



הנושא: **מתמטיקה וספרות – הילכו השניים יחדיו?**

הוכן ע”י: קלרה זיסקין, אלה שמוקלר, נצה מובשוביץ-הדר.

תקציר: במאמר נפרשת רשת קשרים ענפה בין מתמטיקה לספרות – שני תחומים שמקובל לחשוב עליהם כזרים לחלוטין, ומובאות עצות מעשיות למורה ומשימות לתלמידים המיועדות לשילוב בין ספרות לבין פתרון בעיות מתמטיות.

מילות מפתח: קישוריות, ספרות, שירה מתמטית, דרכי הוראה, היסטוריה של המתמטיקה, בעיית ארכימדס, תרבוץ העיגול.

החומר פורסם במסגרת: עלייה 36, תשס”ו 2006, עמודים 71-82.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 12 עמודים.

מתמטיקה וספרות – הילכו השניים יחדיו?

נצה מובשוביץ-הדר
nitsa@tx.technion.ac.il
הטכניון – מכון טכנולוגי לישראל

אלה שמוקלר
shmukler1@013.net
הטכניון – מכון טכנולוגי לישראל

קלרה זיסקין
claraz@research.haifa.ac.il
היחידה הקדם אקדמית, אוניברסיטת חיפה

הקדמה¹

אימרה רווחת היא כי מכל המדעים מתמטיקה היא המדע המופשט ביותר. האומנם? כן וגם לא.

נכון שחלק ניכר מהשיטות והמשפטים המתמטיים הם מופשטים למדי ועלולים להיראות, לאדם שאינו עוסק במתמטיקה, כלא-טבעיים ודי מנותקים מהמציאות, אך עובדה היא, שדווקא המושגים המתמטיים המופשטים, משרתים במקרים רבים את ההתרחשויות המציאותיות. הדבר נובע מכך שחלק גדול מתופעות הטבע מתרחשות לפי חוקים מתמטיים וניתנות לאפיון על-ידי מבנים מתמטיים – למשל, פיתולי נהרות, מבנים של חלות הדבש, צורתם של העננים בשמיים - וכו'. גם המבנים של יצירות אמנות רבות קשורים לעיתים לחוקיות מתמטית.

במאמר זה נתמקד בקשרים בין מתמטיקה לבין ספרות. ממבט ראשון תמוה מאד לחשוב שיש בכלל קשר כלשהו בין השניים. אבל במחשבה שנייה אפשר לראות שמשורר וגם סופר, כמו מתמטיקאי ומורה, עוסקים בבחירת מילה, משפט או פסוק ככלי לביטוי מדויק של רעיונותיהם. השפה המתמטית מאופיינת בתמציתיות, דיוק וקיצור; אין בה 'מלים נרדפות', שכן לכל 'מילה' בשפה המתמטית יש משמעות אחת ויחידה; אך יחד עם זאת היא עשירה והרמונית, אם כי את העושר הזה לא קל לראות.

המאמר נכתב לציבור המורים למתמטיקה מתוך אמונה שקוראיו ירצו לחשוף את תלמידיהם אל הקשר בין ספרות לבין מתמטיקה ברוח הדברים המופיעים בהמשך. חשיפה כזו יכולה לתרום, תוך כדי הוראה שיטתית רבת-פנים של המקצוע, לכך שתלמידים יכירו פן נוסף מהנה ומניע של התרבות המתמטית. שהרי, אחד התפקידים של המורה הוא לחפש דרכים כדי להפוך את השיעור למהנה יותר. שילוב אימרות

ספרותיות, מטאפורות, שירה ועוד במהלך ההוראה עשויים לגרום, לא רק לשיפור הידע המתמטי, אלא גם להרחבת אופקים ולטיפוח ההשכלה הכללית של התלמידים.

שילוב בין מתמטיקה לספרות – סקר היסטורי קצר

השילוב בין מתמטיקה לספרות הוא מסורת רבת שנים. דוגמה מוקדמת לכך היא בעיית ארכימדס על הַעֲדָר של אל השמש, הידועה גם בשם 'בעיית הַבָּקָר' ("Problema Bovinum"), אשר הוצגה במאה השלישית לפני הספירה. הגרסה הראשונית של בעיה זו הופיעה כבר ביצירה הספרותית 'אודיסאה' של הומרוס במאה השמינית לפני הספירה. ארכימדס (287-212 לפנה"ס) הציג את הבעיה במכתבו לארטוסטנס בצורת פואמה (בת 44 שורות [1], [2]). בעיית ארכימדס על הַעֲדָר של אל השמש התפרסמה לראשונה בשנת 1773 על-ידי גוטהולד אפרים לסינג (Gotthold Ephraim Lessing) מחזאי וחוגג דעות גרמני דגול בן תקופת ההשכלה. ניסוח מוכלל של הבעיה הוא:

*אֵלֶּה הַשְּׂמֵשׁ הַיָּהּ 986 הֵּן הַבָּקָר 101 הַיָּמִים
וְהַיָּמִים שְׁנֵים עָשָׂר הַיָּמִים. חֹמֵרִים וְאֶקְוִיִּים.
מִיֵּן מֵשֶׁפֶר הַבָּרְמִיִּים 986. אֵלֶּה יֵשׁ יִחְסִים
קְבִילִים יִזְוִים בֵּין מֵשֶׁפֶרִי הַבָּרְמִיִּים מֵבֵל
986*

המדען והמשורר הפרסי עומר אל-כאיים (1131-1048) היה אחד מאנשי הרוח המוסלמים הבולטים ביותר בתקופתו. כתביו המתמטיים תרמו להעשרת תורת המספרים, האלגברה והגיאומטריה ואף ניבאו גילוי של הגיאומטריה האנליטית. 'המרובעים'² של עומר אל-כאיים נחשבים לפנינה ספרותית בתולדות השירה. אלה הם בת-י שיר קצרים בני ארבע שורות מתחרזות. הוא ביטא בהם תפיסת עולם מיוחדת המתייחסת באירוניה

² "המרובעים" הוא תרגום לעברית של המילה הערבית: "רובאיות" Rubaiyat (באנגלית quatrains) המאפיינת אחד הסגנונות של חריזה בשירה.

¹ המאמר נכתב בעקבות סדנה בשם זה שניתנה במסגרת בית ספר קיץ, תשס"ה: קישורים והקשרים במתמטיקה ובהוראתה, מטעם "קשר חם" - המרכז הארצי לקידום שיפור ורענון החינוך המתמטי בטכניון, חיפה.

- מחזה או מחזמר, כגון המחזה של ג'ואן סידני לסנר ויהושע רוזנבלום "Fermat's last Tango" (הועלה בברודווי בשנת 2000).

יש לציין שרוב היצירות ברשימה זו אינן מיועדות ללימוד המתמטיקה או להוראתה. רעיונות ומושגים מתמטיים מופיעים בהן כמרכיבי תרבות, לוגיקה וחשיבה ומכוונים למטרות אומנותיות בלבד. לדוגמה נביא קטע מתוך תרגומו לעברית [10] מהרומן "מלחמה ושלו" של לב טולסטוי (1865-1869). בקטע זה, המצוטט להלן, מתייחס טולסטוי לפרדוקס של אכילס וצב. הוא מדבר על כך, שהפרדוקס נגרם על-ידי הזנחת הרציפות של זמן ותנועה, ואפשרות לצבור קטע שלם מקטעים הולכים ומתקצרים. הנושא המתמטי הזה נוצל על ידי המחבר להבעת הרעיון, שבחיי אדם פרטי, כמו גם בהיסטוריה של העמים, פעולות קטנות ולכאורה בלתי חשובות יכולות להצטבר ולהביא לתוצאה רבת ערך ובעלת משמעות גדולה.

