

הנושא: **ציור על צג מחשב בעזרת פונקציות**

כפעילות לימודית בחטיבת הביניים

גיאד באדר.

הוכן ע"י:

במאמר דיווח על פרויקט אישי של מורה ועל עבודתם של תלמידיו בעקבותיו. המורה התוודע אל האפשרות של ציור ציורים בעזרת פונקציות על צג המחשב. הציורים מובאים במאמר. הם מורכבים מישרים, גרפים של פונקציות ריבועיות, פונקציות שורש ופונקציות טריגונומטריות. לדעת המחבר ציור באמצעות פונקציות על צג המחשב הוא משימה שמעמיקה את ההבנה של מושגי יסוד בנושא של פונקציות.

תקציר:

אלגברה, גרף, גרפים, פונקציה לינארית, פונקציה קווית, פונקציה ריבועית, פונקציה טריגונומטרית, פונקציית סינוס, הרכבת פונקציות, תחום, טווח, ישרים מקבילים, מעגלים, הזזות, הזזה, סימטריה, פרמטר, תבנית, מושג, הבנה, מחשב, פרויקט אישי, ציור גרפים.

מילות מפתח:

החומר פורסם במסגרת: עלי"ה 24, אדר תשנ"ט, מרץ 1993, עמודים 60-71.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 12 עמודים.

ציור על צג המחשב בעזרת פונקציות כפעילות לימודית בחטיבת הביניים

גיאד באדר

בית הספר אל-עניאר, כפר עזר, רמת הגולן

1. סמל 'מחר 98'

הציור נוצר מגרפים של פונקציות קוויות וריבועיות ומעגלים

הפונקציות הריבועיות תוארו בעזרת התכנית

$$y = y_0 + a(x-x_0)^2$$

תוך כדי שימוש באופציה של הגדרת תחום וטווח של פונקציה בהתאם לצורכי הציור

כל מעגל בציור בעל מרכז (x_0, y_0) ורדיוס R צויר כמורכב מגרפים של שתי פונקציות

$$y = y_0 + \sqrt{R^2 - (x-x_0)^2}$$

$$y = y_0 - \sqrt{R^2 - (x-x_0)^2}$$

כלי הגדרה של הטווח

2. ספינה

הציור מורכב מגרפים של פונקציות קוויות ופונקציה

$$y = \sin x$$

3. מסגד

הציור עשוי מגרפים של פונקציות קוויות, פונקציה ריבועית, מעגלים וקווים מקבילים לציר ה-y.

4. אוהל

הציור כולל גרפים של פונקציות קוויות וריבועיות וקווים מקבילים לציר ה-y הפתח של האוהל ושאר הגרפים של פונקציות ריבועיות נוצרות לפי התבנית

$$y = y_0 + a(x-x_0)^2$$

אשר בה ערך הפרמטר a מותאם לצורך הציור

5. מטרייה

הציור עשוי מגרפים של פונקציות קוויות וריבועיות בבניית גרפים של פונקציות ריבועיות השתמשתי בהזזות פרבולות

איך זה התחיל

במשך מספר שנים אחרונות השתלמתי בסדנאות הפרוייקט 'מחר 98' באצבע הגליל לפני שנתיים, בתשנ"ו, הייתי צריך לבצע פרוייקט אישי במסגרת הלימודים שלי כאשר בחרתי לנושא הפרוייקט את 'ציור על צג המחשב בעזרת פונקציות', לא כל כך ידעתי את החשיבות שלו בחרתי אותו כי אני אוהב לעבוד עם המחשב

כשהתחלתי לעבוד בנושא שבחרתי, הוא משך אותי מאוד לפעמים הייתי עובד עד חצות הלילה בהתעניינות וברצון רב לגמור כל ציור שהתחלתי

בסופו של דבר למרות שהייתי לחוץ מאוד בזמן, עשיתי עשרה ציורים במקום שבעה שתוכננו, ונהניתי מהעבודה

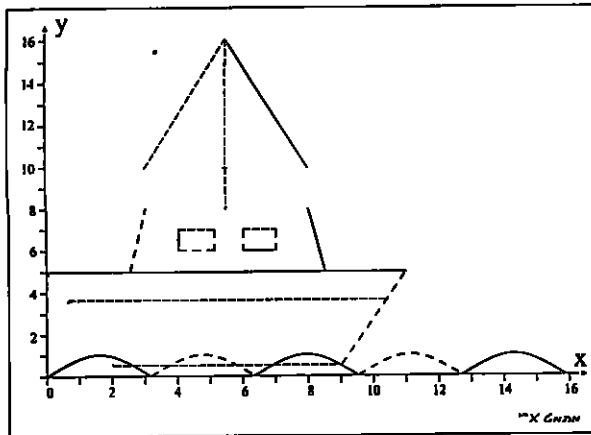
האמצעים הטכנולוגיים שנעזרתי בהם

ליצירת ציורים על צג המחשב השתמשתי בתכנה 'מתמטיקסי' התכנה מאפשרת ציור בר-זמנית עד 50 גרפים של פונקציות באותה מערכת צירים, עם אפשרות להגביל תחום וטווח של פונקציה לפי בחירת המשתמש כמו כן אפשר לצייר ישרים מקבילים לציר ה-y שאינם גרפים של פונקציות הודות לאפשרויות אלה ולאפשרויות נוספות, כמו האפשרות לחבר שתי נקודות בקטע ישר ולקבל את תבנית הפונקציה הקווית המתאימה, 'מתמטיקסי', השתמשתי בתכנת מטי"ח 'לראות אלגברה' ('Function Analyzer'), כדי לחקור קשר בין הזזות של פונקציה ריבועית וערכי הפרמטרים בתבניתה

הציורים שלי

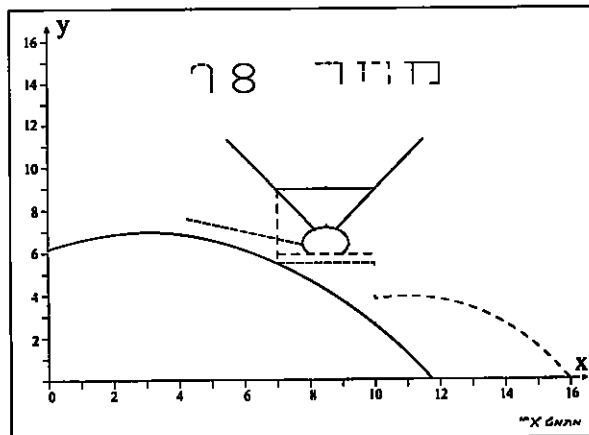
להלן עשרת הציורים שיצרתי במסגרת הפרוייקט האישי שלי

- $x = 13 | 14.8 \leq y \leq 15.2$
- $x = 13.2 | 14.8 \leq y \leq 15.2$
- $x = 3.5 | 14.8 \leq y \leq 15.2$
- $x =$ [פונקציה נסתרת]



2. ספינה

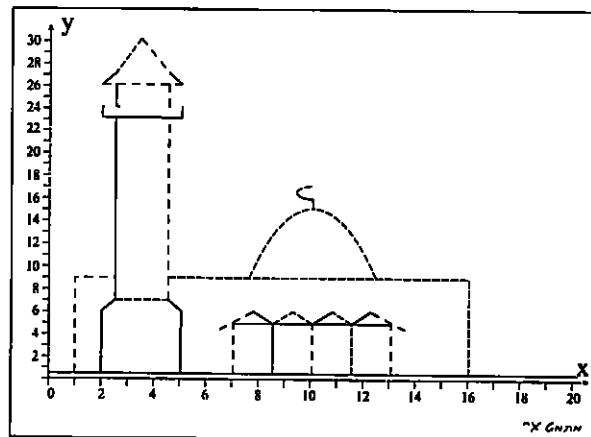
- $f(x) = \sin x$
- $y = 0.5 | 2 \leq x \leq 9$
- $y = -2.25x + 5 | 0 \leq x \leq 2$
- $y = 2.25x - 1.975 | 9 \leq x \leq 11$
- $y = 5 | 0 \leq x \leq 11$
- $y = 3.65 | 0.6 \leq x \leq 1.4$
- $y = 8 | 3 \leq x \leq 8$
- $y = 6x - 10 | 2.5 \leq x \leq 3$
- $y = -6x + 56 | 8 \leq x \leq 8.5$
- $x = 7 | 6 \leq y \leq 7$
- $y = 7 | 6 \leq x \leq 7$
- $x = 6 | 6 \leq y \leq 7$
- $y = 6 | 6 \leq x \leq 7$
- $x = 5 | 6 \leq y \leq 7$
- $y = 7 | 4 \leq x \leq 5$
- $y = 6 | 4 \leq x \leq 5$
- $x = 4 | 6 \leq y \leq 7$
- $x = 5.5 | 8 \leq y \leq 71.6$
- $y = -2.4x + 29.2 | 5.5 \leq x \leq 78$
- $y = 2.4x + 2.8 | 3 \leq x \leq 75.5$
- $y = 10 | 3 \leq x \leq 78$
- $x =$ [פונקציה נסתרת]



