליך גדילה/דעיכה שבו נתונים כמות התחלתית, מקדם גדילה/דעיכה או בכמה אחוזים גדלה/קטנה כמות ביחידת זמן אחת, וכמות אחרי מספר יחידות זמן לא ידועות (עד חמש יחידות זמן), חשבו את מספר יחידות הזמן (תוך שימוש באסטרטגיה של ניסוי וטעייה לצורך מציאת מעריך חזקה).

דוגמה

חלקת יער גדלה באופן מעריכי.

- א. היום חלקת היער מכילה 3000 טונות של עץ. כמות העץ ביער גדלה פי 1.05 בכל שנה. מה תהיה כמות העץ ביער בעוד 7 שנים?
- ב. לפני שמונה שנים חלקת היער הכילה 3000 טונות של עץ. היום יש בחלקת היער 4432 טונות של עץ. חשב את מקדם הגדילה של חלקת היער.
- ג. מקדם גדילת היער הוא 1.05 בשנה אחת. היום חלקת היער מכילה 7960 טונות של עץ. מה הייתה כמות היער בחלקה לפני 20 שנה?
- ד. היום חלקת היער מכילה 3000 טונות של עץ. כמות העץ ביער גדלה פי 1.1 בכל שנה. אחרי כמה שנים מהיום יהיו ביער 3993 טונות של עץ?

דוגמה

- אוכלוסייה במדינה מסוימת גדלה בכל שנה ב- 1.2%.
- ב- 1.1.2000 נערך מפקד אוכלוסין, והתברר כי מספר תושבי המדינה הוא 21.3 מיליון.
- (1) מה יהיה גודל האוכלוסייה בתאריך 1.1.2020?
 - (2) אחרי כמה שנים יגיע מספר תושבי המדינה ל-22.076 מיליון?
 - (3) מה היה גודל האוכלוסייה בתאריך 1.1.1990?

דוגמה

עוצמת הקרינה של חומר רדיואקטיבי קטנה בכל שלוש שעות באחוז קבוע.
מדען מדד את עוצמת הקרינה של גוש של חומר רדיואקטיבי כל שלוש שעות במשך יום.
בטבלה שלפניכם מתוארות המדידות:

שעה	6: 00	9: 00	12: 00	15: 00	24: 00
עצמת הקרינה (בקרל)		60	72		

- (1) חשב את אחוז ירידת עצמת הקרינה במשך 3 שעות.
(2) חשב את עוצמת הקרינה שלו בשעה 24: 00.

דוגמה

לריפוי מחלה על החולה לקחת תרופה מסוימת פעם ביממה. כמות החומר הפעיל בכדור אחד של התרופה היא 30 מיליגרם. ידוע כי שעה אחרי נטילת התרופה בגוף נותרו 21 מיליגרם של החומר הפעיל.
(1) בכמה אחוזים קטנה כמות החומר הפעיל בגוף מדי שעה?
(2) השפעת התרופה מסתיימת כאשר בגוף נותרו מתחת ל- 4 מיליגרם של החומר הפעיל. האם החולה יצטרך לקחת עוד כדור כעבור 5 שעות בדיוק?

דוגמה

בשמורת טבע סופרים את מספר העופות הדורסים מדי שנה באותו תאריך, כדי לעקוב אחר גודל אוכלוסייתם. בספירה ראשונה נספרו 1202 עופות. בספירה שנייה שנערכה כעבור שנה נספרו 1093 עופות.
אוכלוסיית העופות הדורסים קטנה באופן מעריכי.

- א. מהו אחוז הדעיכה של מספר עופות דורסים בשמורת הטבע בשנה?
ב. מה יהיה (בקירוב) מספר העופות הדורסים אחרי 5 שנים?
ג. בכמה אחוזים יקטן מספר העופות הדורסים במשך 5 שנים?

קבוצת דוגמאות 1.4

אפיון: קבוצת דוגמאות זו עוסקת בהצגת מידע באמצעות גרפים שמתארים תהליכים מעריכיים

בהקשר מדעי וחברתי (מציפה / מציפה / מציפה / מציפה). השאלות בקבוצת דוגמאות זו יתמקדו:

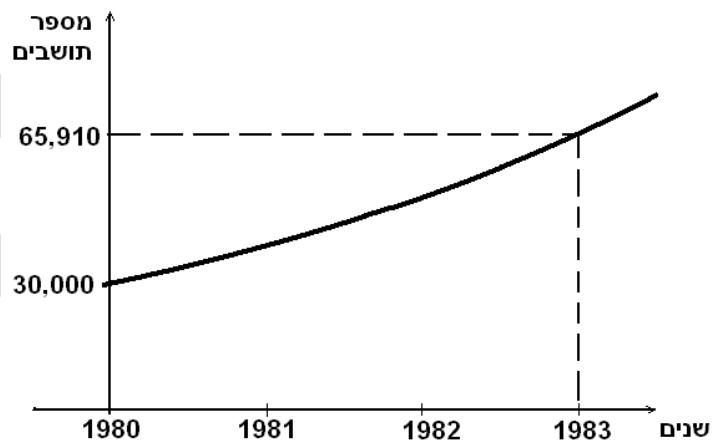
- בזיהוי הנתונים בגרף (כגון כמות התחלתית, יחידת הזמן, הכמות אחרי מספר יחידות זמן
- ועל סמך הנתונים, חישוב מקדם גדילה/דעיכה, חישוב אחוז גדילה/דעיכה ביחידת זמן, חישוב כמויות לפני או אחרי מספר יחידות זמן. כל אלו תוך שימוש בנוסחה $A_t = A_0 q^t$ ושימוש בטכניקה אלגברית: שינוי נושא נוסחה / פתרון משוואה ממעלה ראשונה, או חישוב הזמן באמצעות ניחוש וטעיה.