"אוחו של אצט אינו מוסל אהיש את אהותה של פזיות תנועה מוחלטת אין חוקי התנועה מובנים אצט אלא בשעה שהוא מתבונן בחלקים נפרדים שבה שהוצאו באופן שיפוטי. אך, עם זאת, הלא חלקה שיפוטית זו של תנועה פזיות איחיות שאינן פזיות נובעות מרבות השלימות ששעה האצט. יזעה אותה סגרת הקצמונים. הקפוייה השם מופיע, שאכילס לא יזניק אצט את צב-השפיון הפוזק לפניו. אף-על-פי שהאיכות של אכילס אהיפה פי-עשרה מרבות הצב. אך צב יעבור אכילס את המרחק המופיע בינו לבין הצב. יעבור הצב לפניו את המרחק העשירי של המרחק הצב: אז יעבור אכילס את העשירית הצב. וצב יעבור את חלק-המאה וכן האאה עז אין סוף השאלה הצבית היתר העיני היוונים הקצמונים כבת-בלי-פתרון. חוסר הפיטיון שבפתרון (שאכילס לא יזניק אצט את הצב) נבט רק מן העובדה שהיכולת הנחמ יחיות לא פזיות של התנועה בה בשעה שתנועת שנייה אלה של אכילס ושל הצב עז יחז. פייתת תנועה פזיות..."

הסופר האמריקאי וויליאם סידני פורטר (1862-1910), הידוע בשמו הספרותי או הנרי (O. Henry), היה אמן הסיפור הקצר. הוא פותח בשורות הראשונות של סיפורו "תרבוץ העיגול" [11] מבט גיאומטרי מעניין על

אל מצבו של האדם בעולם. בשירתו התייחס עומר אל-כאיים גם לעיסוקו במתמטיקה. כך, למשל בשיר "חידת המקבילים" הוא מעלה שאלות ביחס לאקסיומת המקבילים של אוקלידס [3], [4], זאת בנוסף למאמר מקצועי שכתב בעניין ב-1077.

בדומה לאל-כאיים, שהיה לתפארת תרבות האסלאם, ובערך באותה תקופה, היה ר' אברהם בן מאיר אבן עזרא (1089-1167) לתפארת התרבות היהודית. הוא נולד בעיר טודלה (Tudela) בצפון ספרד. העיר שכנה באותם ימים בספרד המוסלמית, בקרבת האזורים שבשליטת הנוצרים. אבן עזרא רכש ידע רב בכתבי היהדות לדורותיהם וינק גם מתרבות האסלאם על יצירותיה הספרותיות והמדעיות. הוא היה איש רחב אופקים בכל תחומי המחשבה והמדע: אסטרונומיה, אסטרונומיה, פילוסופיה, מתמטיקה. הוא התפרסם גם כפרשן המקרא, חוקר השפה העברית ומשורר. נוסף לשירים כתב אבן עזרא גם חידות מתמטיות. אבן עזרא בילה רבות משנותיו בנדודים. יש להניח שגַּיַר הנדודים שלו נבע מצורך פנימי חזק להפיץ את הידע הרב שלו בקהילות היהודים באירופה הנוצרית [5], [6].

מספר הניסיונות המוכרים לשילוב בין ספרות ומתמטיקה הלך וגדל באירופה החל ממאה ה-16. בשנת 1539 המתמטיקאי האיטלקי ניקולא טרטגליה, אשר גילה שיטה לפתרון משוואות ממעלה שלישית, הציג אותה כשיר (השיר מופיע בהמשך, בסעיף 4, משימה 2). במאה ה-19 כתבו סופרים ידועים יצירות בהם שילבו רעיונות מתמטיים. בין המוכרים ביותר נציין את הספר "עליסה בארץ הפלאות" שנכתב על ידי המתמטיקאי האנגלי ששמו הספרותי לואיס קרול (פורסם בשנת 1865) [7] ו-"שטוחלנדיה" מאת התיאולוג האנגלי אדווין אבוט (פורסם בשנת 1884) [8].

השילוב של מתמטיקה ביצירות ספרותיות נמשך גם בימינו. באתר אינטרנט בשם: "Mathematics Fiction" מופיעה רשימה ארוכה הכוללת למעלה מ-500 פריטים [9]. היצירות ברשימה שייכות בעיקר לז'אנרים הבאים:

- סיפור קצר, כגון הסיפור של אלכס קסמן: "יעילות בלתי הגיונית".

- רומן או נובלה, כגון הנובלה של מרים וובסטר "After Math" והרומן של מארק האדון "המקרה המוזר של הכלב בשעת לילה" (התרגום לעברית בהוצאת מחברות לספרות - כנרת, זמורה-ביתן, דביר 2004).

טבע ואומנות. כמו כל הסיפורים של או הנרי גם סיפור זה מפתיע במקוריות, אירוניה והומור.³

אף על פי שסיפור זה עיקרו ברששות עזים. אין מנוס מהפתחתו השית'טיאומטרי. תוך סיכון אשטום את בני-הנוער.

הטבע סובב המעללים: האומנות נעה בקווים ישרים. אטעם צורה מעוללת. המלאכותי ששוי פנינת התועה הסופת של נע המעללים מהלי משימ: רעליו של בן-העיר שהסתעלו אנדרימ ורחובות מלגנימ. אוקחות אותו אל הרחק מעבר לעצמו.

עיניו העוללות של תינוק בן סוג התנומות: מהם צר מפלטה. מעיז על פליטה של האומנות קו-שפתיים ישר משצר עמומות: מי לא קרא את השירה הספונטאנית של הטבע השפתיים המעוללות אקראת נשקת אופה?

היופי הוא טבע השלמות: מעליות היא סיווג-ההיכר הבולט שלו. התבוננו בהשתאות אל ירח המלאו. כדור צבא מרהיב. כישות המתפשטות מעל מקדשים מפוארים. עולות-מעצן. טבעת נישואין. ציפת הקרקס. פסגון הקריאה אמלצר וטבע של שתייה משותפת.

מאיזב. קווים ישרים מעיזים על טייה ממלולו של הטבע נסו אשער בזמיונכם את המחוק של ונוס הופק "חזית שטוחה" וכאשר מתחילים אנוס בקווים ישרים ו"לחתוק" פנינת תבונותינו הטבעיות משתנות בעקבות צאת הטבע. שהוא יותר עמוס מהאומנות מנסה להסתכל אמספרות הקשחות יותר. התוצאה היא. אעתימ קרובות תופעות זי מוצרות אמל: כריצממה צבעונית וויסקי המופק מספויט-העל. תושב מזנית מיסורי רפובליקנית וכרובית הפירוי עיניה צרהובה.

הטבע הולך לאיבוד מהפירות העלולות ביותר בעיר עלולה הסיבה אכך היא טיאומטריה ולא מוסרית. הקווים הישרים של רחובותיה והמבנים הארכיטקטוניים. המרובעות של החוקים והנהלים החברתיים. המדרכות של סלכות מקווים ישרים. הכללים הנוקשים. המדכאים. הבאתי מתפשטים. אפילו הביוליים והספורט. מהווים מוצל מנוכר של הפתעלות המעוללות אעקומים של הטבע.

אפיכך, אפשר לומר שהעיר העלולה פתרה את העיית תרבות העיולו..."

