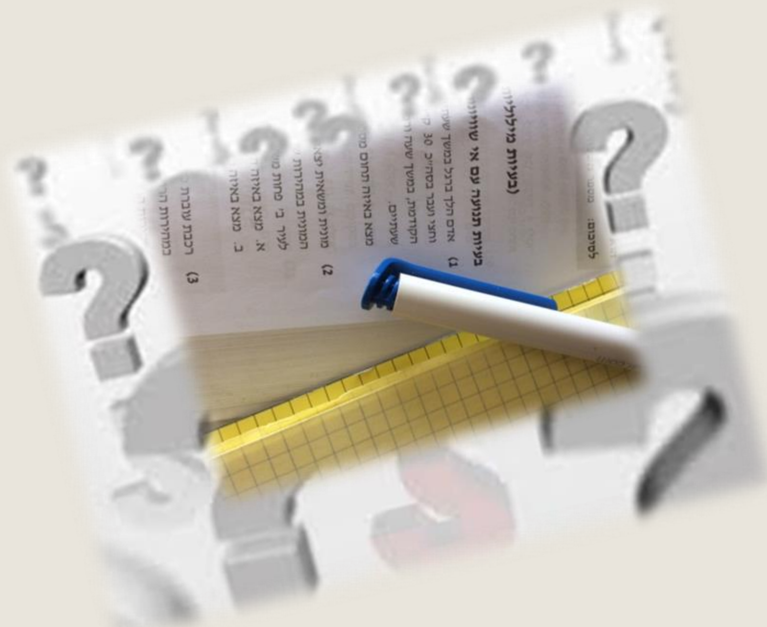
מה (עוד) אפשר לשאול ?

- האם במהלך הפתרון של הבעיה הנתונה המורים שואלים שאלות נוספות אשר לא מופיעות בבעיה המקורית?



- אם כן,מהן השאלות ?

- באילו מצבים נשאלות?

- מהי המטרה של השאלות האלה?

הסיבות הנפוצות לשאול שאלה :

- צורך בחזרה ;
- טעות שנעשתה / מניעת טעויות נפוצות ;
- הבהרת היבטים שונים

  של הסיטואציה המתמטית הנדונה בבעיה;

אלה השאלות המסייעות בהתמודדות עם הבעיה.

הסיבה הנוספת : מציאת ערך מוסף של הבעיה.

קישור בין הנושאים

ניסוח אחר

הכוונה לפתרון בדרך נוספת

קישור בין הרעיונות

הצבת בעיה נוספת על בסיס אותם הנתונים

המטרה: לבנות תלמיד המסוגל ללמוד 5 יח״ל.

הדוגמאות מכיתות ח׳- י״ב (הקבצות מצוינות- 5 יח״ל) ,
תוך כדי הדגשה של הקשר בין חט״ב לחט״ע.

קישור בין נושאים.

דוגמה 1 (807) .

נתונים שני וקטורים $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ בעלי אורך שווה היוצאים מאותה הנקודה.
הזווית ביניהם בת 60^{o} .

חשב את המכפלה הסקלרית $(\underline{u} + \underline{v}) \cdot (\underline{u} - \underline{v})$.

השאלות הנוספות :

- מהי משמעות הגאומטרית ;
- האם יש תלות בגודל הזווית ;
- ואם הוקטורים נמצאים על אותו ישר?

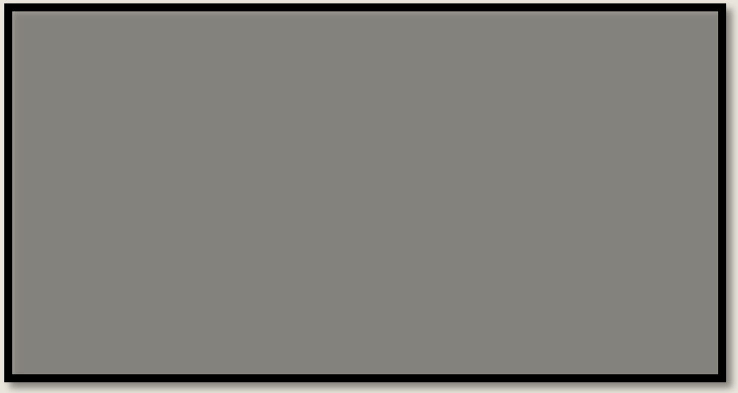
קישור בין נושאים לאורך הזמן.