השאלות המרכזיות בהקשר מדעי וחברתי שניתן לשאול בקבוצה זו דומות לאלו שהוצגו ביחידה הקודמת. כאשר השינוי הוא בהוצאת המידע הרלוונטי לשאלה (כמות התחלתית, כמות אחרי מספר יחידות זמן) מתוך גרף של תהליך מעריכי.

דוגמה

האוכלוסייה בעיר מסוימת גדלה באופן מעריכי.

הגרף שלפניכם מתאר את גידול האוכלוסייה בין תחילת שנת 1980 לבין תחילת שנת 1983.

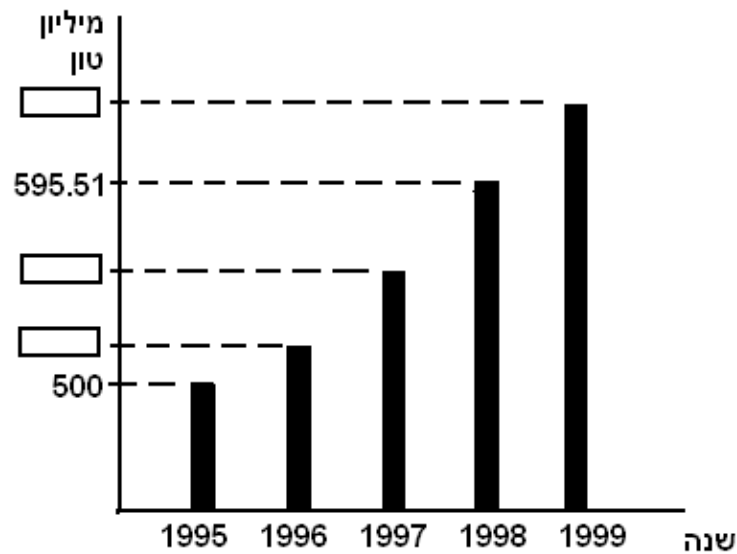


- מה היה מספר התושבים בעיר בתחילת שנת 1980 ובתחילת שנת 1983?
- בכמה אחוזים גדלה אוכלוסיית העיר מדי שנה?
- בהנחה שקצב הגידול יישאר ללא שינוי, מה תהיה אוכלוסיית העיר בתחילת שנת 1985?
- בהנחה שקצב הגידול נשאר ללא שינוי, מה הייתה אוכלוסיית העיר בתחילת שנת 1978?

דוגמה:

הפקת נפט במדינה מסוימת גדלה באופן מעריכי. הדיאגרמה הבאה מתארת את כמות

הנפט המופק במדינה זו בשנים 1995-1999.



- א. מצאו באמצעות הנתונים בדיאגרמה בכמה אחוזים גדלה הפקת נפט בשנה אחת.
- ב. השלימו את הנתונים החסרים בדיאגרמה (המשבצות הריקות)
- ג. מצאו את כמות הנפט הממוצעת לשנה שהופקה במדינה הנ"ל משנת 1995 עד שנת 1999.

קבוצת דוגמאות 1.5

אפיון: קבוצת דוגמאות זו מתמקדת בשאלות בהן נדרשת השוואת שניים או יותר תהליכים מעריכיים או השוואה בין תהליך מעריכי ותהליך לינארי. המידע ביחידה יוצג באופן כמותי, אלגברי, ויזואלי או מילולי. ביחידה הזו חלק מהשאלות יתמקדו באומדן (הערכת כמות ביחס לתהליכים ליניאריים). (מאמר 10.11)

השאלות המרכזיות בהקשר מדעי וחברתי שניתן לשאול בקבוצה זו:

1. בהינתן תיאור מילולי או כמותי של שניים או יותר של תהליכים מעריכיים, באיזה מבין התהליכים הכמות תהיה גדולה/קטנה יותר כעבור מספר יחידות זמן.
2. בהינתן תיאור גרפי של שניים או יותר תהליכים מעריכיים, זהו את התהליך שבו קצב שינוי גדול/קטן מהשני.
3. בהינתן שני תהליכים המוצגים באופן גרפי, זהו איזה גרף מתאים לתהליך ליניארי ואיזה גרף מתאים לתהליך מעריכי.
4. בהינתן תיאור מילולי של שני תהליכים שבאחד מהם הכמות גדלה/קטנה פי מספר קבוע (או באחוז קבוע) ובשני הכמות גדלה/קטנה במספר קבוע ביחידת זמן אחת, התאימו כל תיאור לייצוג הגרפי שלו.

דוגמה

בעקבות פעולות אכיפה, מספר תאונות דרכים בעיר א' ובעיר ב' ירד מדי שנה באחוז קבוע במשך 3 שנים. בתחילת התהליך מספר התאונות בעיר א' היה 1500, ובעיר ב' היה 1300. מספר התאונות בעיר א' ירד מדי שנה ב- 8%, ואילו מספר התאונות בעיר ב' ירד מדי שנה ב- 3%, א. השלימו את הטבלה:

מספר התחלתי	כעבור 1 שנה	כעבור 2 שנים	כעבור 3 שנים
עיר א			
עיר ב			
הפרש			

ב. מה קורה להפרש המחירים בין מספר תאונות בשתי הערים, במשך השנים?
(בחרו את התשובה הנכונה): 1. ההפרש גדל 2. ההפרש נשאר קבוע 3. ההפרש קטן.