ברומן "מוסיקת המקרה" מאת פול אוסטר, אחד הכישרונות הבולטים בספרות האמריקאית בת-זמננו, מעניק המחבר למספרים תכונות אנושיות [12]. בקטע הבא הלקוח מהרומן הנזכר הוא נותן יחס חם והומוריסטי למספרים⁴:

"... שתיים-עשרה הוא העלון. מלפניו ונבון. אבל שלושה-עשרה הוא טיפוס מפורקק שיטבור על החוק הלי לחשוב פעמיים כדי להשיג את מה שהוא רוצה. אחת-עשרה הוא טיפוס קשוח שחי רחבה בחור' ואופה אשטט ביסרות ולטפס על הרים: עשר הוא לא פיקח ביותר. בעל אופי נוח שששה תמיז מה שאומרים לו: קטע הוא עמוק ומיסט! מין הודעה שקום בהרהורים. ... מספרים - יש להם נשמות. ובעל-כוחות אתה מפתח יחס אישי כלפיהם:"

כיום קיים איגוד בינלאומי בשם "ספרות, מדע ואומנות" –

"The Society for Literature, Science and the Arts" החוקר ומציג קשרים בין ספרות למדע בכלל, ולמתמטיקה בפרט [13]. מעניין במיוחד הקשר בין מתמטיקה לשירה. מסתבר ששירה ומתמטיקה שלובות זו בזו בדרכים רבות. קרל וויירשטראס (1815-1897) המתמטיקאי הגדול של המאה ה-19 אמר:

אל מתמטיקאי לא יכול להיות מתמטיקאי טוב מהלי להיות קצת משורר.

גם אצל משוררים ניתן למצוא אמירות דומות. המשוררת בת זמננו מסנט-פטרבורג בשם זויה אזרוחי, שאינה מתמטיקאית במקצועה, כותבת:

מתמטיקה ושירה הן אחיות. יתכן שהן שני ענפים של מוצ אחז.

כשם שהשירה קיימת זיוק באתי מתפשט של רומחולה כך המתמטיקה קיימת יופי אלופ!

הסעיף הבא מוקדש ליחסים בין מתמטיקה לבין אותו חלק בספרות שעוסק בשירה.

מהי 'שירה מתמטית' ומי הם מחבריה?

⁴ היחס המיסטי למספרים בא לביטוי כבר בקרב האסכולה הפיתגוראית במאות השישית – השלישית לפנה"ס

³ תרגום מאנגלית: מחברות המאמר.

על ישר אחז. את תפארת השלטים הכבדים של
ארכיטט. את החפץ את תחתוק. כפי שזרע
הניכוח. את תחילת עט ארזוסוס האלוהי.
ואל תשפט את עקבותיו החכמות. מי יתן
והתקווה תתאושש וכל צופה יאמר: "את זאת
הוציא אפולונוס איש קירני".⁵

בשנת 1979 יצא לאור ספר בשם "מול האינסוף" [14]
ובו אוסף של שירים מתמטיים שחברו באותו זמן.
המחברים הם שני אנשי מדע: הכימאי הסופר ארנסט
רובסון והמתמטיקאי המשורר דג'יט ווימפ. הספר
מעניין מאוד ובולט גם בעיצוב בלתי רגיל: בתחתית כל
עמוד ליד מספרו הסיפורי מופיע סימן האינסוף ∞ ,
בספר שלובים גם ציורים מעניינים, חלק מהשירים
משולבים בתוך הציורים או בתוך הנוסחאות
המתמטיות. יש בין השירים כאלה הכתובים בתוך
פרבולה, קשת או משולש. הציורים והעיצוב נעשו על-
ידי מאריון רובסון (אשתו של אחד המחברים). לפנינו
אחד השירים שנכתב על ידי Carol Clark, תלמיד כיתה
י"ב במיסורי.

Algebraic Love

A function is a relation,
Each number pairing with its double.
To designate that unique number,
Look for favorable conditions.
The domain of each variable is limited
By constraints.
Follow the power of patterns
To form relations,
To form pairs.

החל משנת 1987 יוצא לאור בארצות הברית כתב-עת
בשם 'מתמטיקה הומניסטית'. עד היום הופיעו 27
גיליונות. בכל גיליון של כתב-העת אפשר למצוא
מאמרים העוסקים בקשר שבין מתמטיקה לספרות.
כמו כן מופיעים בו פואמות ושירים מתמטיים, רשימות
ספרים ואתרים בנושא. כנספח לאותו כתב-עת, יצא
לאור בחודש יוני 2001, ספר קטן בשם 'מספרים
ודמויות' [15] ובו עשרים וארבעה שירים המכילים
מרכיבים מתמטיים. השירים נכתבו על-ידי משוררים

יש משוררים שכותבים על מתמטיקה ויש מתמטיקאים
שכותבים שירה. שירתם של מתמטיקאים היא לאו
דווקא מתמטית. כזאת היא למשל שירתו של
המתמטיקאי ואיש החינוך המתמטי הישראלי שלמה
וינר. נקרא לשירה בשם 'שירה מתמטית' אם המחבר
מקדיש אותה לנושא מתמטי כלשהו, או לפחות משלב
בה, בצורה זו או אחרת, מרכיבים מתמטיים. במילים
אחרות, לשירה המתמטית משתייכים שירים ופואמות
הכוללים תיאורים ורעיונות מתמטיים.
המשורר היווני הידוע אווידיוס (Ovidius) בן המאה
הראשונה לפנה"ס, כתב בפואמה שלו בשם
'מטמורפוזות'⁵ על המצאת המחוגה על ידי פרדיכס,
ילד בן שתיים-עשרה⁶:

הוא הראשון שחיבר בקשר הרב קצה אל קצה. כק
אם יימצאו במוחך שולח צב מזה.
קצה אחז יסמוז והשן מלח יחול.

ארטוסטנס איש קירני בן זמנו של ארכימדס (המאה
השלישית לפנה"ס) הצטיין בשטחי ההתעניינות
רבים ורחבי-יריעה. הוא חישב את אורכם של קווי
האורך של כדור הארץ. הוא הציע שיטה למציאת
מספרים ראשוניים הידועה בשם 'הנפה של ארטוסטנס'.
גם אחד הפתרונות לבעיית הכפלת הקובייה הוא פרי
המצאתו⁷. בפתרון הוא עשה שימוש במכשיר הבנוי
משלושה מלבנים חופפים, אשר צלעותיהם הנגדיות
יכולות לנוע על פני שני ישרים מקבילים. אף כי התברר
שהשיטה אינה נוחה לשימוש, ארטוסטנס היה מאוד
גאה בפתרונו ואפילו חיבר עליו שיר, בו הפליג בשבחי
שיטתו ויתרונותיה לעומת שיטות אחרות לפתרון אותה
בעיה:

חברי.

אם מקובייה קטנה רצית כפולת אננות או נחמ
כאשרו לרופה אחת אשנות. אם תכונת את
היקף פומרתך אמצוז או את אורך הפולאה או
פוחה פי הפאה. כפי שילח ביצק קח שלשה
מלגנים צפים. ארכסוניס תעביה ושיט אותם בין
שתי מסילות מקבילות כק תוצא אפיה נקבזות

⁵ מטמורפוזות – שינוי צורה, תמורה.

⁶ המחוגה הומצאה במאה ה-10 לפנה"ס ביוון, לצורך ציור
קישוטים גיאומטריים על דברי קרמיקה.

⁷ בעיית הכפלת הקובייה היא אחת הבעיות של בנייה בסרגל
ומחוגה שהיוונים הותירו ללא פתרון וברבות הימים הסתבר
שהיא לא ניתנת לפתרון. הבעיה היא לבנות בסרגל ומחוגה
בלבד צלע של קובייה שנפחה כפול מנפחה של קובייה נתונה.

⁸ שיר זה והקודם לקוחים מתוך הספר של ויקטור פרסולוב
'שלוש בעיות בניה קלאסיות' (ברוסית). התרגום לעברית
הוא של המחברות.