<u>דוגמה 2</u> (806).

נתון משולש בעל צלעות a ו- b וזווית בת 30^{o} ביניהן.

חוסמים בתוכו מקבילית (ראו שרטוט).

הבע בעזרת a ו- b צלעות המקבילית בעל שטח מקסימלי.



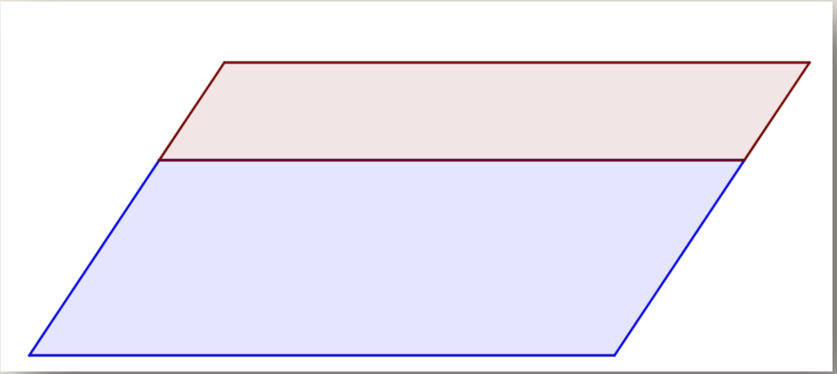
<u>השאלה</u> האם הזוויות המסומנות באדום בעלות גודל קבוע או משתנה במשולש נתון - נבעה מהדיון במהלך הפתרון .

קישור בין נושאים לאורך הזמן.

דוגמה 3) חט"ב) . מבט אחר על חפיפה ודמיון :

- כמה מעוינים בעלי צלע 10 ס"מ קיימים? כיצד התשובה מתקשרת לחפיפת משולשים?
- האם כל המקביליות בעלות הזוויות בנות 100^{o} ו-80^{o} דומות ?

דוגמה נגדית :



חשוב : שימוש במודלים דינמיים , פתרון בעיות בניה.

הצבת בעיות על בסיס אותם הנתונים: רב גילאי.

דוגמה 4 : (ח' - י"א) .

- האם ייתכן כי אלכסון אחד של הטרפז נחצה ע"י נקודת מפגש של האלכסונים?

(עם או ללא נתון נוסף ,כגון " והשני מתחלק ביחס 2 :1")

- מגוון השאלות אודות הקשרים שבין השטחים של ארבעת המשולשים להם מתחלק הטרפז ע"י האלכסונים.

דוגמה 5 (ח'-י') .

במקור : מציאת נקודות מפגש וחישוב שטח משולש הנוצר בין הישרים לציר ה-X (ח').

קישור בין רעיונות, שינוי ניסוח .

דוגמה 6(807).

המעוררת צורך בלשאול שאלות חדשות בבעיות אחרות בעלי רעיון דומה.

שרטט באותה מערכת הצירים סקיצות של הגרפים של הפונקציות

$f(x) = \ln x$ ו- $y = x$.

הקושי המתמטי : כיצד קובעים את המצב ההדדי של שני הגרפים ?

הקושי בהוראה : כיצד מפתחים את הכלים המתמטיים המאפשרים לתלמיד לגשת לפתרון?

דוגמה 7 (ט'). במקור :

מצא נקודת מפגש של הגרפים של $y = x^2 - 8x+12$ ו- $y = -2x + 3$.