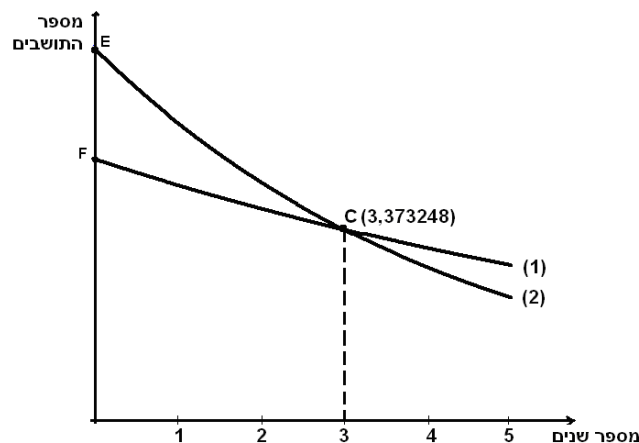
דוגמה

אוכלוסיית תושבים בעיר מסוימת גדלה בכל שנה באחוז קבוע של 2.4% לשנה. אם בזמן מסוים היו בעיר 499,400 תושבים.
א. מצא אחרי כמה שנים יהיו בעיר 549,100 תושבים.

ב. לו אוכלוסיית העיר הייתה גדלה ב- 12,000 תושבים מדי שנה, האם כעבור 4 שנים אוכלוסיית העיר הייתה קטנה/גדולה/שווה ל- 549,100 תושבים.

דוגמה

במדינה מסוימת, נבדק מספר התושבים בשובים א' ו- ב' במשך 5 שנים עוקבות. לפי הבדיקה התברר כי אוכלוסיית ישוב א' יורדת בכל שנה ב- 10%, ואוכלוסיית ישוב ב' יורדת בכל שנה ב- 20%. הגרפים הבאים מתארים את מספר התושבים בשובים א' ו- ב' בשנים הנ"ל.



טיוטת תכנית הלימודים ברמה של 3 יח"ל (המסלול היישומי) - כיתה יא

- א. התאימו לכל אחד מהישובים א' ו- ב' את אחד מהגרפים (1) או (2) שבסרטוט. נמקו.
- ב. מהי המשמעות של נקודת החיתוך של שני הגרפים (הנקודה C)?
- ג. מצאו את שיעורי הנקודה E. מה המשמעות של הנקודה?
- ד. מצאו את שיעורי הנקודה F. מה המשמעות של הנקודה?
- ה. כמה תושבים בערך היו בכל אחד מהישובים הנ"ל 5 שנים אחרי הספירה ההתחלתית?

טיוטה

יחידה שנייה: שימוש בכלים סטטיסטיים לעיבוד מידע - הרחבה (סטיית התקן)

נושאים מתמטיים:

- סטיית תקן.

נושאים נלווים:

- מדדי מרכז: ממוצע, חציון, שכיח

- ייצוגים סטטיסטיים שונים: ייצוג מספרי (רשימה, טבלת שכיחויות, טבלת שכיחויות מצטברת), ייצוג ויזואלי (דיאגרמת עמודות, דיאגרמת עיגול).

- אחוזים.

מטרות כלליות:

1. קבלת החלטות מושכלות על סמך עיבוד מידע סטטיסטי.
2. התלמיד יבין את הצורך בשימוש במדד פיזור כמצביע על מידת ההטרוגניות או ההומוגניות של התפלגות הנתונים.
3. התלמיד יבין את המשמעות של מדד הפיזור: סטיית תקן.
4. התלמיד יבין כי מדד הפיזור נמדד באמצעות אותן יחידות כמו המשתנה הנחקר.
5. התלמיד יבין כי ערך גדול של סטיית התקן מצביע על פיזור גדול של המשתנה ביחס לממוצע וערך קטן של סטיית התקן מראה כי הערכים של המשתנה מקובצים סביב הערך הממוצע.
6. התלמיד ידע לבחון את ההשפעה של שינוי נתון(ים) על סטיית התקן.
7. התלמיד ידע לאפיין נתונים, המוצגים באמצעות ייצוגים שונים (רשימה, טבלת שכיחויות, דיאגרמת עמודות, דיאגרמת עיגול), בעזרת מדדי מרכז (ממוצע, חציון, שכיח), מדד פיזור.

מטרות אופרטיביות:

1. בהקשר אורייני, התלמיד ידע לזהות באופן אינטואיטיבי את הקבוצה שבה פיזור הנתונים גדול יותר (עבור קבוצות הנתונים בהם הבדלי הפיזור בולטים) וידע להסיק מכך מסקנות.
2. בהקשר אורייני, עבור משתנה כמותי: בהינתן ייצוג מספרי (רשימת נתונים או טבלת שכיחויות) או ייצוג ויזואלי (דיאגרמת עמודות, דיאגרמת העיגול) התלמיד יידע לחשב את סטיית התקן.
3. בהקשר אורייני, עבור משתנה כמותי, בהינתן ייצוג מספרי (רשימת נתונים או טבלת שכיחויות) או ייצוג ויזואלי (דיאגרמת עמודות, דיאגרמת העיגול), התלמיד יידע למצוא את ערך סטיית התקן תוך שימוש בטכנולוגיות (כגון: מחשבון, אקסל).
4. בהקשר אורייני, בהינתן שינוי(ים) של נתון(ים), התלמיד יידע לקבוע מהי ההשלכה של השינוי(ים) על סטיית התקן (גדלה או קטנה).
5. בהקשר אורייני, התלמיד יסיק מסקנות לגבי שינוי בסטיית תקן ללא ביצוע חישובים.