פעולות חשבון בסיסיות במספרים, כמו חיבור וחסור, כפל וחילוק. כך מסתיים השיר:

*עם עתה תחתינו. העולם קו שהי -
אל תיפא! הכיטי איך אעבר
לאותו הקו. פרוח אנו עכשיו
הוכנה המעלה*

בין המשוררים בני זמננו קיימת קבוצה קטנה של משוררים-מדענים. נציין במיוחד את אבנר טריינין, פרופסור לכימיה אורגנית באוניברסיטה העברית בירושלים. באוסף שיריו בשם "אוקלידוס" [18] הוא מרבה לשלב מונחים מתמטיים כמו מקום גיאומטרי, ותכונות מתמטיות כמו רפלקסיביות של יחס השוויון המשמשים כביטויים מושאלים. תשומת לב מיוחדת מושך המבנה של חלק ניכר מהשירים, שהוא מבנה של משפט מתמטי והוכחתו או תרגיל מתמטי ופתרונו תוך שימוש מפורש במלים: נתון, הוכחה, פתרון.

הנה לדוגמה שורות אחדות מתוך "תרגילי הטל":

*אני זומה לאבי!
אבי זומה לאאבי
פתרון: הסתכל באלכוס. תכלוס בלי תאריק
לאז מגזי מלח עומז על הכסא
מרוקקים פניו קצת מופתקים על רקע
אשז מקרטון שולל ומתפלל אל השלטים
הצה אבי אלם מוגזים של עיונניס על ערמות
השלל בעיר חאריין פניו חזים עיניים תאבות
כבן עשפים התל אבי...*

ומתוך השיר "תרגיל חוני המעגלי":

*הוכח: מעלל הוא הנוקם שליאומטי
של כל הניסיונות הנואשים אהפוק מעלל אריבוס
פתרון: אין מנוס. הארט מתפשט.
וכשעים שנה פושט הוא התאים
מאז היוס שבו הוליק
אליק מהפניס. אליה אהפניס.
כמה זמן נותר לך אם כן?...*

ב-5.012006 נערך טקס חלוקת פרסי עידוד היצירה בין מדענים משוררים לזכרו של עופר לידר, מטעם עמותת "שירת חייו" במכון ויצמן. השתתפו בו 181 משוררים מדענים. הזוכה: ליאור מעין, הוא בעל תואר ראשון במתמטיקה ופיזיקה ותאר שני בהנדסת אנוש. (מתוך הודעה במוסף ספרות של ידיעות אחרונות).

לפני שנים אחדות הוקם אתר האינטרנט "במה חדשה" [19]. מטרת האתר היא לספק במה ליוצרים ישראלים, כך שכל אדם יכול להגיד את דברו וקהל הקוראים

מפורסמים בני זמננו, חלקם חתני פרס פוליצר.⁹ בין השירים הכלולים בספר נמצא גם שיר בשם 'אל עצמי' [16] של הסופר והמשורר הישראלי, אבא קובנר (1918-1987), חתן פרס ישראל בתחום הספרות לשנת 1970 שהיה גם איש המחותר של גטו ווילנה, חבר בארגון העלייה הבלתי לגאלית, מפקד חטיבת גבעתי ואחד העדים במשפטו של הפושע הנאצי אייכמן. בשיר זה כותב אבא קובנר על ניסיונותיו להשתחרר מהפחדים האישיים שלו, תחת 'העטיפה המתמטית'. הנה ציטטה מהשיר:

*המתמטיקאים לוקחים טח נחמה כולוא אלס
ובקלות מחלקים אותי למשחים
יותר קטנים. קטנים מהעין
יוצאים צפים. חלקים מושללים לא צריכים
להשאיר רווחים פיקים ביניהם
הכלל. המתמטיקאים הם
עושים זאת באמצעות שלוש צורות האבז:
המשולש שווה-הצלעות. הריבוע
והמשולש כלים הצוקים כיצוד. פחזי יעל לי
אנחות כיוון אחרי...*

גיואן גרוני, עורכת הספר הנזכר 'מספרים ודמויות', היא אישיות רב-גונית. היא פרופסור למתמטיקה, בנוסף להוראה ומחקר היא מתנדבת בפעילות קהילתית בארצות רבות היא משוררת וחובבת טיולים. בספר שיריה "מתמטיקה היא הריקוד שלי" המוקדש למתמטיקאית אמי נטר, מופיע השיר "שיעור בגיאומטריה" ואחרים. נביא כאן שיר קצר מאת גיואן גרוני בשם "מזל טוב הוא".¹⁰

*המספרים המאובים -
אויק הקמטים.
מניין השנים.
עומק שהרון האב.
מחיר העומדת הפנים
אנפח הצמעות*

גם המשורר הישראלי בן זמננו יהודה עמיחי (1925-2000), שילב ביטויים מתמטיים בשיריו, בדרך כלל בהשאלה לביטויי אהבה [17]. כך למשל השיר "ראי, אנחנו שניים מספרים", עוסק בנושא הנצחי – היחסים בין גבר לאישה, תוך שימוש במטאפורות מתמטיות:

⁹ פרס פוליצר (Pulitzer Prize) הוא הפרס היוקרתי ביותר לכתובה עיתונאית וספרותית הניתן בארה"ב.

¹⁰ תרגום לעברית: מחברות המאמר

יערוך סינון לחומרים אלו. רוב הכותבים הם צעירים ובין יצירותיהם ניתן למצוא סיפורים, שירים וציורים המכילים תיאורים מתמטיים.

באתרים אחרים באינטרנט (<http://noar.education.gov.il>) (<http://www.tzafonet.org.il>) ניתן למצוא שירים מתמטיים של דליה לזר: "העיגול והריבוע", "העיגול והמשולש", "המעוין הביישן", של אסתר אביבי: "קוביות" ושל משוררים אחרים.

קיימים גם שירים ופזמונים מתמטיים מאת אהוד מנור ולאה לופנפלד שהולחנו והוצגו לפי הזמנה עבור הסדרה "חשבון פשוט" של הטלביזיה הלימודית. כך למשל בקצב הגיז הולחן החרוז:

חילוק באפס 13 1066
כיוון שאין לו - משולש

וגם

כל כפולה של אינסוף
כל אחד יחיד
היא גם כפולה של שתיים
ולפי כיוון תמיד
אבל - הפיסק לאו
זה הפניין כולו...

במה, בעצם, מתמטיקה מעשירה את השירה?

כך עונה על השאלה הזו המתמטיקאי ד. קוהלר (D. O. Koehler) מאוניברסיטת מייאמי בארה"ב: "מתמטיקה מספקת למשוררים מאגר עשיר של נושאים, תיאורים ומטאפורות" [20]. אפשר לומר שהמתמטיקה "נהנית לככב" בתוך השירה. אולי בגלל הניגודים ביניהן – שהרי מרכיביה של שירה הם חושניים ואישיים, ואילו במתמטיקה אין מקום לרגש, כל כולה שכלתנית. כללים ומשפטים מתמטיים לא יכולים להיות אישיים וגם לחושניות אין במתמטיקה מקום. יחד עם זאת יש הנאה רבה וסיפוק של ממש מהבנת רעיון מתמטי, ומהאסתטיקה הכרוכה בהצגתו ובביסוסו ההגיוני. "יצירה של מתמטיקאי היא כמו יצירה של צייר או משורר, היא חייבת להיות יפה"; אמר המתמטיקאי המפורסם האנגלי הארדי Hardy, Godfrey Harold (1877-1947): "קשה לתאר במדויק מהו יופי במתמטיקה, וגם מהו יופי בתחומים אחרים. יחד עם זאת יתכן, כי למרות שאדם לא יודע להסביר מהו יופי בשירה, הוא בכל זאת נהנה מהיופי של שיר על מסוים". [21].

ולבסוף, כאשר מתמטיקאי מציג נושא מתמטי בצורת שיר, או להיפך, כאשר משורר מכניס רעיונות מתמטיים

ליצירתו, בין המתמטיקה לבין השירה נוצר קשר. בספרו "שירה ומתמטיקה" [22] מציין סקוט בוחנן קיומו של קשר מסוג אחר בין מתמטיקה לבין שירה, למרות כל ההבדלים ביניהן. קשר זה בא לידי ביטוי לא בתכנים אלא באופיין של התוצאות:

"...mathematics, commonly accepted for its hard-headedness, rigor and accuracy is often poetry creating a realm of fancy; and poetry, commonly loved for its playful spontaneity and utter ineffectualness, becomes the mathematical demiurge joining words and images into a world of hard persuasive fact".