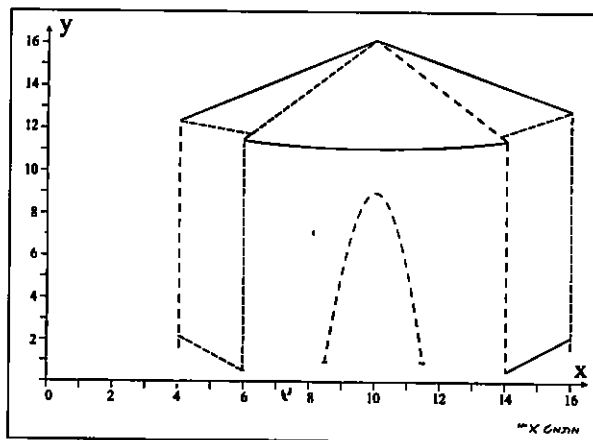
1. סמל 'מחר 98'

- $7 - 0.09(x-3)^2$
- $y = 5.56 | 7 \leq x \leq 1$
- $x = 10 | 2.7 \leq y \leq 5.56$
- $y = 6 | 7 \leq x \leq 1$
- $y = 9 | 7 \leq x \leq 1$
- $x = 7 | 6 \leq y \leq 9$
- $x = 10 | 6 \leq y \leq 9$
- $y = 6.5 + \sqrt{(0.5 - (x-8.5)^2)}$
- $y = 6.5 - \sqrt{(0.5 - (x-8.5)^2)}$
- $y = 6.5 - \sqrt{(0.5 - (x-8.5)^2)}$
- $y = (1/3)x + 3.3333 | 9.2 \leq x \leq 12.5$
- $y = -1.5497x + 1.98482 | 5.5 \leq x \leq 8.2$
- $y = -3.3333x + 9 | 4.5 \leq x \leq 7.8$
- $x = 8.5 | 7.2071 \leq y \leq 12$
- $4 - 0.15(x-11)^2$
- $y = 15 | 11 \leq x \leq 12$
- $y = 15 | 9.5 \leq x \leq 1.5$
- $y = 15 | 8.2 \leq x \leq 9$
- $x = 12 | 14 \leq y \leq 15$
- $x = 11.2 | 14 \leq y \leq 15$
- $x = 10.5 | 14 \leq y \leq 15$
- $x = 9.7 | 14 \leq y \leq 15$
- $x = 9 | 14 \leq y \leq 15$
- $y = 14 | 11.7 \leq x \leq 12$
- $y = 14.7 + \sqrt{(0.1 - (x-6)^2)}$
- $y = 14.7 - \sqrt{(0.1 - (x-6)^2)}$
- $y = 14 + \sqrt{(0.1 - (x-6)^2)}$
- $y = 14 - \sqrt{(0.1 - (x-6)^2)}$
- $y = 14.7 + \sqrt{(0.1 - (x-4.7)^2)}$
- $y = 14.7 - \sqrt{(0.1 - (x-4.7)^2)}$
- $x = 5 | 14.7 \leq y \leq 13.8$

- $x=10|0.6 \leq y \leq 5$
- $x=11.5|0.6 \leq y \leq 5$
- - - - $x=13|0.6 \leq y \leq 5$
- _____ $y=5|7 \leq x \leq 13$
- $y=-1.333x+20.3333|0.75 \leq x \leq 11.5$
- $y=-1.333x-10.3333|11.5 \leq x \leq 12.25$
- - - - $y=-1.2x+20.7|12.25 \leq x \leq 13.5$
- _____ $y=1.333x+8.3333|10 \leq x \leq 10.75$
- $y=-1.333x+18.3333|9.25 \leq x \leq 10$
- $y=1.333x-6.3333|8.5 \leq x \leq 9.25$
- _____ $y=-1.333x+16.3333|7.75 \leq x \leq 8.5$
- $y=1.2x-3.3|6.5 \leq x \leq 7.75$
- $-(x-10)^2+15|7.5 \leq x \leq 12.5$
- - - - $x=[\text{פונקציה נסתרת}]$
- $y=16.5+\sqrt{(0.6^2-(x-10)^2)}|x \leq 10$
- _____ $y=16.5-\sqrt{(0.6^2-(x-10)^2)}|x \leq 10$



3. מסגרי

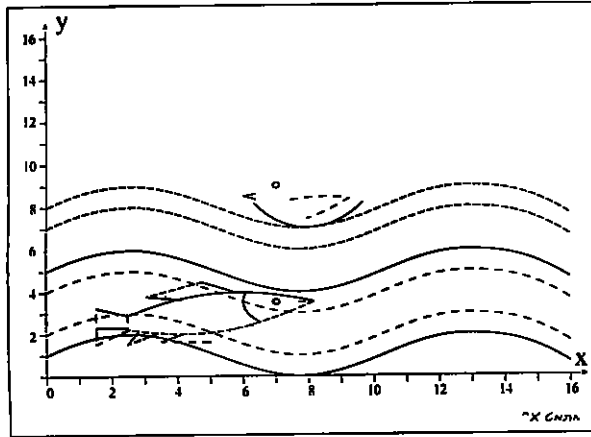


4. אוהל

- _____ $y=11+0.023250(x-10)^2|6 \leq x \leq 14$
- _____ $y=-0.5393x+2.1393|10 \leq x \leq 17$
- $y=-1.15x+2.75|10 \leq x \leq 14$
- $y=1.15x+4.5|6 \leq x \leq 1$
- - - - $x=16|1.5 \leq y \leq 12.425$
- $x=4|1.5 \leq y \leq 12.225$
- $y=1-0.029(x-10)^2|6 \leq x \leq 14$
- - - - $x=14|0.036 \leq y \leq 11.4$
- _____ $y=0.8213x-10.9627|14 \leq x \leq 17$
- $y=[\text{פונקציה נסתרת}]$
- $x=6|0.036 \leq y \leq 11.4$
- - - - $y=9-3.5(x-10)^2|8.5 \leq x \leq 11.5$
- _____ $y=0.6292x+9.7083|4 \leq x \leq 1$
- $y=-0.2705x+13.3068|4 \leq x \leq 6.2$
- $y=0.485x+4.84|14 \leq x \leq 16$

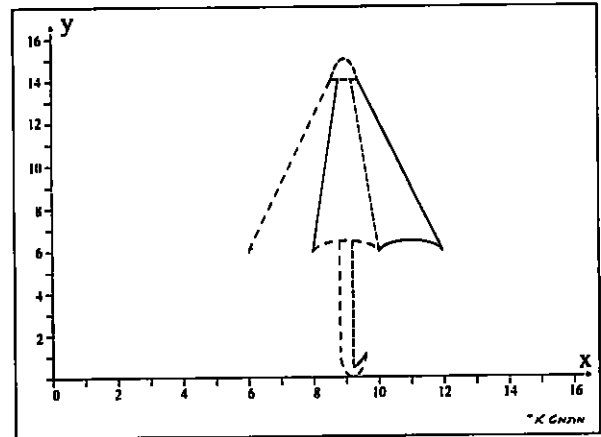
- _____ $y=0.6$
- $x=1|0.6 \leq y \leq 9$
- $x=16|0.6 \leq y \leq 9$
- - - - $x=2|0.6 \leq y \leq 6$
- _____ $y=2x+2|2 \leq x \leq 2.5$
- $x=5|0.6 \leq y \leq 6$
- $y=-2x+16|4.5 \leq x \leq 5$
- - - - $x=4.5|7 \leq y \leq 23$
- _____ $x=2.5|7 \leq y \leq 23$
- $y=9|1 \leq x \leq 2.5$
- $y=9|4.5 \leq x \leq 16$
- - - - $y=23|2 \leq x \leq 5$
- _____ $x=5|23 \leq y \leq 24$
- $x=2|23 \leq y \leq 24$
- $y=23|2 \leq x \leq 5$
- - - - $y=23|2 \leq x \leq 5$
- _____ $y=23|2 \leq x \leq 5$
- $y=23|2 \leq x \leq 5$
- $y=23|2 \leq x \leq 5$
- - - - $y=23|2 \leq x \leq 5$
- _____ $y=23|2 \leq x \leq 5$
- $y=24|2 \leq x \leq 5$
- $y=26|2 \leq x \leq 5$
- - - - $x=2.5|24 \leq y \leq 26$
- _____ $x=4.5|24 \leq y \leq 26$
- $y=7|2.5 \leq x \leq 4.5$
- $y=-2x+36|4.52 \leq x \leq 5$
- - - - $y=2x+22|2 \leq x \leq 2.5$
- _____ $y=-3x+40.5|3.5 \leq x \leq 4.5$
- $y=3x+19.5|2.5 \leq x \leq 3.5$
- - - - $x=7|0.6 \leq y \leq 5$
- _____ $x=8.5|0.6 \leq y \leq 5$