דגשים והבהרות

1. התלמיד יהיה חשוף לכל הייצוגים האפשריים של הצגת נתונים : ייצוג מספרי (רשימה, טבלה), ייצוג ויזואלי (דיאגרמת עמודות, דיאגרמת עיגול).
2. התלמיד ישלב חישובי מדדים שנלמדו קודם לכן בכיתה י' (חציון, שכיח וממוצע), עם חישובים של סטיית התקן.
3. התלמיד יבדיל בין משמעות מדדי המרכז (שנלמדו בכיתה י') לבין משמעות מדד הפיזור המאפיין את ההבדל בין הנתונים .

קבוצת דוגמאות 2.1

אפיון : קבוצת דוגמאות זו מתמקדת בשאלות חשיבה (אינטואיטיבית) שבאמצעותן התלמידים יבינו את המשמעות של סטיית התקן, ללא צורך בחישובה . (מספר 1/699/א). המידע בקבוצה הזו מתאר מצבים בחיי יום יום בהקשר מדעי וחברתי שמוצגים בעזרת רשימת נתונים, טבלת שכיחויות או ייצוג ויזואלי בשאלות ישולב חישוב של מדדי מרכז (ממוצע ושכיח) שנלמדו בכיתה י'.

דוגמה

- נתונות שלוש קבוצות של מספרים : $\{6, 6, 8, 8\}$, $\{0, 0, 14, 14\}$, $\{0, 6, 8, 14\}$
- א. חשבו את הממוצע בכל אחת מהקבוצות.
 - ב. באיזו קבוצה סטיית התקן היא הגדולה/הקטנה ביותר? הסבירו ללא שימוש בנוסחה.

דוגמה

בשתי כיתות שבכל אחת מהן יש 20 תלמידים, נערך מבחן בתנ"ך.
בכיתה אחת התפלגות הציונים הייתה :

80	70	60	ציון
4	12	4	מספר תלמידים

בכיתה שנייה התפלגות הציונים הייתה :

90	80	70	60	50	ציון
5	3	4	3	5	מספר תלמידים

- א. חשבו את הציון הממוצע בכל אחת מהכיתות.
- ב. באיזו כיתה היה פיזור הציונים גדול יותר ביחס לממוצע? (סטיית התקן גדולה יותר)?

קבוצת דוגמאות 2.2

קבוצת דוגמאות זו מתמקדת בחישוב סטיית תקן. (מספר 10/699 א' 2). המידע בקבוצה הזו מתאר מצבים בחיי יום יום בהקשר מדעי וחברתי שמוצג בעזרת רשימת נתונים, טבלת שכיחויות או ייצוג ויזואלי (דיאגרמת עמודות, דיאגרמת עיגול). בשאלות ישולב חישוב מדדי מרכז שנלמדו בכיתה י'. היחידה הזאת מתמקדת בלמידת מיומנות השימוש בנוסחת סטיית תקן. כחלק מלימוד היחידה, התלמידים ילמדו להשתמש בכלי טכנולוגי (Excel או מחשבון) לחישוב סטית התקן.

(מספר 10/699 א' 3)

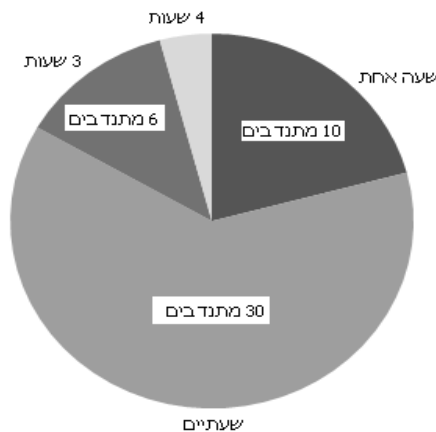
השאלה המרכזית בהקשר מדעי וחברתי שניתן לשאול בקבוצה זו :
עבור משתנה כמותי המוצג בעזרת רשימת נתונים, טבלת שכיחויות, דיאגרמת עמודות או דיאגרמת עיגול, חשבו את סטיית תקן באמצעות שימוש בנוסחה.

דוגמה

לפניכם רשימת הציונים של 9 תלמידים בכיתה יב בשני מקצועות: ספרות ולשון.
התפלגות הציונים בספרות היא: 4, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 10.
התפלגות הציונים בלשון היא: 4, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 10.
(1) מהו הציון השכיח בכל אחד מהמקצועות?
(2) מהו חציון הציונים בכל אחד מהמקצועות?
(3) מהו הציון הממוצע בכל אחד מהמקצועות האלה?
(4) חשבו את סטיית התקן של הציונים בכל אחד מהמקצועות.
(5) באיזה משני המקצועות (לשון או ספרות) פיזור הציונים גדול יותר? נמקו.