ווירשטראס, באמירתו שצוטטה בסוף הסעיף הקודם, מתייחס גם הוא לקשר פנימי עמוק בין המתמטיקה לבין השירה, הטמון באופי העבודה היצירתית בשני התחומים.

שילוב בין מתמטיקה לספרות בהוראת המתמטיקה – לשם מה?

בנוסף ליצירות המשלבות ספרות ומתמטיקה למטרות אומנותיות, קיימות יצירות המשלבות ספרות ומתמטיקה, בפרט שירה ומתמטיקה, למטרות לימודיות, במגמה לנצל אמצעים ספרותיים ואומנותיים כתמריץ לשיפור היחס למתמטיקה ולהישגים במקצוע זה. ליתר דיוק, מטרת 'העטיפה' הספרותית של נושאים מתמטיים היא לנצל את הפוטנציאל הגדול הגלום ב"מעטפת הספרותית", כדי לקרב את הבעיות המתמטיות לליבם של התלמידים, להפחית את החרדות מפניהן ולהגביר את ההנעה (מוטיבציה) לעסוק בפתרון.¹¹

כך למשל שמו של הספר "שד המספרים – ספר לכל אלה שפוחדים ממתמטיקה" (הופיע בתרגום לעברית של גיא בן-ארי) [23] מאת הסופר והמשורר הגרמני הנס מגנוס אנצנסברגר מעיד על מטרתו. גיבור הספר, מיקי, הילד בפיג'אמה הכחולה, היה שבוי בדעה: "מתמטיקה? חס וחלילה!". לילה אחד הוא חלם בלי כוונה על שד המספרים, ובמשך שנים-עשר לילות השד הזה עשה להטים מופלאים ומשעשעים כאלה במספרים 'המקוללים', שכל המחסומים שהיו למיקי – ולקורא –

¹¹ כדי להיכנס לנושא החשוב הזה דרך הומור ושעשוע מומלץ להכיר את [55]

בהזדמנות זו, כי בצורת הקומיקס ניתן להציג לא רק נושאים לימודיים פשוטים, אלא גם נושאים מתמטיים רציניים ביותר, כגון עקביות בהוכחה [42] – מצורף לגיליון זה פוסטר בעברית].

ספר אחר הוא "על כנפי האגדה" אשר יצא לאור בשנת 1998 במחלקה להוראת הטכנולוגיה והמדעים של הטכניון במסגרת "מחר 98" - פרויקט חלוץ באצבע הגליל [43]. בספר זה משולבות בעיות מתמטיות בסיפורים המתקשרים לדמויות של האגדה הרוסית העממית "נסיכה צפרדעי". ספר זה שימש את קבוצת המורים המשתלמים במסגרת הקורס למורי מורים בטכניון לביצוע ניסויים עם תלמידיהם במטרה לבדוק את השפעתו של השילוב בין ספרות למתמטיקה על גישת התלמידים ללימודי המתמטיקה. הניסויים הראו, כי שילוב זה התקבל בעניין רב על-ידי התלמידים. השלכתו הבלוטת ביותר הייתה התעוררות היצירתיות של התלמידים, אשר בעצמם התחילו לחבר סיפורים ואגדות עם בעיות ושאלות מתמטיות. תיאור הניסויים וחקר תוצאותיהם הוצגו על ידי קבוצת המבצעים בכנס הבינלאומי PME-23 אשר התקיים בחיפה בשנת 1999 [44].

עלינו לציין כי גם לתלמיד מוכשר שמתמודד בהצלחה עם בעיות מתמטיות בהצגתן המקובלת, עיסוק בבעיות מתמטיות המשולבות בתוך קטעים ספרותיים עשוי להוות אתגר ומקור להנאה. אחת הפעילויות המשמעותיות ביותר בהקשר זה היא בניית מודל מתמטי על סמך סיפור מילולי המכיל פרטים רבים. פעילות זו כרוכה ב"סינון פרטי הסיפור" ל"פרטי העיקר" ו"פרטי הטפלי", כלומר הבחנה בין אלה שדרושים לבניית המודל לבין אלה שאינם דרושים לכך, אם כי יש להם ערך ספרותי. בתור דוגמה לסיפור כזה ניתן להביא את סיפורו של ריצ'רד ווילמוט בשם "The Gnome and the Pearl of Wisdom" אשר פורסם בשנת 1977 בכתב-העת Mathematics Magazine [45]. בסיפור מוצגים מושגים ועובדות מתוך תורת הקבוצות האינסופיות שהן בנות מנייה.

לסיום סעיף זה נביא קטע מהאנציקלופדיה לחינוך מתמטי [46] אשר יצאה לאור לפני שנים אחדות. בין ערכיה מופיע הערך "שירה". הנה קטע מתוכו (עד סוף הסעיף)¹²:

נפלו בזה אחר זה. לא, מתמטיקה אינה חייבת להיות חלום בלהות. הפחד ממנה הוא דעה קדומה. שד המספרים צריך רק להניף את מקלו, וכבר הפחד נעלם. המחבר, עד כמה שזה מפתיע, אינו מתמטיקאי. הוא מספר על קבוצת המספרים הטבעיים, על אינסופיות, על המספרים הראשוניים, המספרים הרציונאליים והאי-רציונאליים, על התכונות של המספרים המשולשים, הריבועיים, על סדרת פיבונאצ'י, משולש פסקל וקומבינטוריקה, על יחס הזהב, על גופים מרחביים, ועל המתמטיקאים הידועים, וכל זה בצורה משעשעת ומושכת, בשפה מדויקת ומובנת לילדים. הספר גדוש באיורים צבעוניים מהנים. גם המספרים מופיעים בו בצורה ציורית.

ספר אחר הוא ספרו של אמנון ז'קוב: "להוציא מתוך ממר לא, או, לא בא בחשבון" [24]. גיבור הספר הוא מתי-בלש-מתמטי, דמות שאמנון ז'קוב יצר אותה לסדרת משדרים של הטלוויזיה הלימודית בשנות ה-70 בישראל [25]. הגיבור, יחד עם פקד אלברט כהן וד"ר לא האיום והנורא, פורשים בפני הקורא מגוון עשיר של נושאים מתמטיים.

אי-אפשר שלא להזכיר את הספרות הענפה לילדים צעירים יותר, ילדי גן חובה וכיתות היסוד, המשלבת בתוכה אלמנטים מתמטיים. לדוגמה, בספר בשם "שלושה חתולים באים בחשבון", מכניסות המחברות יפה גנוסר ותמר גולן [26], את הקוראים הצעירים לעולם של מושגים מתמטיים, כגון, המספר, התאמה חד-ערכית, חיתוך ואיחוד בין קבוצות, תת-קבוצה, קבוצה משלימה, תמורות, סימטריה של שיקוף, מחזוריות מעגלית ועוד, והכול באמצעות סיפור מחיי יום-יום על שלושת החתולים צחי, גינגי ושחורי.

דוגמה נוספת היא הספר "ברק מספר חזק" [27], שבו הסופר והמאייר האוסטרלי קלמנט רוד חושף בפני הילדים את העולם של המספרים הגדולים.

כיום קיים אוסף רב של ספרי לימוד במתמטיקה וספרים לקריאה חופשית עבור תלמידי בית ספר יסודי ועל-יסודי, אשר מקנים מושגים ובעיות מתמטיים על רקע אגדות או סיפורים דמיוניים עם דמויות שנוצרו על ידי המחברים או נשאלו מיצירות אחרות המוכרות היטב לקוראים [28] – [40].