חמשת הציורים הנוספים הם



6. ברווז על פני הים - זג בתוך הים

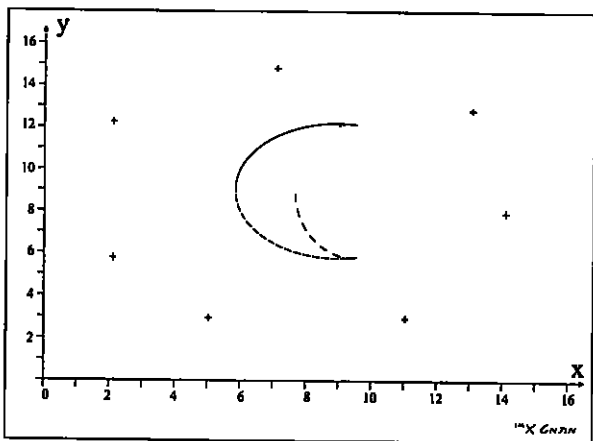
- $\sin 0.6x + 1$
- $\sin 0.6x + 8$
- $\sin 0.6x + 7$
- . - . - $\sin 0.6x + 3$
- $\sin 0.6x + 2$
- $\sin 0.6x + 5$
- $\sin 0.6x + 7$
- . - . - $\sin 0.6x + 6$
- $\sin 0.6x + 4$
- $y = 7 + 0.42(x-8)^2 \mid 6.4 \leq x \leq 9.65$
- $y = 9 - \sqrt{(0.5 - (x-7)^2)} \mid 7.3 \leq x$
- . - . - $y = 9 + \sqrt{(0.5 - (x-7)^2)} \mid 6 \leq x \leq 9$
- $y = 9 - \sqrt{(0.5 - (x-7)^2)} \mid 6.4 \geq x$
- $y = 0.3146x + 6.6125 \mid 6 \leq x \leq 6.4$
- $y = -0.25x + 10 \mid 6 \leq x \leq 6.4$
- . - . - $x = 6.4 \mid 8.1 \leq y \leq 8.62583$
- $y = 7 + 0.13(x-6)^2 \mid 7.9 \leq x \leq 9.2$
- $y = 9 - \sqrt{(0.01 - (x-7)^2)}$
- $y = 9 + \sqrt{(0.01 - (x-7)^2)}$
- . - . - $y = 8 + 0.09(x-8)^2 \mid 8.8 \leq x \leq 9.7$
- $y = 8.5 - 0.19(x-8.5)^2 \mid 7.4 \leq x \leq 9.2$
- $y = 4 - 0.091(x-6)^2 \mid 2.5 \leq x \leq 8.2$
- $y = 2 + 0.091(x-4)^2 \mid 2.5 \leq x \leq 8$
- . - . - $y = 3.5 \mid 7 \leq x \leq 8.1$
- $y = 3.5 + \sqrt{(1 - (x-7)^2)} \mid x \leq 6.2$
- $y = 3.5 - \sqrt{(1 - (x-7)^2)} \mid x \leq 6.5$
- $y = 3.5 - \sqrt{(0.01 - (x-7)^2)}$
- . - . - $y = 3.5 + \sqrt{(0.01 - (x-7)^2)}$
- $y = 0.7048x + 0.4429 \mid 1.5 \leq x \leq 2.5$
- $y = -0.3147x + 3.6721 \mid 1.5 \leq x \leq 2.5$
- $x = 1.5 \mid 1.5 \leq y \leq 3$



5. מטרייה

- $y = 6.5 - 0.5(x-7)^2 \mid 6 \leq x \leq 8$
- . - . - $y = 6.5 - 0.5(x-9)^2 \mid 8 \leq x \leq 10$
- $y = 6.5 - 0.5(x-11)^2 \mid 10 \leq x \leq 12$
- $y = 15 - 5(x-9)^2 \mid 8.6 \leq x \leq 9.4$
- $y = 14 \mid 8.6 \leq x \leq 9.4$
- . - . - $y = 3.0769x - 12.4615 \mid 6 \leq x \leq 8.6$
- $y = 10x - 74 \mid 8 \leq x \leq 8.8$
- $y = -10x + 106 \mid 9.2 \leq x \leq 10$
- $y = -3.0769x + 42.9231 \mid 9.4 \leq x \leq 12$
- $y = 8.8 \mid 1 \leq y \leq 6.48$
- $y = 9.2 \mid 0.5 \leq y \leq 6.48$
- . - . - $y = 0.1 + 5(x-9.2)^2 \mid 8.8 \leq x \leq 9.6$
- $y = 0.5 + 4(x-9.2)^2 \mid 9.2 \leq x \leq 9.6$

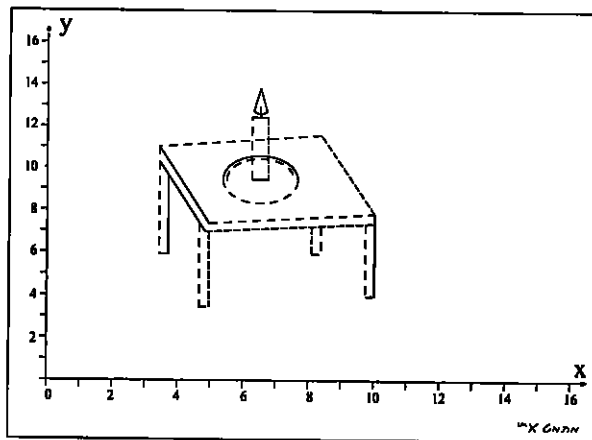
- $y=9.5|6.25 \leq x \leq 6.75$
- - - - - $x=6.25|9.5 \leq y \leq 12.5$
- $x=6.75|9.5 \leq y \leq 12.5$
- - - - - $y=9.5 - \sqrt{(1.3 - (x-6.5)^2)}$
- $y=9.5 + \sqrt{(1.3 - (x-6.5)^2)}$
- - - - - $y=12.5|6.25 \leq x \leq 6.75$
- $x=6.5|12.5 \leq y \leq 13$
- - - - - $y=13.9 - \sqrt{(30(x-6.5)^2)}|6.3 \leq x \leq 6.7$
- $y=0.5228x + 9.302|6.5 \leq x \leq 6.7$
- - - - - $y=-0.5228x + 16.098|6.3 \leq x \leq 6.5$