דוגמה

דיאגרמת העיגול שלפניכם מציגה את מספר שעות ההתנדבות בשבוע של 48 מתנדבים במוסדות ציבוריים:

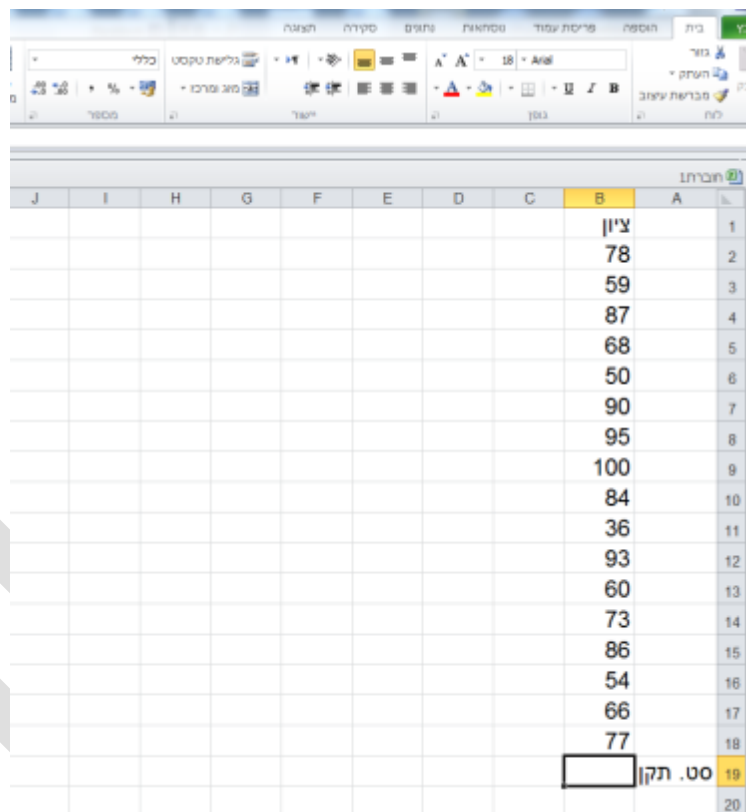


טיוטת תכנית הלימודים ברמה של 3 יח"ל (המסלול היישומי) - כיתה יא

- א. כמה תלמידים מתנדבים במשך 4 שעות?
- ב. מה הממוצע של מספר שעות ההתנדבות במוסדות ציבוריים?
- ג. מה מספר שעות ההתנדבות השכיח? מה משמעותו?
- ד. מהו החציון של מספר שעות ההתנדבות?
- ה. חשבו את סטיית התקן של מספר שעות ההתנדבות.

דוגמה:

תלמידי כיתה מסוימת נבחנו בבחינה בלימודי ארץ ישראל. ציוני המבחן מופיעים בטבלת אקסל:



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		ציון								
2		78								
3		59								
4		87								
5		68								
6		50								
7		90								
8		95								
9		100								
10		84								
11		36								
12		93								
13		60								
14		73								
15		86								
16		54								
17		66								
18		77								
19	ס.ט. תקן									
20										

חשבו את הממוצע ואת סטיית התקן של הציונים באמצעות הפונקציות המתאימות באקסל.

טיוטת תכנית הלימודים ברמה של 3 יח"ל (המסלול היישומי) - כיתה יא

הדרכה לפתרון :

1. מציאת ממוצע :

מסמנים משבצת מתחת לרשימת ציונים, ולאחר מכן בלחצן "נוסחאות" - "סכום" בוחרים

"ממוצע" ובסוף לוחצים על "Enter"

The first screenshot shows the Excel interface with the 'Formulas' tab selected. The 'Average' function is highlighted in the 'Statistical' category. The second screenshot shows the result of the calculation, 73.9, in cell B19. A red arrow points to the 'Average' function in the first screenshot, and another red arrow points to the result in the second screenshot.

חברת	A	B	C	D	E	F
1	ציון					
2	78					
3	59					
4	87					
5	68					
6	50					
7	90					
8	95					
9	100					
10	84					
11	36					
12	93					
13	60					
14	73					
15	86					
16	54					
17	66					
18	77					
19	ממוצע	73.9				
20	סט. תקן					

2. מציאת סטיית התקן :

מסמנים משבצת המיועדת לסטיית התקן מתחת לרשימת ציונים, ולאחר מכן בלחצן

"פונקציות נוספות" - "סטטיסטי" - "STDEV.P" בוחרים

The screenshot shows the Excel interface with the 'Formulas' tab selected. The 'STDEV.P' function is highlighted in the 'Statistical' category. The result of the calculation, 15.62, is shown in cell B20. A red arrow points to the 'STDEV.P' function in the first screenshot, and another red arrow points to the result in the second screenshot.

חברת	A	B	C	D	E	F
1	ציון					
2	78					
3	59					
4	87					
5	68					
6	50					
7	90					
8	95					
9	100					
10	84					
11	36					
12	93					
13	60					
14	73					
15	86					
16	54					
17	66					
18	77					
19	ממוצע	73.9				
20	סט. תקן	15.62				

טיוטת תכנית הלימודים ברמה של 3 יח"ל (המסלול היישומי) - כיתה יא

בשלב הבא נפתח חלון נוסף ובו יש לסמן טווח משבצות עם מספרים :

חברת 1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		ציון										
2		78										
3		59										
4		87										
5		68										
6		50										
7		90										
8		95										
9		100										
10		84										
11		36										
12		93										
13		60										
14		73										
15		86										
16		54										
17		66										
18		77										
19		73.9	ממוצע									
20		17.3	סט. תקן (B18)									

STDEV.P

50;93;36;84;100;95;90;50;68;87;59;78) = 17.34386602 =

Number1

Number2

17.34386602 =

הפונקציה מחשבת סטיית תקן בהתבסס על כל האוכלוסיה בתוך ארגומנטים (המערך מתחילת מערכים לגיטימיים וטקסטי).