נביא שתי דוגמאות של ספרים מסוג זה שנכתבו בישראל.

סדרת הקומיקס "חשב לי סיפור" מציגה בעיות מילוליות דו-שלביות לכיתות ה-ז [41]. ראוי לציין

¹² תרגום מאנגלית: מחברות המאמר

האחת מאת וויליאם בלייק (Wiliam Blake) מהמאה ה-18:

Auguries of Innocence

To see a world in a grain of sand,
And a Heaven in a wild flower,
Hold Infinity in the palm of your hand,
And Eternity in an hour.

בלייק מזכיר לנו שהאינסופי והקטן לאינסוף (האינפיניטיסימאלי) היו זה מכבר מקור להשראה למשוררים ולמתמטיקאים. הפרדוקסים של זינו, סדרות אינסופיות, הפרודיה על מלון-אינסוף של הילברט¹³ ושאלות על אינסוף פוטנציאלי ואינסוף אקטואלי ממשיכים להציב אתגר בפני מתמטיקאים וסטודנטים למתמטיקה. הפואמה השנייה היא מאת ג'ואן גרוני¹⁴ בשם "A Mathematician's Nightmare". למצוא מתמטיקה בשירה אולי יותר קל מלמצוא שירה במתמטיקה, אבל למתמטיקאים מסוימים המסתורין של המספר i , או משוואת אוילר המדהימה $e^{i\pi} + 1 = 0$ אומרים שיש במתמטיקה שירה אם תרצו או לא תרצו. ככל שתלמידים יעמדו על העושר העצום של רעיונות הטמונים במתמטיקה וילמדו להעריך זאת, יתכן שנוכל לעזור להם לראות שהוכחה, עבודתו של מתמטיקאי, ופואמה, פרי יצירתו של משורר, יש ביניהן יותר קווי-דמיון מאשר הבדלים. ההשראה לשתיהן מקורה בצורך לפתור בעיות.

מתיאוריה למעשה: כיצד מורים יכולים "לתבל" שיעורי מתמטיקה בספרות בכלל ובשירה בפרט?

בסעיף זה מובאות עצות מעשיות למורה ומשימות לתלמידים המיועדות לשלב בין ספרות לבין פתרון בעיות מתמטיות.

אפשר להעלות על הדעת דרכים רבות לשילוב כזה. אחדות מהן הן:

- ❖ להביא לשיעור סיפור או שיר, בו מופיעה או "מסתתרת" בעיה מתמטית ולהציע לתלמידים לפתור אותה תוך ניתוח הטקסט ותרגומו למודל מתמטי בר טיפול בכלים מתמטיים.
- ❖ לפתור בכיתה בעיה מתמטית כלשהי ולבקש מהתלמידים "לעטוף" אותה בסיפור או בשיר.

¹³ הפרודיה על מלון אינפיניטי הנשענת על המטפורה שהילברט בעצמו המציא, מופיעה באתר האינטרנט [47].
¹⁴ יצירה זו הוזכרה כבר לעיל ותידון במשימה 1 להלן.

המתמטיקאי אריק טמפל בל אמר שהצד האנושי של המתמטיקה הוא מתמטיקאים.

דבר דומה אפשר לומר על ספרות: הצד האנושי שלה הוא סופרים וקוראים. אכן, משורר הקורא עבודה שלו מעביר את הכאב והלהט של הניסיון המושקע בייצוגה של אנושיות. אנו מחפשים בשיר יסודות שמזכירים לנו את ניסיון החיים האישי או שמלמדים אותנו משהו חדש אודות חייו של מישהו אחר. גם מתמטיקה מזכירה לנו את המוכר ומציגה בפנינו את המוזר. אין אנו מדברים כאן על חישובים פשוטים, אלא על מתמטיקה כהווייתה, התפתחות של רעיונות שהיא עבודתם של מתמטיקאים. בתמציתה, מתמטיקה מייצגת מאבק להכנסת סדר והגיון באוסף של פריטי מידע הנמצא ברשותו של אנוש, באותו אופן. ששירה מייצגת בעיות של בני אנוש והצעות לפתרונות שלהן. הן במתמטיקה והן בשירה, סמלים ותבניות עושים את העבודה של בניית משמעות והעברת ידע וחוכמה.

שירה, כמובן, חולקת עם מתמטיקה את הדילמה של למידה בבית הספר. לו רק יכולנו להביא בפני ילדים את שייקספיר מבלי שיצטרכו לקרוא את הסונטות והמחזות בכיתה ולהיבחן עליהם לאחר מכן. אילו רק יחידת החובה בספרות הנדרשת בכל סמסטר-אביב היתה מזמינה יותר תלמידים אל עולם השירה. לו רק היינו מצליחים להשאיר במוחם של התלמידים את התבניות האלגנטיות והתצורות היפיפיות של המתמטיקה. במקום זה השיעורים בבית הספר מובילים יותר מדי אנשים לוותר על שירה בהיותה אי-רלבנטית ובאותה מידה הם דוחים את המתמטיקה כחסרת שימוש, למעט אולי כדי לאזן את חשבון הבנק ולמדוד גדלים שונים. לעיתים רחוקות מאד שומע תלמיד את קולו של המשורר או רואה בעקום מתמטי או במודל את האלגנטיות שהמתמטיקה טוענת להיותה כה מרכזית לדיסציפלינה. תלמידים רבים מוותרים על מתמטיקה ועל שירה הרבה לפני שהם מגלים ששתיהן מציעות היבט מאיר עיניים על העולם ועל חייהם. כך הם מחמיצים הזדמנות.

מה יכולים תלמידים להרוויח מהתעניינות במפגש שבין שתי הדיסציפלינות העושות שימוש בסמלים כדי ליצור משמעות? שתי פואמות ידגימו את הפרי שאפשר לקצור.

ובה לא אפשר
 ולאספר אי-צוטי מוסיפה מחזיתו וסו צחי שקל
 על מנת לאספר שלם ארטי.
 היוק צפתי ארטי
 לפני מראה מסופסת נאה
 מחיפה היוק 27 שקל
 פאס אקנות אותה? או בשכל
 אחכות 59 ימיס אפויכ
 38 שהמחיפ ופי פלאיסי?

בשיר, שהובא לעיל, מציגה ג'ואן גרוני, בעצם, את השערת קולטז (Collatz Conjecture)¹⁵. זוהי סוגיה מתמטית של ממש והנה הצגתה: נתחיל ממספר חיובי שלם כלשהו. אם הוא זוגי, נחלק אותו ב-2, אם הוא אי-זוגי, נוסיף לו את מחציתו ונעגל למעלה אל השלם הקרוב ביותר לסכום. לדוגמה, כשמתחילים ב-18 מקבלים 9. ל-9 מוסיפים 4.5, מעגלים למעלה ומקבלים 14. ממשיכים כך הלאה (18, 9, 14, 7, 11, 17, 26, 13, 20, 10, 5, 8, 4, 2, 1). השערת קולטז, טענה בלתי מוכחת עדיין, קובעת שבאופן בלתי תלוי במספר בו מתחילים, התהליך מוביל ל-1 ובכך הוא מסתיים.

משימה 2

לפניכם גרסא אנגלית¹⁶ של תשע השורות הראשונות בשיר בשם "Quando che'l cubo" מאת המתמטיקאי האיטלקי טרטגליה שבו הוא מתאר שיטה לפתרון משוואה ממעלה שלישית:

When x cubed's summed with m times x and then Set equal to some number, a relation is found where r less s will equal n . Now multiply these terms. This combination rs will equal m thirds to the third;

This gives us a quadratic situation, where r and s involve the same square surd. Their cube roots must be taken; then

¹⁵ הוצגה לראשונה על ידי המתמטיקאי הגרמני Lothar Collatz (1910-1990) בשנת 1937.