8. ירח עם כוכבים

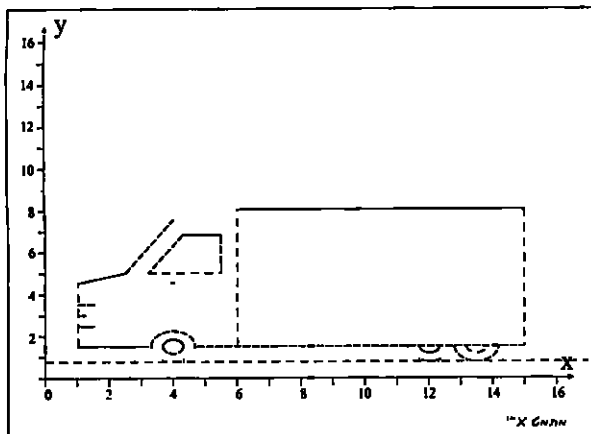
- $y=9 + \sqrt{10 - (x-9)^2}|x \leq 9$
- - - - - $y=9 - \sqrt{(10 - (x-9)^2)}|x \leq 9$
- $y=9 + \sqrt{(19 - (x-12)^2)}|x \leq 9$
- - - - - $y=9 - \sqrt{(19 - (x-12)^2)}|x \leq 9$
- $y=8|13.9 \leq x \leq 14.1$
- - - - - $x=14|7.9 \leq y \leq 8.1$
- $y=15|6.9 \leq x \leq 7.1$
- - - - - $x=7|14.9 \leq y \leq 15.1$
- $y=3|4.9 \leq x \leq 5.1$
- - - - - $x=5|2.9 \leq y \leq 3.1$
- $y=3|10.9 \leq x \leq 11.1$
- - - - - $x=11|2.9 \leq y \leq 3.1$
- $y=13|12.9 \leq x \leq 13.1$
- - - - - $x=13|12.9 \leq y \leq 13.1$
- $x=2|5.9 \leq y \leq 6.1$
- - - - - $y=6|1.9 \leq x \leq 2.1$
- $x=2|12.9 \leq y \leq 13.1$
- - - - - $y=13|1.9 \leq x \leq 2.1$

- $x=2.5|2.2048 \leq y \leq 2.8853$
- - - - - $y=0.0048x + 2.2928|1.5 \leq x \leq 2.5$
- $y=-0.1148x + 3.0721|1.5 \leq x \leq 2.5$
- - - - - $y=0.5102x - 0.1858|3.5 \leq x \leq 4.3$
- $y=0.8685x - 2.7427|5 \leq x \leq 5.8$
- - - - - $y=1.6|3.5 \leq x \leq 5$
- $y=-0.164x + 4.2923|3 \leq x \leq 4$
- - - - - $y=-0.4535x + 6.5771|4.8 \leq x \leq 5.7$
- $y=0.3889x + 2.6333|3 \leq x \leq 4.8$
- - - - - $y=0.6807x - 0.2018|2.5 \leq x \leq 3.3$
- $y=[\text{פונקציה נסתרת}]$

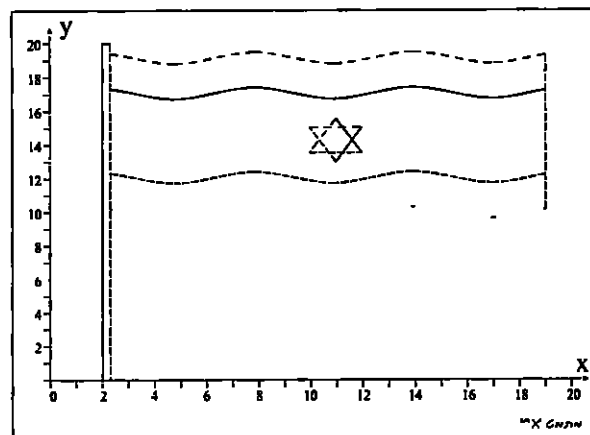


7. צלחת עם נר על השולחן

- $x=10|4 \leq y \leq 7.8$
- - - - - $x=9.7|4 \leq y \leq 7.3$
- $y=0.08x + 6.6|4.9 \leq x \leq 1$
- - - - - $y=0.08x + 7|5 \leq x \leq 1$
- $y=-2.3x + 18.9|3.4 \leq x \leq 5$
- - - - - $y=0.1091x + 10.7091|3.4 \leq x \leq 8.4$
- $y=-2.3909x + 31.7091|8.4 \leq x \leq 1$
- - - - - $y=[\text{פונקציה נסתרת}]$
- $y=-2.4667x + 18.84|3.4 \leq x \leq 4.8$
- - - - - $x=4.65|3.5 \leq y \leq 7.3$
- $x=4.95|3.5 \leq y \leq 7$
- - - - - $x=3.4|6 \leq y \leq 11$
- $x=3.7|6 \leq y \leq 9.8$
- - - - - $x=8.4|6 \leq y \leq 7.2$
- $x=8.1|6 \leq y \leq 7.2$
- - - - - $y=3.5|4.7 \leq x \leq 5$
- $y=6|3.5 \leq x \leq 3.7$
- - - - - $y=6|8.1 \leq x \leq 8.4$
- $y=9.5 - \sqrt{(1 - (x-6.5)^2)}$
- - - - - $y=9.5 + \sqrt{(1 - (x-6.5)^2)}$



10. משאית



9. דגל המדינה

- $y = 1.5 | 1 \leq x \leq 3.3$
- $y = 1.5 + \sqrt{(0.5 - (x-4))^2}$
- $y = 1.5 - \sqrt{(0.5 - (x-4))^2}$
- - - - $\lambda = 1 | 1.5 \leq y \leq 4.5$
- $y = (1/3)x + 4.1667 | 1 \leq x \leq 2.5$
- $y = 1.6667x + 0.8333 | 2.5 \leq x \leq 4$
- $y = 7.5 | 4 \leq x \leq 6$
- - - - $x = 6 | 1.5 \leq y \leq 8$
- $y = 1.5 + \sqrt{(0.1 - (x-4))^2}$
- $y = 1.5 - \sqrt{(0.1 - (x-4))^2}$
- $y = 1.5 | 4.7 \leq x \leq 15$
- - - - $\lambda = 15 | 1.5 \leq y \leq 8$
- $y = 8 | 6 \leq x \leq 15$
- $y = 1.5 - \sqrt{(0.5 - (x-13.5))^2}$
- $y = 1.5 - \sqrt{(0.5 - (x-12))^2}$
- - - - $y = 1.5 - \sqrt{(0.1 - (x-13.5))^2}$
- $y = 1.5 - \sqrt{(0.1 - (x-12))^2}$
- $y = 1.6667x - 3.5 | 3.2 \leq x \leq 4.3$
- $y = 15x - 76.0001 | 5.4 \leq x \leq 5.52$
- - - - $y = 0.0075x + 4.9594 | 3.2 \leq x \leq 5.4$
- $y = -0.0139x + 6.8764 | 4.3 \leq x \leq 5.52$
- $x = 5.5 | 5 \leq y \leq 6.7999$
- $y = 3.5 | 1 \leq x \leq 1.5$
- - - - $y = 3 | 1 \leq x \leq 1.5$
- $y = 2.5 | 1 \leq x \leq 1.5$
- $y = 4.5 - 5(x-4)^2 | 3.8 \leq x \leq 4.2$
- $y = 4.2 + 5(x-4)^2 | 3.8 \leq x \leq 4.2$
- - - - $y = [\text{פונקציה נסתרת}]$

- $x = 2$
- $x = 2.3$
- $y = 20 | 2 \leq x \leq 2.3$
- - - - $y = 19 + 0.3 \sin x | 2.3 \leq x \leq 19$
- $17 + 0.3 \sin x | 2.3 \leq x \leq 19$
- $12 + 0.3 \sin x | 2.3 \leq x \leq 19$
- $10 + 0.3 \sin x | 2.3 \leq x \leq 19$
- - - - $y = 15 | 10 \leq x \leq 12$
- $y = 2x - 9 | 11 \leq x \leq 12$
- $y = -2x + 35 | 10 \leq x \leq 11$
- $y = 13.5 | 10 \leq x \leq 12$
- - - - $y = 2x - 6.5 | 10 \leq x \leq 11$
- $y = -2x + 3.75 | 11 \leq x \leq 12$
- $x = 19 | 10.2 \leq y \leq 19$

הקורא מתבקש לנתח בעצמו את הרכב הציורים 10-6 לפי המקרא מתחת לכל ציור

מסקנותיי מהעבודה

תהליך ביצוע הפרוייקט האישי שלי מביא אותי למסקנה שציור בעזרת פונקציות מהווה פעילות בעלת ערך גדול בלימוד פונקציות דהיינו, בעזרת פעילות זאת אפשר להעמיק הבנה ולהרחיב ידע לגבי מושגים ואפיונים בסיסיים הקשורים לפונקציות, כמו

- המושג 'פונקציה'
- תחום וטווח של פונקציה
- הפרמטרים בתבנית של פונקציה והשפעתם על הגרף שלה
- נקודות מינימום ומקסימום של פונקציה
- צורת הפרבולה
- הזות גרפים
- סימטריית גרפים