Number1, Number2 הם 1 עד 255 מספרים התואמים לאוכלוסיה והם יכולים להיות מספרים או הפניות המכילות מספרים.

17.34386602 = תוצאת הנוסחה

עזרה על פונקציה זו

ביטול אישור

בסוף לוחצים על "Enter" ובמשבצת של סטיית התקן מופיע הערך של סטיית התקן :

חברת 1

	A	B	C	D	E
1		ציון			
2		78			
3		59			
4		87			
5		68			
6		50			
7		90			
8		95			
9		100			
10		84			
11		36			
12		93			
13		60			
14		73			
15		86			
16		54			
17		66			
18		77			
19		73.9	ממוצע		
20		17.3	סט. תקן		

=STDEV.P(B2:B18)

כל אחד מהתלמידים עשה 3 שגיאות חישוב פחות ממה שעשה במבחן הקודם.

(1) מה ממוצע השגיאות החדש?

(2) הסבירו מדוע סטיית התקן לא השתנתה.

דוגמה

בעיר במרכז הארץ החליטו לפתוח תחנת מד"א נוספת לזו הקיימת. בתחנה הקיימת ממוצע שנות התנדבות הוא שנתיים עם סטיית תקן 0.5 שנה. מהתחנה הקיימת העבירו לתחנה החדשה עשרה מתנדבים עם ותק התנדבות של שנתיים לכל אחד. ממוצע שנות ההתנדבות של התחנה הקיימת נשאר ללא שינוי אחרי המעבר. האם סטיית תקן של שנות ההתנדבות בתחנה הקיימת גדלה או קטנה אחרי מעבר המתנדבים?

יחידה שלישית: חישוב מתקדם של סיכוי/הסתברות להתרחשויות לא ודאיות

נושאים מתמטיים

1. חישוב הסתברות של חיתוך מאורעות בלתי תלויים (לכל היותר עד שלושה).
2. חישוב הסתברות של חיתוך של שני מאורעות תלויים.
3. חישוב הסתברות של מאורע שמורכב מאיחוד וחיתוך של מאורעות שהסתברויותיהם ידועים.

נושאים נלווים

- הגדרת הסתברות לפי לפלאס (שכיחות יחסית).
- הכרה אינטואיטיבית של המושגים : מרחב מדגם, מאורע, מאורע וודאי, מאורע בלתי אפשרי, מאורע משלים, מאורעות זרים, מאורע דו-שלבי.
- הסתברות של איחוד מאורעות זרים.

מטרות כלליות

1. התלמיד יכיר מאורעות תלויים ובלתי תלויים וידע להבחין ביניהם.
2. התלמיד יבין את משמעותן של הביטויים "לכל היותר", "לפחות" בהקשר ההסתברותי.
3. התלמיד יכיר את אופן החישוב של הסתברויות של חיתוך מאורעות בלתי תלויים (לכל היותר עד שלושה מאורעות) ושל שני מאורעות תלויים.
4. התלמיד ייחשף למודלים הסתברותיים (כגון: עץ, פירוט אפשרויות בעזרת טבלה) לפתרון שאלות שבהן מוצגים מאורעות בלתי תלויים (לכל היותר עד שלושה) או שני מאורעות תלויים.
5. התלמיד ילמד לקבל החלטות לגבי האפשרות המועדפת באמצעות חישוב הסתברויות.

מטרות אופרטיביות

1. בהקשר מדעי/חברתי, בהינתן תיאור מילולי של סיטואציה בה שניים או שלושה מאורעות בלתי תלויים, התלמיד יקבע מיהם המאורעות במצב זה, ואת קיום אי התלות בין המאורעות.
2. בהקשר מדעי וחברתי, בהינתן תיאור של סיטואציה בה שני מאורעות תלויים, התלמיד יקבע מיהם המאורעות במצב זה ואת קיום התלות בין המאורעות.
3. בהקשר מדעי/חברתי, בהינתן תיאור מילולי או תיאור כמותי (כגון, טבלה) של סיטואציות שבהן מאורעות בלתי תלויים (לכל היותר עד שלושה) או שני מאורעות תלויים (כולל שימוש בביטויים "לכל היותר", "לפחות"), התלמיד יתרגם את הנתונים שבסיטואציה זו למודל הסתברותי מתאים : באמצעות דיאגרמת עץ או בעזרת פירוט האפשרויות.
4. בהקשר מדעי/חברתי, בהינתן תיאור של סיטואציה, התלמיד יחשב את ההסתברות של מאורע המתקבל מחיתוך מאורעות בלתי תלויים (לכל היותר עד שלושה).
5. בהקשר מדעי/חברתי, בהינתן תיאור של סיטואציה, התלמיד יחשב את ההסתברות של מאורע המתקבל מחיתוך שני מאורעות תלויים.

6. בהקשר מדעי/חברתי, התלמיד ידע לחשב הסתברות של מאורע המורכב מחיתוך ואיחוד של מאורעות (שני מאורעות תלויים או עד שלושה מאורעות בלתי תלויים).

7. בהקשר מדעי/חברתי, שבה קיימות מספר אפשרויות, התלמיד ידע למצוא איזו אפשרות סבירה יותר, באמצעות שימוש בחישובי הסתברויות.