¹⁶ מקור השיר בלטינית ותרגומו לאנגלית של Kellie O. Gutman (College Bowdoin, Maine), Arielle Saiber (USA) התרגום פורסם במלואו בכתב העת [48].

❖ להביא לכיתה יצירה ספרותית כלשהי ולבקש מהתלמידים לחבר בעיה מתמטית בהשראתה (הבעיה יכולה להיות משולבת ביצירה או המשך שלה).

המשימות הבאות מוצעות למורה למתמטיקה לשילוב מעשי בכיתה בהתאם לגיל של התלמידים וליכולתם.

משימה 1

לפניכם פואמה מאת ג'ואן גרוני, מתמטיקאית בת זמננו:

A Mathematician's Nightmare

Suppose a general store –
 Items with unknown values
 And arbitrary price,
 Rounded for ease to
 Whole-dollar amounts
 Each day Madam X,
 Keeper of this emporium,
 Raises or lowers each price –
 Exceptional bargains
 And anti-bargains.
 Even-numbered prices
 Divide by two,
 While odd ones climb
 By half themselves –
 Then half a dollar more
 To keep the numbers whole.
 Today I pause before
 a handsome beveled mirror
 priced a twenty-seven dollars.
 Shall I buy or wait
 For fifty-nine long days
 Until the price is lower?

בתרגום חופשי:

סיוט של מתמטיקאית
 נתאר אצמנו חנות כלהו
 ובה כל מיני פריטים
 שכלם מתמחירים שקלים שלמים
 (כדי אפקא על הקופאים).
 בכל בוקר מנהלת החנות אפית איקס
 מעלה או מופיפה את המחירים
 שיפיו יפיקס:
 כל מספר צוטי פיא מחלקת ג-2.

subtracting them gives you x ; your answer's been inferred.

בתרגום חופשי:

ניקח x בחלקה שלישית. נחבר אליו m פעמים x
ונשווה למספר מסוים. הפקס יתברר כאשר r
פחות s יהיה שווה ל- m . כעת נכפול את שני
הסרכים האלו.
צירוף זה rs יהיה שווה לחלקה שלישית של se
 m : מתקבל מזה של משוואה ריבועית שבה r ו- s
מבטאים כל יצי אותו מספר אי-רציונאלי יש
להציג את השורש השלישי מסכום: הפרש ייתן
לכך x : כך תטיסו אתשובה.

נסו לפענח את השיטה להתרת המשוואה שתוארה
בשיר. תוכלו להיעזר ב-[49].

משימה 3

לפניכם השיר "תחרות ריצה" מתוך הספר "מתמטיקה
בעזרת מחשב" [50]:

הארנב עם הצב התלוצץ:

"הוא נתחרה בריצה מן העץ
ק"ו אחז עז אמורה בלי לחזור בחזרה"
הארנב כל צקה 120 מטרים צורה.
הצב באותו זמן 3 מטרים עובר.
הכל זאת הציב לא אמר: לא יכול"
ומיד אמר: הוא החל לזוז.
הארנב לעומתו Took His Time
ומתחת לעץ הוא נצט.
פתאום התעורר התחלת אסון.
הצב התקרב לניצחון.
כמה זמן יכול היה לישון
אם הציב הפיט אמורה ראשון?
הציב הסכים על התחרות לחזור
אך הפסד הוא יקבל "עוף".
הרצונו לזוז. מהירותו השתנתה
ל-4 מטרים לצקה עתה.
כמה מטרים "עוף" הארנב הפשה
אם לזוז במרוץ הוא צרה?
פתרו את ההשאלה המוצעת בשיי.

משימה 4

לפניכם סיפור בלשי בשם "מי יתפוס את הגנב?" מאת
המורה למתמטיקה אלי אסרף [50]:

לעולם לא ישכח מר פיקס את התאריך 27.2.92.
הוא היה מאוד מופתע מהמסיבה המפוארת שערכו
לו אשתו וידידיו במועדון היוקרתי, לרגל קבלת
התפקיד החדש. כל הדרך חזרה הביתה התבדח
וצחק בקול. לפתע, תוך כדי נהיגה, הפסיק פתאום
לצחוק ורגלו סחטה את דושת הגז. אשתו, שישבה
לידו, הבינה מיד שמשהו קרה. כשהביטה לכיוון
הבית הבחינה שהאורות דולקים, והם הרי החשיכו
את הבית לפני שיצאו. ואמנם, הבית נפרץ, חפצים
יקרים נגנבו, ומר פיקס, שהוא עצמו בלש, לא ידע
מה לעשות.

אך, השעון המעורר, שהיה על הרצפה מרוסק וחדל
לעבוד, הראה את השעה 2:00 לפנות בוקר. מר
פיקס הקים רעש גדול, שאל את השכנים, ואחד
השכנים אמר לו שהוא ראה אנשים בסביבה,
שנסעו במכונית ישנה, שמהירותה המקסימאלית
היא 60 קמ"ש וכיוון נסיעתם היה צפונה.
מר פיקס הביט בשעונו, השעה הייתה 4:00, הרהור
קל הספיק לו והוא מיד קפץ אל תוך רכבו והחל
לדהור במהירות של 80 קמ"ש, לכיוון הגבול
הצפוני, הנמצא במרחק 600 ק"מ מביתו.
בינתיים הגיעה המשטרה. בשעה 5:00 יצא רכב
משטרה, במהירות של 100 קמ"ש, בעקבות מר
פיקס.

- 1) מתי ובאיזה מרחק מהבית ישיג רכב המשטרה
את רכבו של מר פיקס?
- 2) האם ייתפסו השודדים לפני שרכבם יגיע
לגבול הצפוני?
- 3) אם כן, מי יתפוס אותם? באיזה שעה? באיזה
מרחק מהגבול הצפוני?

- א. ענו על כל השאלות שבסיפור.
- ב. נסחו בשפה מתמטית את הבעיה שנמצאת בסיפור.
- ג. חברו עלילה אחרת לבעיה.

2. Dorrie, H., 100 Great Problems of Elementary Mathematics. Dover books, 1965
3. <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Mathematicians/Khayyam.html>
4. <http://www.avihuronen.com/hebrew/courses/logic/lesson-07/omar.htm>
 5. קלרה זיסקין, חיבורים מתמטיים של שני חכמי ספרד: אברהם בר חייא ואברהם אבן עזרא. עלי"ה 33, 2005, עמ' 12-22
 6. מרגרט פרויס. רבי אברהם אבן עזרא. מספר חזק 2000, כתב עת להוראת המתמטיקה בבית הספר היסודי, מס' 7, מרץ 2004, עמ' 6-12
 7. קרול לואיס. עליסה בארץ הפלאות. מאנגלית אהרון אמיר, תל-אביב, 2004
 8. אדווין אבוט, שטוחלנדיה, כתר, ירושלים, 1984
9. <http://math.cofc.edu/faculty/kasman/MATHFICT/>
 10. טולסטוי, ל.נ. מלחמה ושלום. מרוסית – לאה גולדברג. ספרית פועלים בע"מ, 1977, כרך 3, חלק שלישי, פרק א'.
11. The Best Short Stories of O. Henry, Selected and with an introduction by B.A.Cerf and V. H. Cartmell, The Modern Library, New York 1945.
12. אוסטר, פול. מוסיקת המקרה. עם עובד, 1997, פרק ד', עמ' 70-71.
13. <http://www.litsci.org>
14. Robson, E., Wimp, J. Against Infinity. Primary Press, 1979.
15. Growney, JoAnne. Numbers and Faces, a Collection of Poems with Mathematical Imagery. Humanistic Mathematics Network, 2001.
 16. קובנר, אבא. אל. הקיבוץ המאוחד, 1980, עמ' 40, עמ' 55.
 17. עמיחי, יהודה. שירים 1948-1962. הוצאת שוקן, ירושלים ותל-אביב, 2002, עמ' 48, 113
 18. אבנר טריינין, אוקלידוס, הקיבוץ המאוחד, 1985
19. <http://stage.co.il>
20. Koehler, D. O. Mathematics and Literature. Humanistic Mathematics Network Journal, Vol.55, num.2, March 1982, pg. 81-91.
21. Hardy, G. H. A Mathematician's Apology. Cambridge, 1940
22. Buchanan Scott. Poetry and Mathematics. USA, 1962
23. הנס אנצנסברגר, שד המספרים – ספר לכל אלה שפחדים ממתמטיקה, הד ארצי וזמורה-ביתן, תל אביב, 1998
24. אמנון זקוב, להוציא מתוק ממר לא, או, לא בא בחשבון, היחידה לפעולות נוער, מכון ויצמן למדע, רחובות, 1990.
25. תלמה סטקלוב ואורה גפנר, מתי-בלש מתמטי, חוברת שעשועונים, המרכז לטכנולוגיה חינוכית, 1975
26. יפה גנוסר ותמר גולן, שלושה חתולים באים בחשבון, דני ספרים בע"מ, 1997
27. קלמנט רוד, ברק מספר חזק, כרטא, ירושלים, 1996

