משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
האגף לתכנון ולפיתוח תכניות לימודים

אוניברסיטת חיפה
הפקולטה לחינוך

מטה מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי
טכנולוגי ע"ש עמוס דה שליט

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי
المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلتين الاعدادية و الثانوية

כיצד פותרים... תרגילים?

הצעה לתרגול מיומנויות אלגבריות

מדור: חושבים מתמטיקה

כתב: אלכס פרידלנדר

תקציר: מאמר זה מציג דוגמאות ותרגילים לשימוש המורים, הלקוחים מתוך "מאגרי משימות לתרגול מיומנויות אלגבריות". המשימות פותחו על- ידי המרכז להוראת המדעים במכון ויצמן, הן משקפות את השילוב בין הצורך להביא תלמידים לשליטה בתחום התוכן ובין השאיפה לפתח כישורים של חשיבה מתמטית. כל כרטיסיה של פעילות מציגה אבן דרך אחרת במגוון תהליכי החשיבה בהוראה ולמידת המתמטיקה.

מילות מפתח: כישורי חשיבה, חשיבה הפוכה, ראייה תבניתית, יצירת דוגמאות, אי דוגמאות, איתור שגיאות, תפיסות מוטעות, בחירה בין אפשרויות, הבנת משמעויות, ביטויים אלגבריים, הפעלת תובנות, חשיבה דיוורגנטית.

החומר פורסם במסגרת: על"ה 39, תשס"ח 2008, עמוד 11.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 8 עמודים.

מרכז מורים ארצי במקצוע: מתמטיקה. הפרויקט מבוצע ע"י אוניברסיטת חיפה עפ"י מכרז מס' **6/1.07**
הפרויקט מבוצע עבור האגף לתכנון ולפיתוח תכניות לימודים, המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי –- הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה, חיפה 31905
טל' 04-8288351 פקס. 04 - 8240757
דוא"ל: hmathcntr@construct.haifa.ac.il אתר: http://highmath.haifa.ac.il

כיצד פותרים ... תרגילים?

הצעה לתרגול מיומנויות אלגבריות

אלכס פרידלנדר

תקציר

בתחום החינוך המתמטי קיימת התלבטות מתמדת בין שתי גישות המאפיינות את הלמידה בכיתה. גישה אחת מדגישה את חשיבות ההקניה של התכנים המתמטיים העיקריים, תוך הדגשת הידע הפרוצדוראלי (למשל, הפעלת פעולות החשבון והמניפולציות האלגבריות). הגישה השנייה מדגישה את פיתוח תהליכי החשיבה, הדרושים להתמודדות עם בעיות מתמטיות ובניית מודלים מתמטיים של סיטואציות מתחומים שונים.

מאמר זה מציג דרכים לשילוב בין הצורך להביא את התלמידים לידי שליטה בתחום התוכן (במקרה זה, מיומנויות אלגבריות), ובין השאיפה לפתח בקרב תלמידינו כישורים של חשיבה מתמטית. לדרכים המוצגות מצורפות דוגמאות בהן יכול המורה להשתמש בכיתתו.

רציונאל

הוראת המתמטיקה היא בעלת שני כיוונים עיקריים (ראה איור 1):

לימוד תכנים – שהם "אבני הבניין" של המקצוע, וכוללים מושגים, הגדרות, משפטים (המובאים, בדרך כלל, באופן פחות פורמאלי כטענות או תכונות), ופרוצדורות (בדרך כלל, אלגוריתמיות). התכנים הנלמדים בבית הספר מפורטים בתכנית לימודים, ומחובתו של המורה ללמד אותם בכיתתו.

פיתוח כישורי חשיבה – המהווים את החלק הדינאמי של הפעילות המתמטית. איור 1 מתאר בצורה סכמאטית את יחסי הגומלין בין תחום התכנים המשמש כאובייקט לבין הפעילות המתמטית, המורכבת ממגוון כישורי חשיבה.

לימוד המיומנויות האלגבריות תופס חלק ניכר מתכנית הלימודים של המתמטיקה בכיתות ז'-י"ב. השליטה במיומנויות אלגבריות חשובה להתפתחותם המתמטית של התלמידים.

להשגת מטרה זאת, פותחו בעשורים האחרונים בתחום הוראת המתמטיקה בארץ, אוספי תרגילים רבים לרכישת מיומנויות אלגבריות. אוספים אלה מופקים באופן מסחרי, והשימוש בהם הוא במקום ספר לימוד, או כהשלמה לאחד מספרי הלימוד המאושרים על-ידי משרד החינוך.

מאפייניהם העיקריים הם:

- עיסוק ממוקד ברכישת מיומנויות אלגבריות, המפורקות למרכיבים קטנים;
- כמות גדולה (בסדר גודל של עשרות או מאות) של תרגילים הדומים מאוד זה לזה;
- הדגשת פעילויות מתמטיות ברמה קוגניטיבית נמוכה (ידע טכני ויכולת שיחזור);
- גיוון ברמות קושי המתבטא בהיבטים טכניים, ולאו דווקא ברמות חשיבה שונות;
- ביסוס הלמידה על תרגול חוזר של תרגילים דומים רבים, שפתרונם מודגם בתחילת כל פרק באוסף, או על-ידי המורה בכיתה.

מאפיינים אלה מציבים קשיים רבים למהלך הלמידה - הן מבחינה קוגניטיבית (למשל, ביסוס הלמידה על זכירת סדרה ארוכה של אלגוריתמים ללא הבנת משמעויות, ותרגול חוזר היוצר התניה המבוססת על סממנים חיצוניים העלולים להטעות), והן מבחינה רגשית (רתיעה מכמויות גדולות של תרגול חד-גוני, חוסר עניין במקצוע, תפיסת המקצוע כאוסף "תכסיסים" טכניים בו מטרת הלומד היא התאמת השיטה הנכונה לתרגיל הנכון). כתוצאה מכך, אנו סבורים, כי יש צורך בשינוי בגישת ההוראה ובחומרי הלמידה בהקשר לנושא זה.