כמו כן ציור בעזרת פונקציות על צג המחשב מביא לתלמידים להיכרות ראשונה מקדימה עם מגוון פונקציות נוספות אשר אינן נכנסות לתכנית לימודי המתמטיקה בחטיבת הביניים

הציורים של תלמידיי

בשנת הלימודים תשנ"ז, לאחר שסיימתי את הפרוייקט שלי, העברתי את הרעיון של ציור על צג המחשב לתלמידי בכיתה ט והצעתי להם לבצע פרויקט דומה הם קיבלו את הרעיון בעניין, התחילו לתכנן ציורים שונים ולשאל שאלות בחיפושיהם התחילו להשתמש בפונקציות שלא למדו קודם, כמו פונקציות טריגונומטריות, להסיק מסקנות כלפי תכונותיהן ולהעביר אותן אליי הם גמרו את הפרוייקט ועשו אף יותר ממה שביקשתי הרגשתי שהם עברו את החוויה שאני חוויתי, וכי נושא עבודתם חשוב ומעניין אותם

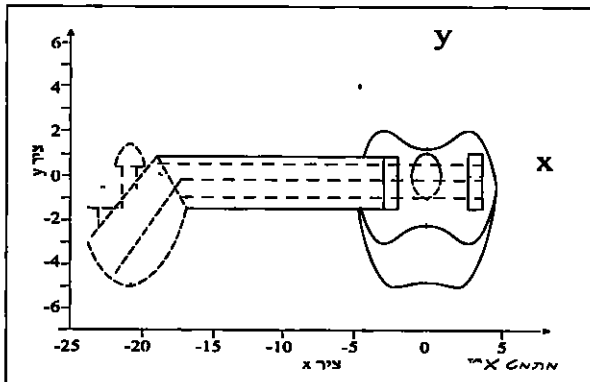
הציורים שהם יצרו הוצגו באחד מימי עיון בפרוייקט ימחר 98 בתל-חי

בשנה תשנ"ח תלמידים אלה לומדים בכיתה י, ולהפתעתי חלק מהם עדיין מצייר. הם הביאו לי את הציורים שעשו בזמנם הפנוי ואמרו שהם חוקרים פונקציות ויכולים לצייר ציורים רבים, וכי זה גורם להם עונג

בשנה זו הצעתי לתלמידים בכיתה ט נושאי פרויקטים שונים, וביניהם 'ציור בעזרת פונקציות' רוב התלמידים רצו לעשות פרויקט בנושא זה לא הסכמתי כי רציתי שיעשו פרויקטים שונים וחילקתי כיתה לחמש קבוצות העוסקות בפרוייקטים שונים. 'ציור בעזרת פונקציות' היה אחד מהם

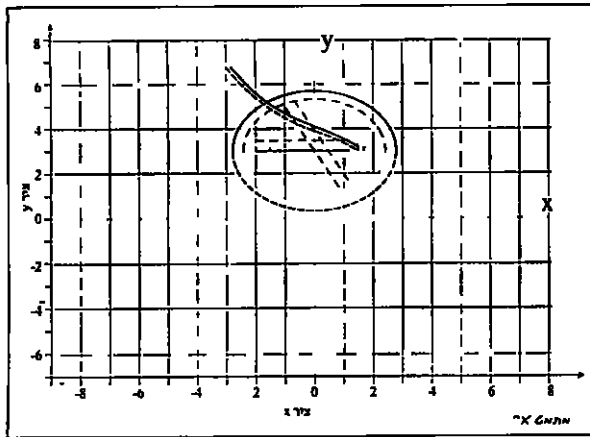
אחד התלמידים המתקשים בלימודי המתמטיקה ביקש אותי להרשות לו לעשות פרויקט זה לבד לבקשה זו עניתי בחיוב, והתלמיד הפתיע אותי בהתעניינות בעבודה, ברצון לקבל הנחיה ממני ומחבריו ולשאל שאלות הוא הביא לי ציור אחד ואם כי לא היה עצמאי במידה מלאה בביצועו, היה יכול להסביר איך נוצר הציור ואילו תבניות של פונקציות יש לכתוב כדי להגיע לחלק מסוים של הציור הוא עבד בחתלהבות והביע רצון להמשיך בנושא ולהשתתף בעבודת הקבוצה שעשתה את פרויקט הציורים

להלן הציורים 11-22 שיצרו התלמידים



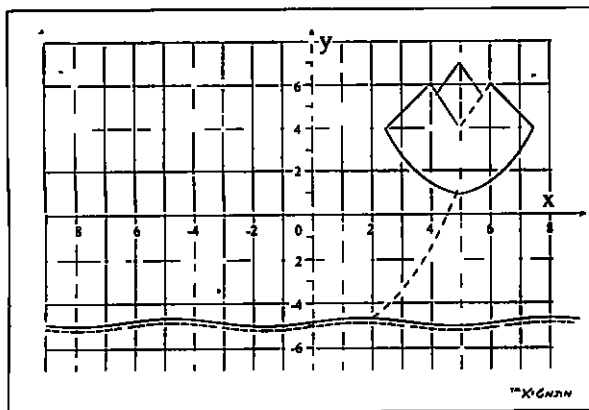
11. גיטרה

- $y = 2 - 0.01(x^2 - 9)^2 | -4.5 \leq x \leq 5$
- $y = -3 + 0.01(x^2 - 9)^2 | -4.7 \leq x \leq 5$
- $y = -5 + 0.01(x^2 - 4)^2 | -4.8 \leq x \leq 5$
- - - - $x = 4 | -1.5 \leq y \leq 1$
- $y = 1 | 3 \leq x \leq 4$
- $y = -1.5 | 3 \leq x \leq 4$
- $x = 3 | -1.5 \leq y \leq 1$
- - - - $x = -3 | -1.6 \leq y \leq 8$
- $x = -2 | -1.6 \leq y \leq 8$
- $y = 0.8 | -19 \leq x \leq -2$
- $y = -1.5 | -17 \leq x \leq -2$
- - - - $y = 0 + \sqrt{1 - (x + 0)^2}$



13. הסמל 'אסור לעשן'

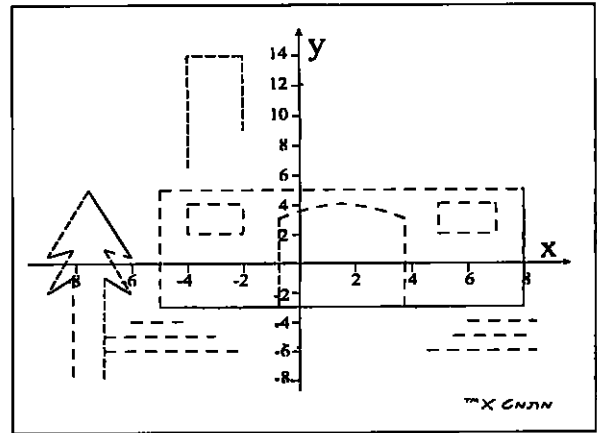
- _____ $y = 3 + \sqrt{(8-(x-0))^2}$
- $y = 3 - \sqrt{(8-(x-0))^2}$
- $y = 3 - \sqrt{(6-(x-0))^2}$
- - - - $y = 3 + \sqrt{(6-(x-0))^2}$
- _____ $y = 3 | -2 \leq x \leq 1$
- $y = 3.5 | -2 \leq x \leq 1$
- $x = 2 | 3 \leq y \leq 5$
- _____ $x = 1.2 | 3 \leq y \leq 3.5$
- $x = 1.7 | 3 \leq y \leq 3.5$
- $x = 1.5 | 3 \leq y \leq 3.5$
- - - - $y = -2x + 3 | -1 \leq x \leq 1$
- - - - $y = -2x + 4 | -0.7 \leq x \leq 1.45$
- _____ $-x + 0.5 \sin x + 4.2 | -3.5 \leq x \leq 1.5$
- $-x + 0.5 \sin x + 4 | -3.5 \leq x \leq 1.5$
- $x = -1.5 | 3 \leq y \leq 3.5$