משימה 5:

לפניכם אחד ממשלי איזופוס¹⁷ בשם "הכלב וצילו":

כאב אחד היה מהלך אל פני מעבר האמת
 מהלך נחל. ובעיניו נשא נחמ בשפ. קאה קאה
 את צלמו האים וסבר כי כאב אחי נושא ש
 בשפ בשיו. - הוא זפק את נחמו מפיו וקפץ
 אל האים לקחת את נחמו של הכאה השני:
 השפ הפוא לא היה בכלל. ואת נחמו של
 שפשו השליט. וישאר הכאה בלא כלום.

(מתוך סיפורי חיות ועופות, משלי איזופוס, בהוצאת מחברות לספרות תשי"ט)

- חברו המשך ליצירה ובו בעיה מתמטית.

אלו הן חמש דוגמאות להשראה, לצורך יצירה של משימות נוספות ברוח הדברים שהודגמו לעיל. "השמים הם הגבול" בגיוון צורותיהן ותכניהן של משימות משלבות מתמטיקה וספרות.

לסיכום

השילוב בין ספרות לבין מתמטיקה, כפי שהוצג במאמר, אינו נושא זר לקהל המורים בארץ. על המודעות וההתעניינות של המורים למתמטיקה בישראל בפוטנציאל הדידאקטי-פדגוגי הגלום בשילוב בין המתמטיקה לספרות, מעידים מאמרים שהתפרסמו בכתב העת "על"ה", כגון: מאמרו של דן עמיר ומאמרו של יונתן אחיטוב, שניהם קשורים ל"עליסה" הנצחית [51], [52] וגם המאמר של קרן גרוסמן "מתמטיקה, ספרות ומה שביניהם" [53] הקשור לניסיונה בשילוב יצירות ספרותיות בהוראת המתמטיקה בבית ספר על-יסודי. כמו כן, קיימות דוגמאות לשילוב מוצלח של ספרות ומדעים בכיתות לימוד [54].

לכו בעקבותיהם: העזו, נסו והתחלקו עם יתר המורים בדרך ובתוצאות של ניסיונותיכם בשילוב בין מתמטיקה לספרות. תמצאו בכך עניין וגם תועלת, כי זהו עיסוק שעשוי להניב פירות של הנאה אינטלקטואלית ותענוג אסתטי יחד עם שיפור ההישגים.

מקורות

1. <http://www.veling.nl/anne/templars/Statement.html>

¹⁷ איזופוס (562-620 לפנה"ס) היה ממשיל משלים יווני אשר יצירותיו זכו לתפוצה רחבה ותרגום לשפות רבות.

43. אורית זסלבסקי וצוות הפיתוח. על כנפי האגדה. הטכניון, "מחר 98" – פרויקט חלוץ באצבע הגליל
44. Brender Malka, Dickman Nomy, Heller Rachel, Marku Larisa, Shmukler Alla, Ziskin Clara, Zaslavski Orit. Mathematics and Literature: Learning Mathematics in a Folk – Tale Context. Proceedings of the PME Conference, 1-267, Haifa, Technion, 1999
45. Richard Willmott, The Gnome and the Pearl of Wisdom, Mathematics Magazine, Vol.50, No.3, May 1977, available at: <http://www.246.dk/pearl.html>
46. Joan Countryman: "Poetry", an entry in: Louise Grinstein & Sally J. Lipsey (2001) Encyclopedia of Mathematics Education, RoutledgeFalmer, New York, pp. 543-4.
47. <http://scidiv.bcc.etc.edu/Math/InfiniteHotel.html>
48. Gutman, Kellie O. Quando che'l cubo. The Mathematical Intelligencer 27.1(2005),32-36.
49. איריס נגלר-גרוסמן, ניצה מובשוביץ-הדר. על פתרון משוואות ממעלה שלישית ורביעית, עלייה 34, 2005, עמ' 25-29.
50. זסלבסקי, אשרת, טרייסטר, שמוקלר. פונקציות – מושגי יסוד ושימושים. הטכניון-המחלקה להוראת הטכנולוגיה והמדעים, דצמבר 1995, עמ' 38-39.
51. עמיר דן. במה דומה עורב לשולחן? – מה משותף למתמטיקאים וילדים? עלייה 33 עמ' 37-42
52. אחיטוב יונתן. עליזה בארץ המתמטיקה. עלייה 33 עמ' 43-44
53. גרוסמן קרן. מתמטיקה, ספרות ומה שביניהם. עלייה 22, 1998, עמ' 83-85
54. <http://www.education.gov.il/tochniyot/limudim/sifrut/asi16012.htm>
55. Sigumoto Mike. A Tale of Mathematical Woe <http://www.fumbling.com/~phloem/phloem/math.html>
28. Norman L.C. Mathland. Cambridge, 1994
29. Tahan Malba. The Man Who Counted: A Collection of Mathematical Adventures
30. Pappas Theoni. The adventure of Penrose the Mathematical Cat
31. Pappas Theoni. Fractals, Googols and Other Mathematical Tales.
32. Peterson Ivars. Math Trek: Adventures in the Math Zone.
33. Neushwander Cindy. Sir Cumference and the Great Knight of Angleland.
34. Neushwander Cindy. Sir Cumference and the First Round Table: A Math Adventure
35. גלפמן א. וצוות מחברים. שברים עשורניים במומי-בית. אוניברסיטת טומסק, 1994 (ברוסית)
36. גלפמן א. וצוות מחברים. בעיות על מספרים רציונליים וסיפורים על איבן ואלנה. אוניברסיטת טומסק, 1994 (ברוסית)
37. גלפמן א. וצוות מחברים. מספרים חיוביים ושליילים בתיאטרון פינוקיאו. אוניברסיטת טומסק, 1995 (ברוסית)
38. גלפמן א. וצוות מחברים. אגדה על אלנה היפיפיה, איבן הנסיך ושברים פשוטים. אוניברסיטת טומסק, 1995 (ברוסית)
39. גלפמן א. וצוות מחברים. חקירת התחלקות של מספרים וסיפורים אחרים. אוניברסיטת טומסק, 1994 (ברוסית)
40. גנדלשטיין לב. עליסה בארץ מתמטיקה. חרקוב, 1994 (ברוסית)
41. חשב לי סיפור – הסרגל שחזר מן הכפור, בעיות מילוליות דו-שלביות לכיתות ה-ז, המרכז לטכנולוגיה חינוכית
42. Gonick Larry Proof Positive?. Discover Magazine, August 1992, available at: <http://theory.cs.uchicago.edu/merlin> (תורגם לעברית ע"י רות בונה-נאור)