דגשים והבהרות

1. התלמיד יזהה את התלות או אי התלות בין המאורעות ברמה אינטואיטיבית בלבד, בהתאם למצב האורייני (ללא הגדרה פורמאלית מתמטית).

2. התלמיד ישלב את הנושאים שנלמדו בכיתה י" (כגון הסתברות של מאורע משלים, הסתברות של איחוד מאורעות זרים) עם הנושאים החדשים.

קבוצת דוגמאות 3.1

אפיון: קבוצת דוגמאות זו עוסקת במצבים מחיי יום יום בהקשרים מדעיים וחברתיים שבהם קיימת התרחשות דו שלבית או תלת שלבית. התלמיד יתבקש לזהות מיהם המאורעות ולקבוע (באופן אינטואיטיבי) האם המאורעות, המתוארים במצב זה, הם תלויים או בלתי תלויים (מ/מ'96).

א/מ'96'97 ת. 1. 2).

השאלה המרכזית שניתן לשאול בקבוצה זו היא:

בסיטואציה נתונה, זהו את המאורעות בהתרחשות דו שלבית או תלת שלבית וקבעו אם קיימת תלות או אי תלות בין המאורעות.

דוגמה

שלושה מדענים שונים עושים אותו ניסוי מדעי. האם תוצאות הניסויים תלויות זו בזו?

דוגמה

בכד נמצאים 5 כדורים ירוקים ו-3 כדורים לבנים. מוציאים שני כדורים מהכד:

א. ההוצאה היא ללא החזרה. האם המאורעות "הוצאת כדור לבן מהכד בפעם הראשונה" ו"הוצאת כדור לבן מהכד בפעם השנייה" הם מאורעות תלויים או בלתי תלויים.

ב. ההוצאה היא עם החזרה. האם המאורעות "הוצאת כדור לבן מהכד בפעם הראשונה" ו"הוצאת כדור לבן מהכד בפעם השנייה" הם מאורעות תלויים או בלתי תלויים.

קבוצת דוגמאות 3.2

אפיון: קבוצת דוגמאות זו עוסקת בחישובי הסתברויות במצבים מחיי יום יום בהקשרים מדעיים וחברתיים שבהם מוצגים מאורעות דו שלביים או תלת שלביים בלתי תלויים. (כולל שימוש בביטויים "לכל היותר", "לפחות").

בקבוצה הזו יופיעו שאלות שיש בהם חיתוך מאורעות ואיחוד מאורעות.

(מאגמת א' 69/1017, 1.2.3.4.6).

השאלה המרכזית שניתן לשאול בקבוצה זו היא:

בסיטואציה נתונה, שבה מוצגים מאורעות דו שלביים (תלויים או בלתי תלויים) או תלת שלביים בלתי תלויים, קבעו האם המאורעות תלויים או בלתי תלויים וחשבו את ההסתברות שלהם

דוגמה

ההסתברות לגשם במקום מסוים היא $\frac{1}{7}$ בערב חנוכה, $\frac{1}{6}$ בערב פורים ו- $\frac{1}{15}$ בערב פסח.

- מה ההסתברות שיֵרד גשם בערב חנוכה ובערב פסח, אבל שלא יֵרד גשם בערב פורים?
- מה ההסתברות שיֵרד גשם בערב פורים, אבל שלא יֵרד גשם בערב חנוכה ושלא יֵרד גשם בערב פסח?
- מה ההסתברות שיֵרד גשם בכל ערבי החג האלה?

דוגמה

באוניברסיטה גדולה 40% מכלל הלומדים הן סטודנטיות.

בוחרים באקראי שלושה מהלומדים באוניברסיטה.

א. מה ההסתברות שייבחרו שני סטודנטים וסטודנטית אחת?

ב. מה ההסתברות שייבחרו לפחות שתי סטודנטיות?

דוגמה

מטוס מטיל שלוש פצצות. ההסתברות שהפצצה הראשונה תפגע בגשר היא 0.4,

שהשנייה תפגע בו – 0.5, ושהפצצה השלישית תפגע בו – 0.8.

מה ההסתברות שהגשר ייהרס:

- א. כאשר די בפצצה אחת להריסת הגשר?
- ב. כאשר דרושות לפחות 2 פצצות להריסת הגשר?

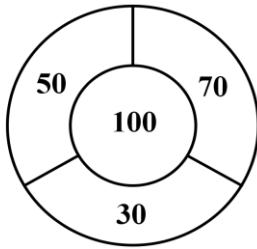
דוגמה

לוח משחק של קליעה למטרה מורכב מארבעה אזורים, שבתוך כל אחד מהם רשומים מספרים (ראו ציור).

אורית יורה פעם אחת חץ ללוח המטרה.

ההסתברות שאורית תפגע בלוח המטרה היא 0.8.

כאשר אורית פוגעת במטרה :



- ההסתברות שלה לפגוע באזור של 100 נקודות היא $\frac{1}{2}$

- ההסתברות שלה לפגוע בכל אחד מן האזורים של 70, 50, 30 נקודות היא $\frac{1}{6}$

- א. מה ההסתברות של אורית לפגוע במטרה וגם לזכות ב- 100 נקודות?
- ב. מה ההסתברות של אורית לפגוע במטרה וגם לזכות בפחות מ- 100 נקודות?
- ג. מה ההסתברות של אורית לפגוע במטרה וגם לזכות ביותר מ- 50 נקודות?
- ד. מה ההסתברות של אורית לזכות בפחות מ- 100 נקודות או לא לזכות בכלל בנקודות?