14. פרח

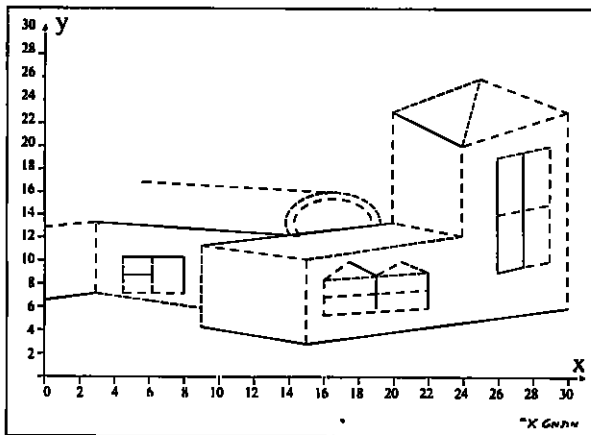
- _____ $y = 1 + 0.5(x-5)^2 | 2.5 \leq x \leq 7.5$
- $y = -2x + 14 | 4 \leq x \leq 5$

- _____ $y = 0 - \sqrt{(1-(x+0))^2}$
- $y = -5 + 0.2(x-21)^2 | -24 \leq x \leq -17$
- $y = 0.76x + 15.24 | -24 \leq x \leq -19$
- - - - $y = -1.15x - 21.05 | -19 \leq x \leq -17$
- _____ $y = 0.5 | -18.9 \leq x \leq 4$
- $-0.2 | -18 \leq x \leq 4$
- $-1 | -17.5 \leq x \leq 4$



12. בית עם גג רעפים

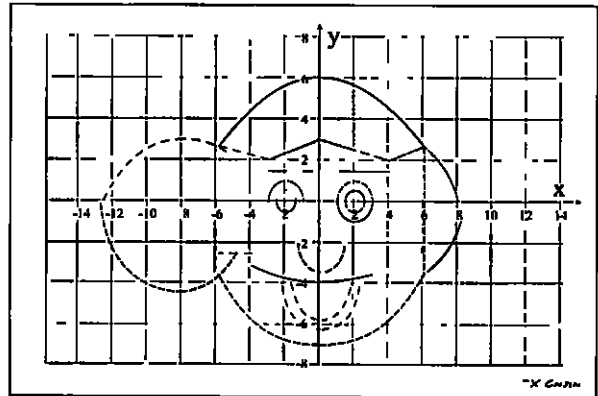
- _____ $x = -8 | -8 \leq y \leq -1$
- $x = -7 | -8 \leq y \leq -1$
- $y = x + 7 | -9 \leq x \leq -8$
- - - - $y = -x - 8 | -7 \leq x \leq -6$
- _____ $y = -3x - 20 | -7 \leq x \leq -6$
- $y = 3x + 25 | -9 \leq x \leq -8$
- $y = -0.5x - 2.5 | -7 \leq x \leq -6$
- - - - $y = 0.5x + 5 | -9 \leq x \leq -8$
- _____ $y = -3x - 17.5 | -7.5 \leq x \leq -6$
- $y = 3x + 27.5 | -9 \leq x \leq -7.5$
- $y = -3 | -5 \leq x \leq 8$
- - - - $x = 8 | -3 \leq y \leq 5$
- _____ $y = 5 | -5 \leq x \leq 8$
- $x = -5 | -3 \leq y \leq 5$
- $y = 2 | -4 \leq x \leq -2$
- - - - $y = 4 | -4 \leq x \leq -2$
- _____ $x = -2 | 2 \leq y \leq 4$
- $x = -4 | 2 \leq y \leq 4$
- $y = 2 | 5 \leq x \leq 7$



16. בניין

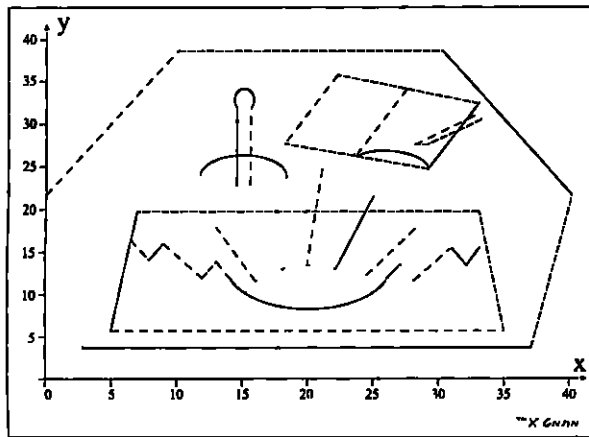
- $y = -0.75x + 38 | 20 \leq x \leq 24$
- $y = 0.5x + 8 | 24 \leq x \leq 3$
- $y = 6x - 124 | 24 \leq x \leq 25$
- $x = 3 | 0 \leq y \leq 23$
- $y = 0.2x | 15 \leq x \leq 3$
- $x = 2.4 | 12 \leq y \leq 2$
- $y = (2/9)x + 6.667 | 15 \leq x \leq 24$
- $x = 15 | 3 \leq y \leq 1$
- $y = -0.25x + 6.75 | 9 \leq x \leq 15$
- $y = -0.25x + 13.75 | 9 \leq x \leq 15$
- $x = 9 | 4.5 \leq y \leq 11.5$
- $x = 2 | 13.5 \leq y \leq 23$
- $y = 0.182x + 9.864 | 9 \leq x \leq 2$
- $y = -0.375x + 21 | 20 \leq x \leq 24$
- $y = -0.25x + 8.25 | 3 \leq x \leq 9$
- $x = 3 | 7.5 \leq y \leq 13.5$
- $y = -0.087x + 13.761 | 3 \leq x \leq 14.485$
- $y = 13.5 + \sqrt{7 - (x - 16.5)^2}$
- $y = 13.5 - \sqrt{7 - (x - 16.5)^2} | 13.855 \leq x \leq 14.51$
- $y = 13.5 + \sqrt{4 - (x - 16.5)^2}$
- $y = 13.5 - \sqrt{4 - (x - 16.5)^2} | 14.5 \leq x \leq 14.685$
- $y = -0.075x + 17.376 | 5 \leq x \leq 17$
- $y = 13.5 + \sqrt{13 - (x - 6.5)^2} | 2.9 \leq x \leq 5$
- $y = (1/3)x + 0.333 | 26 \leq x \leq 29$

- $y = 1.333x + 0.667 | 2.5 \leq x \leq 4$
- $y = 2x - 6 | 5 \leq x \leq 6$
- $y = -1.333x + 14 | 6 \leq x \leq 7.5$
- $y = -1.75x - 1.75 | 4.2 \leq x \leq 5$
- $y = -2x + 17 | 5 \leq x \leq 5.7$
- $y = -5 + 0.4(-1)^2 | 2 \leq x \leq 5$
- $y = 0 | \sin x + -4.7$
- $y = 0 | \sin x + -4.87$



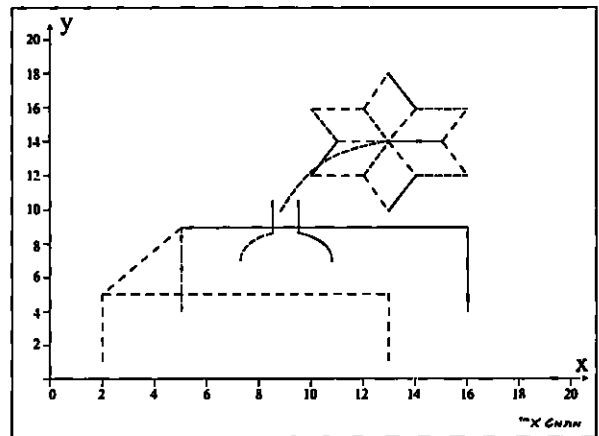
15. פני ליצן

- $6 - 0.09(x-0)^2 | -6 \leq x \leq 6$
- $0 - \sqrt{49 - (x-0)^2} | -6 \leq x \leq 6$
- $x = 6 | -3.7 \leq y \leq 2.7$
- $0.51 - \sqrt{20 - (x-4)^2} | 6 \leq x \leq 8.3$
- $-1 + \sqrt{17 - (x-4)^2} | 6 \leq x \leq 8.1$
- $0 - \sqrt{19 - (x+8.5)^2} | -13.5 \leq x \leq -5$
- $y = -2.5 | -6 \leq x \leq -4$
- $-2 + \sqrt{25.5 - (x+8)^2} | -12.7 \leq x \leq -5.5$
- $0 - \sqrt{1 - (x-2)^2}$
- $0 + \sqrt{1 - (x-2)^2}$
- $0 - \sqrt{1 - (x+2)^2}$
- $0 + \sqrt{1 - (x+2)^2}$
- $1.5 | 1 \leq x \leq 4$
- $1.5 | -3 \leq x \leq 0$
- $0 + \sqrt{0.3 - (x+2)^2}$
- $0 - \sqrt{0.3 - (x+2)^2}$
- $0 + \sqrt{0.3 - (x-2)^2}$
- $0 - \sqrt{0.3 - (x-2)^2}$
- $-4 - \sqrt{5 - (x-0)^2}$
- $-4 - \sqrt{3 - (x-0)^2}$
- $7 - \sqrt{119 - (x-0)^2} | -4 \leq x \leq 3$
- $-2 - \sqrt{2 - (x-0)^2}$
- $-2 + \sqrt{2 - (x-0)^2}$
- $y = -0.2333x + 1.3 | -6 \leq x \leq -3$