ניסוח לאחר השינוי :

א. שרטט באותה מערכת הצירים גרפים של הפונקציות ;

ב. כמה נקודות מפגש יש לפרבולה $y = x^2 - 8x+12$ וישר $y = -2x -1$?

$a+\frac{1}{a}$

פתרון בדרך נוספת, קישור בין רעיונות .

דוגמה 8א (י').

טכניקה אלגברית : הוכח כי
הסכום של מספר חיובי וההפכי
שלו אינו קטן מ-2.

$$a+\frac{1}{a}-2=\frac{a^2+1}{a}=$$

$$\frac{a^2+1-2a}{a}=\frac{(a-1)^2}{a}\geq 0$$

לכן $\forall a>0$ $a+\frac{1}{a}\geq 2$

ו- $a=1$ $\Rightarrow$ $a+\frac{1}{a}=2$

דוגמה 8ב' (807) .

מצא ערך מינימלי של הפונקציה

$$f(x)=\frac{e^{2x}}{e^x-1}$$

עבור $x>0$.

$$\frac{e^{2x}}{e^x-1}=\frac{e^{2x}-1+1}{e^x-1}=e^x+1+\frac{1}{e^x-1}=e^x-1+\frac{1}{e^x-1}+2$$

כאשר $e^x-1>0$ עבור $x>0$ וגם $e^x-1=1$ עבור $x=ln2$.

לכן ערך מינימלי של הפונקציה בתחום הנתון הוא 4 .

פתרון בדרך נוספת, קישור בין רעיונות .

דוגמה 9א׳ (חט״ב) :

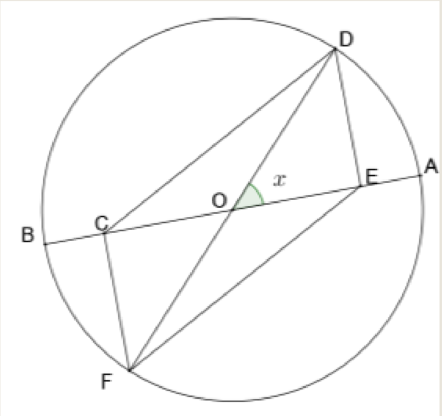
פתרון מגוון בעיות קיצון בגאומטריה בשיטות גאומטריות, תוך שימוש ביישומונים דינמיים.

שרטט מלבן אשר אורך האלכסון שלו 12 ס״מ .

1) כמה מלבנים כאלה קיימים?
2) מבין המלבנים האלה, לאיזה מלבן השטח הגדול ביותר ולמה?
3) נסחו בעיה זהה במונחים של משולש ישר זווית.

דוגמה 9ב׳ (806) :

במעגל בעל מרכז O ורדיוס R ‏AB ו- FD קטרים,
$AB \perp CF$, $AB \perp DE$.
חשב זווית x עבורה שטח המרובע CDEF הוא הגדול ביותר.



שאלה : למה הבעיה הזאת היא הגרסה של הקודמת?

למה (עוד) לשאול ?

לשם פיתוח הבנה עמוקה יותר של התהליכים, חשיבה גבוהה ו״עומס מחשבתי" – מה שנקרא פיתוח של ראיה מתמטית רחבה וכוללנית.

- ״בניית הקשרים מתמטיים תורמת לפיתוח הבנה מתמטית עמוקה. למעשה, זהו אחד העקרונות הבסיסיים בחינוך המתמטי המודגש בסטנדרטים של ה-NCTM (2000).

בהתאם, עיסוק בקשרים בין תחומים מתמטיים בונה בקרב התלמידים ראיה של מתמטיקה כמדע מקושר ולא כאוסף של נושאים.

- (House & Coxford, 1995; NCTM, 2000) ״.

ר.לייקין,״ על ארבעה סוגים של קשרים מתמטיים ופתרון בעיות בדרכים שונות״ (על״ה 36 תשס״ו,עמ׳ 8 -14) .

מוקדש לזכרו של מורה למתמטיקה
ד״ר נחום מילין (2014-1947).