טיוטת תכנית הלימודים ברמה של 3 יח"ל (המסלול היישומי) - כיתה יא

- (1) מה ההסתברות שהתלמיד יצליח בשלושת המקצועות?
- (2) מה ההסתברות שהתלמיד יצליח בדיוק בשניים מן המקצועות האלה?
- (3) מה ההסתברות שהתלמיד יצליח לפחות במקצוע אחד?
- (4) מה הסתברות שהתלמיד יצליח לכל היותר בשני מקצועות?

דוגמה

מועצת תלמידים החליטה במסיבת פורים לערוך הגרלת פרסים באמצעות כרטיסי הגרלה זהים ובכל אחד מהם 11 חלונות גירוד שבהם מוסתרים מספרים מ-1 עד 11. כל משתתף מגרד חלון אחד ולאחריו עוד אחד.

1. אם בכל אחד משני הגירודים מתגלים שני מספרים זוגיים, המשתתף זוכה בפרס.
מה ההסתברות לזכות בפרס?
2. אם ישנו את הכלל כך שהמשתתף יזכה בפרס אם יתגלו שני מספרים אי זוגיים אחרי הגירוד.
האם השינוי מגדיל או מקטין את הסיכוי לזכות בפרס?

קבוצת דוגמאות 3.4

אפיון: קבוצת דוגמאות זו עוסקת במצבים מחיי יום יום בהקשר מדעי וחברתי שבהם קיימת התרחשות דו שלבית או תלת שלבית. השאלות בקבוצה הזו יעסקו בסיטואציות, שבהן קיימות מספר אפשרויות, ועל התלמיד למצוא איזו אפשרות סבירה יותר או סבירה פחות במצב הנתון. התלמיד יקבל את החלטותיו באמצעות שימוש בחישובי הסתברויות (מספר 1699 א' 699'9 יח 7)

השאלה המרכזית שניתן לשאול בקבוצה זו היא:

בסיטואציה נתונה שבה מתוארות מספר אפשרויות, שבכל אחת מהן מתוארים שני מאורעות תלויים / בלתי תלויים או שלושה מאורעות בלתי תלויים, תארו את התוצאות האפשריות של בעזרת דיאגרמת עץ או בעזרת טבלת התוצאות האפשריות. על סמך חישוב ההסתברויות של כל אפשרות, בחרו באפשרות המועדפת מבחינת הסיכוי הגבוה / הנמוך ביותר.

דוגמה

כל קונה ב"נייס בורגר" מקבל כרטיס הגרלה עם **שמונה משבצות**. **בשתיים** מהמשבצות "מוסתרות" תמונות של המבורגר. הקונה מגרד משבצת אחת ולאחר מכן מגרד משבצת שניה. אם גם במשבצת הראשונה וגם במשבצת השנייה מופיעה תמונה של המבורגר, הקונה זוכה במנה נוספת.

נייס בורגר



- א. מה ההסתברות לזכות במנה נוספת במסעדת "נייס בורגר"?
- ב. שבועיים לאחר מכן, נפתחה מסעדה מתחרה "טעם בורגר" שנתנה לקונים כרטיס דומה: בכרטיס זה **שתיים עשרה משבצות**. **בשלוש** מהמשבצות "מוסתרות" תמונות של המבורגרים. הקונה מגרד משבצת אחת ולאחר מכן מגרד משבצת שניה. אם גם במשבצת הראשונה וגם במשבצת השנייה מופיעה תמונה של המבורגר, הקונה זוכה במנה נוספת. מה ההסתברות לזכות במנה נוספת במסעדת "טעם בורגר"?

טעם בורגר



טיוטת תכנית הלימודים ברמה של 3 יח"ל (המסלול היישומי) - כיתה יא

ג. באיזו משתי המסעדות הסיכוי לזכות במנה נוספת גדול יותר?

דוגמה

כיתות י1 ו-י2 צריכות לבחור נציג אחד מכל כיתה למועצת התלמידים של בית הספר. בכל כיתה הגישו את מועמדותם שישה תלמידים: ארבע בנות ושני בנים. כל כיתה החליטה לבחור את הנציג בדרך שונה.

הבחירות בכיתה י1

בוחרים באקראי אחד מבין השישה.

- א. ירון הוא אחד המועמדים בכיתה י1. מה ההסתברות שירון ייבחר?
ב. נעמה היא אחת המועמדות בכיתה י1. מה ההסתברות שנעמה תיבחר?

הבחירות בכיתה י2

- מטילים מטבע.
 - אם יצא "פנים" – תייצג בת את הכיתה. הנציגה תיבחר באקראי מבין ארבע הבנות. אם יצא "גב" – ייצג בן את הכיתה. הנציג ייבחר באקראי מבין שני הבנים.
- ג. אסף הוא אחד המועמדים בכיתה י2. מה ההסתברות שאסף ייבחר?
ד. הילה היא אחת המועמדות בכיתה י2. מה ההסתברות שהילה תיבחר?
ה. הדס, שרוצה מאוד להיבחר למועצת התלמידים של בית הספר, צריכה לבחור באיזו כיתה כדאי לה ללמוד, על מנת שסיכוייה להיבחר למועצה יהיו הגדולים ביותר. באיזו כיתה עליה לבחור? נמקו.