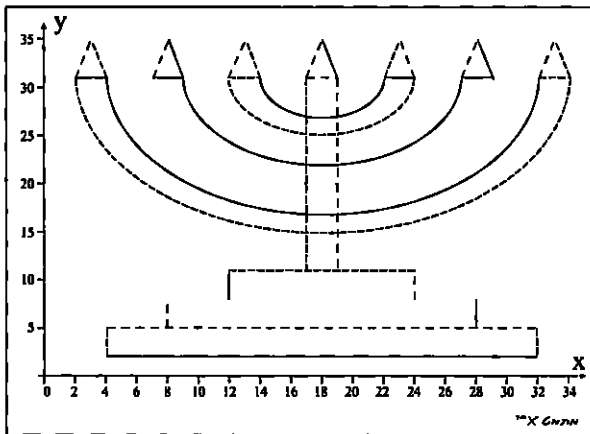
18. סמל ביה"ס כפר עג'ר

- $y = 4 \mid 3 \leq x \leq 37$
- - - - - $y = 6x - 218 \mid 37 \leq x \leq 4$
- $y = -6x + 22 \mid 0 \leq x \leq 3$
- - - - - $y = 1 \mid 7x + 22 \mid 0 \leq x \leq 1$
- $y = -1 \mid 7x + 90 \mid 30 \leq x \leq 4$
- - - - - $y = 3 \mid 9 \mid 10 \leq x \leq 3$
- $y = 6 \mid 5 \leq x \leq 35$
- - - - - $y = 6 \mid 5 \leq x \leq 35$
- $y = 7x - 29 \mid 5 \leq x \leq 7$
- - - - - $y = -7x + 251 \mid 33 \leq x \leq 35$
- $y = 2 \mid 0 \mid 7 \leq x \leq 33$
- - - - - $y = 2 \mid 097x - 53 \mid 112 \mid 32 \leq x \leq 33 \mid 429$
- $y = -2x + 78 \mid 31 \leq x \leq 32$
- - - - - $y = 1 \mid 333x - 25 \mid 333 \mid 28 \leq x \leq 31$
- $y = -2x + 68 \mid 27 \leq x \leq 28$
- - - - - $y = 2x - 40 \mid 26 \leq x \leq 27$
- $y = 15 - \sqrt{(44 - (x - 20)^2)} \mid 14 \leq x \leq 26$
- - - - - $y = -1 \mid 828x + 37 \mid 77 \mid 13 \leq x \leq 14$
- $y = 2x - 12 \mid 12 \leq x \leq 13$
- - - - - $y = -1 \mid 333x + 28 \mid 9 \leq x \leq 12$
- $y = 2x - 2 \mid 8 \leq x \leq 9$
- - - - - $y = -2 \mid 091x + 30 \mid 727 \mid 6 \mid 57 \leq x \leq 8$
- $y = 8 + \sqrt{(30 - (x - 20)^2)} \mid 15 \mid 2 \leq x \leq 25$
- - - - - $y = 1 \mid 565x - 25 \mid 808 \mid 24 \leq x \leq 28$



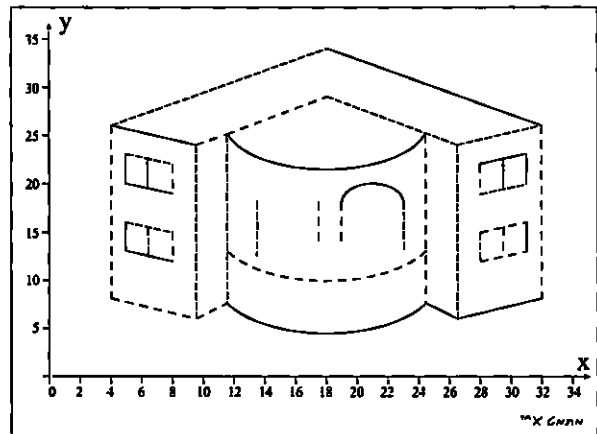
17. צנצנת פרחים על שולחן

- $y = 9 \mid 5 \leq x \leq 16$
- - - - - $y = 1 \mid 333x + 2 \mid 333 \mid 2 \leq x \leq 5$
- $y = 1 \mid 333x - 12 \mid 333 \mid 13 \leq x \leq 16$
- - - - - $y = 5 \mid 2 \leq x \leq 13$
- $x = 16 \mid 5 \leq y \leq 9$
- - - - - $x = 13 \mid 1 \leq y \leq 5$
- $x = 5 \mid 4 \leq y \leq 9$
- - - - - $x = 2 \mid 1 \leq y \leq 5$
- $y = 7 + \sqrt{(3 - (x - 9)^2)} \mid 9 \mid 5 \leq x \leq 1 \mid 8$
- - - - - $y = 7 + \sqrt{(3 - (x - 9)^2)} \mid 7 \mid 2 \leq x \leq 8 \mid 5$
- $y = 7 - \sqrt{(3 - (x - 9)^2)}$
- - - - - $x = 9 \mid 5 \mid 8 \mid 6583 \leq y \leq 1 \mid 5$
- $x = 8 \mid 5 \mid 8 \mid 6583 \leq y \leq 1 \mid 5$
- - - - - $y = 9 + \sqrt{(27 - (x - 14)^2)} \mid 8 \mid 9 \leq x \leq 13$
- $y = -1 \mid 901x + 38 \mid 812 \mid 12 \leq x \leq 13$
- - - - - $y = 2x - 8 \mid 12 \leq x \leq 13$
- $y = -2x + 44 \mid 13 \leq x \leq 14$
- - - - - $y = 1 \mid 901x - 10 \mid 614 \mid 13 \leq x \leq 14$
- $y = 16 \mid 14 \leq x \leq 16$
- - - - - $y = 2x - 16 \mid 15 \leq x \leq 16$
- $y = -0 \mid 05x + 14 \mid 743 \mid 13 \leq x \leq 15$
- - - - - $y = -2x + 44 \mid 15 \leq x \leq 16$
- $y = 12 \mid 14 \leq x \leq 16$
- - - - - $y = -2 \mid 099x + 41 \mid 386 \mid 13 \leq x \leq 14$



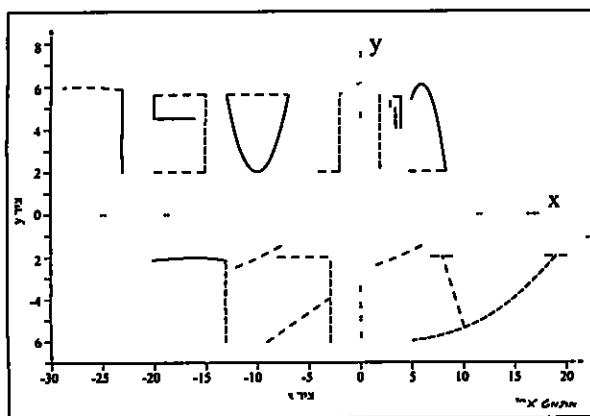
20. סמל המדינה

- _____ $y = 2|4 \leq x \leq 32$
- $x = 4|2 \leq y \leq 5$
- $x = 32|2 \leq y \leq 5$
- — — $y = 5|4 \leq x \leq 32$
- _____ $x = 2 \ 8|5 \leq y \leq 8$
- $x = 8|5 \leq y \leq 8$
- $y = 8|8 \leq x \leq 28$
- — — $x = 2 \ 4|8 \leq y \leq 11$
- _____ $x = 12|8 \leq y \leq 11$
- $y = 11|12 \leq x \leq 24$
- $x = 17|11 \leq y \leq 31$
- — — $x = 19|11 \leq y \leq 31$
- _____ $y = 31 - \sqrt{(17 - (x - 18))^2}$
- $y = 31 - \sqrt{(35 - (x - 18))^2}$
- $y = 31 - \sqrt{(81 - (x - 18))^2}$
- — — $y = 31 - \sqrt{(120 - (x - 18))^2}$
- _____ $y = 31 - \sqrt{(195 - (x - 18))^2}$
- $y = 31 - \sqrt{(255 - (x - 18))^2}$
- $y = 3 \ 1|32 \leq x \leq 34$
- — — $y = 3 \ 1|27 \leq x \leq 29$
- _____ $y = 3 \ 1|22 \leq x \leq 24$
- $y = 3 \ 1|17 \leq x \leq 19$
- $y = 3 \ 1|12 \leq x \leq 14$
- — — $y = 3 \ 1|7 \leq x \leq 9$
- _____ $y = 3 \ 1|2 \leq x \leq 4$



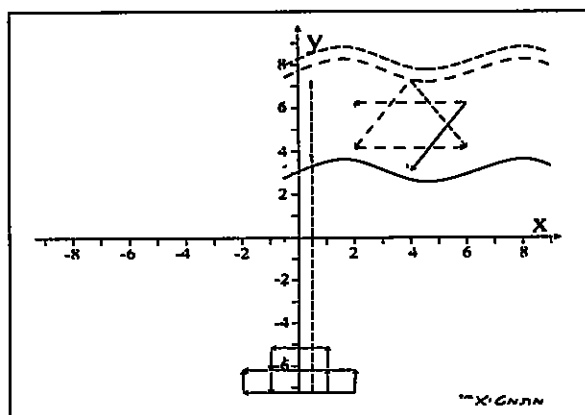
19. חילה

- _____ $y = -0 \ 571x + 44 \ 286|18 \leq x \leq 32$
- $y = 0 \ 364x + 14 \ 364|26 \ 5 \leq x \leq 32$
- $y = -0 \ 588x + 39 \ 588|18 \leq x \leq 26 \ 5$
- — — $x = 32|8 \leq y \leq 26$
- _____ $y = 0 \ 364x - 3 \ 636|26 \ 5 \leq x \leq 32$
- $x = 26 \ 5|6 \leq y \leq 24$
- $y = (4/7)x + 23 \ 714|4 \leq x \leq 18$
- — — $y = 0 \ 588x + 18 \ 412|9 \ 5 \leq x \leq 18$
- _____ $y = -0 \ 364x + 27 \ 455|4 \leq x \leq 9 \ 5$
- $x = 4|8 \leq y \leq 26$
- $x = 9 \ 5|6 \leq y \leq 24$
- — — $y = -0 \ 364x + 9 \ 455|4 \leq x \leq 9 \ 5$
- _____ $y = (1/3)x + 12 \ 667|28 \leq x \leq 31$
- $x = 2 \ 8|19 \leq y \leq 22$
- $y = (1/3)x + 9 \ 667|28 \leq x \leq 31$
- — — $x = 3 \ 1|20 \leq y \leq 23$
- _____ $x = 2 \ 9 \ 5|19 \ 5 \leq y \leq 22 \ 5$
- $y = (1/3)x + 5 \ 667|28 \leq x \leq 31$
- $x = 2 \ 8|12 \leq y \leq 15$
- — — $y = (1/3)x + 2 \ 667|28 \leq x \leq 31$
- _____ $x = 3 \ 1|13 \leq y \leq 16$
- $x = 2 \ 9 \ 5|12 \ 5 \leq y \leq 15 \ 5$
- $y = -0 \ 333x + 24 \ 667|5 \leq x \leq 8$
- — — $x = 5|20 \leq y \leq 23$



22. המשפט: 'בית ספר ע'ג'רי'

- _____ $y = 6 - 0.7(x-6)^2 | 5 \leq x \leq 8.4$
- $y = 2 | 5 \leq x \leq 9$
- $y = 5 | 3 \leq x \leq 3.5$
- - - - $y = 5.5 | 3 \leq x \leq 4$
- _____ $x = 3.5 | 4 \leq y \leq 5$
- $x = 4 | 4 \leq y \leq 5.5$
- $y = 4 | 3.5 \leq x \leq 4$
- - - - $x = 3 | 5 \leq y \leq 5.5$
- _____ $y = 6 - 0.1(x-0)^2 | -2 \leq x \leq 22$
- $x = 2 | 2 \leq y \leq 5.5$
- $x = -2 | 2 \leq y \leq 6$
- - - - $y = 2 | -4 \leq x \leq -2$
- _____ $y = 2 + 0.4(x-10)^2 | -13 \leq x \leq -7$
- $y = 5.6 | -14 \leq x \leq -7$
- $x = -15 | 2 \leq y \leq 5.6$
- - - - $y = 5.6 | -20 \leq x \leq -15$
- _____ $y = 4.5 | -20 \leq x \leq -16$
- $x = -20 | 4.4 \leq y \leq 5.6$
- $y = 2 | -20 \leq x \leq -15$
- - - - $y = 6 - 0.01(x-27)^2 | -29 \leq x \leq -23$
- _____ $x = -23 | 2 \leq y \leq 6$
- $y = -6 + 0.02(x-5)^2 | 5 \leq x \leq 19$
- $y = -1.75x + 12 | 8 \leq x \leq 1$
- - - - $y = -2 | 7 \leq x \leq 9$



21. דגל המדינה

- _____ $\bar{y} = -7 | -1 \leq x \leq 1$
- $\bar{y} = -7 | -1 \leq x \leq 1$
- $\bar{y} = -7 | -2 \leq x \leq 2$
- - - - $\uparrow x = 1 | -7 \leq y \leq -6$
- _____ $\bar{y} = -6 | -1 \leq x \leq 1$
- $\downarrow x = -1 | -7 \leq y \leq -6$
- $\uparrow x = 2 | -7 \leq y \leq -6$
- - - - $\bar{y} = -6 | -2 \leq x \leq 2$
- _____ $\uparrow x = -2 | -7 \leq y \leq -6$
- $\uparrow x = 1 | -6 \leq y \leq -5$
- $\bar{y} = -5 | -1 \leq x \leq 1$
- - - - $\downarrow x = -1 | -6 \leq y \leq -5$
- _____ $\bar{y} = 1.5x + 1 | 2 \leq x \leq 4$
- $\bar{y} = 4 | 2 \leq x \leq 6$
- $\bar{y} = -1.5x + 13 | 4 \leq x \leq 6$
- - - - $\bar{y} = 1.5x - 3 | 4 \leq x \leq 6$
- _____ $\bar{y} = -1.5x + 9 | 2 \leq x \leq 4$
- $\bar{y} = 6 | 2 \leq x \leq 6$
- $\text{acos } x^2 - \text{acos } x^2$
- - - - $x = 0.5 | -7 \leq y \leq 7$
- _____ $x = -0.5 | -7 \leq y \leq 7$
- $y = 0.5 \sin x + 7.5 | -0.5 \leq x \leq 9$
- $y = 0.5 \sin x + 8 | -0.5 \leq x \leq 9$
- - - - $y = 0.5 \sin x + 3.5 | -0.5 \leq x \leq 9$

לסיכום

על סמך הניסיון האישי שלי וניסיון העבודה עם התלמידים בנושא של ציור בעזרת פונקציות, אני חושב כי פעילות זו במסגרת לימודי פונקציות בחטיבת הביניים מועילה ויישומית מאוד. היא מעמיקה את החבנה של מושגי יסוד בנושא של פונקציות ומרחיבה את ידע התלמידים בנושא של תכונות של פונקציות מסוגים שונים ושל משמעות הפרמטרים בתבניותיהן פעילות זו מושכת תלמידים, הם נהנים ממנה וזה מכפיל את התועלת שאפשר להפיק ממנה הפעילות יכולה להתבצע ברמות קושי שונות והשפעתה על התלמידים המתקשים יכולה להיות מפליאה. אני ממליץ למורים למתמטיקה בחטיבת הביניים לאמץ ציור בעזרת פונקציות בתור מרכיב חשוב של לימוד הנושא 'פונקציות' בחטיבת ביניים.