בתחום החינוך המתמטי, נשמעים לאחרונה קולות הטוענים, כי הפערים, כביכול, בין הגישה המתמקדת במניפולציות אלגבריות, לבין זו המתעניינת בעיקר בפיתוח כישורים של חשיבה מתמטית ניתנים לגישור (Kieran, 2004; Star, 2005, 2007). לפי גישה זאת, אין צורך להזניח את המיומנויות המתמטיות כדי להפעיל חשיבה, ולהפך, אין צורך להזניח את הפעלת תהליכי החשיבה כדי לרכוש מיומנויות מתמטיות. הגישה הזאת מבוססת על הדגשת המשמעויות ועל הפעלת תהליכי חשיבה בעצם למידת הנושאים הפרוצדוראליים. הנוקטים בשילוב בין ידע פרוצדוראלי וכישורי חשיבה, טוענים כי לגישה זאת יתרונות רבים:

> אין צורך להזניח את הפעלת תהליכי החשיבה כדי לרכוש מיומנויות מתמטיות.

איור 1: תכנים ותהליכי חשיבה בהוראה ובלמידת המתמטיקה

- היא מחזקת את היכולת להפעלת המיומנויות הנלמדות.
- היא גורמת הבנה לעומק של תהליכים אלגוריתמיים.
- בהשוואה ללמידה המבוססת על תרגול חוזר של כמות גדולה של תרגילים דומים, היא גורמת ללמידה יעילה יותר.
- גיוון המשימות ותהליכי החשיבה הדרושים לפתרונן, יוצר עניין ומגביר את המוטיבציה ללמידה.
- הדגשת המשמעויות של המיומנויות, תורמת לתפיסת המתמטיקה כמקצוע שהוא רלוונטי ובעל קשרים לתחומים רבים אחרים.

מאגרי משימות לתרגול מיומנויות אלגבריות

במסגרת פרויקט של המרכז להוראת המדעים במכון ויצמן, פיתחנו שני מאגרים לרכישת המיומנויות האלגבריות, הנלמדות על-פי תכנית הלימודים של כיתות ז'-ח' (רוניק, בוהדנה ופרידלנדר, 2007). משימות המאגר ניתנות להורדה ולשימוש חופשי מרשת האינטרנט, באתר המרכז הארצי למורי המתמטיקה בחינוך העל-יסודי, [http://highmath.haifa.ac.il] או לרכישה כתקליטור במרכז להוראת המדעים במכון ויצמן.

משימות המאגר עוסקות בהקניית מיומנויות אלגבריות, תוך הדגשת המשמעויות שלהן והפעלת תהליכי חשיבה מגוונים.

בהמשך, אתאר את שני התחומים המרכיבים את הגישה הזאת – תחום התוכן ותחום החשיבה.

תכנים מתמטיים

התרגול באלגברה עוסק ברשימת נושאים המקובלת על רוב העוסקים בחינוך מתמטי. הנושאים (למשל, פישוט ביטויים אלגבריים, פתרון משוואות במשתנה אחד, ופתרון מערכות משוואות בשני משתנים), מפורטים גם בתכנית הלימודים.

קיימים הבדלים בין שתי הגישות בארגון החומר. הנוקטים בגישה המתמקדת בתחום התוכן (ראו רוב אוספי התרגול המקובלים כיום), דוגלים בהקניה שיטתית, תוך פירוק כל מיומנות למרכיבים קטנים, ותרגול כל מרכיב בנפרד – זאת מתוך הנחה, גלויה או סמויה, כי למידה יעילה מחייבת התמודדות ראשונה עם פרטים טכניים קטנים, וכי הלומד ירכיב לעצמו את הפרטים לתמונה כללית, שהיא אוסף של פרטים וטכניקות. לעומת זאת, הנוקטים בגישה המשלבת בין תחום המיומנויות הטכניות וכישורי חשיבה (ראו למשל, מאגרי המשימות שהוזכרו בסעיף הקודם), ממעיטים בחלוקת כל נושא למרכיבי משנה – מתוך כוונה לאפשר ראייה גלובלית של נושאים, ולהבטיח למידה משמעותית יותר ויצירת קשרים בין המושגים הנלמדים.

כישורי חשיבה מתמטית

בסעיף זה, נציג מספר כישורי חשיבה מתמטית, הניתנים לשילוב בתהליך הרכישה של מיומנויות אלגבריות. הסקירה תלווה בדוגמאות של משימות שפתרונן דורש שימוש בכישורים אלה. כל

כישורי חשיבה מתמטית ניתנים לשילוב בתהליך הרכישה של מיומנויות אלגבריות.

הדוגמאות לקוחות מן "המאגרים לרכישת המיומנויות האלגבריות לכיתות ז'-ח'" (רוניק, בוהדנה ופרידלנדר, 2007) שהוזכרו לעיל.

א. חשיבה הפוכה: זוהי אסטרטגיית חשיבה, המופעלת במשימות בהן מתהפכים התפקידים בין הנתונים והתוצאה שאליה מגיעים, בהשוואה לתרגילים בעלי מהלך אלגוריתמי שגרתי.

דוגמאות

1. מציאת פעולת החשבון על סמך תוצאת הפעולה

רשמו פעולות במקומות הריקים כך שיתקבלו ביטויים שקולים.

א. $6m \bigcirc 7 \bigcirc 2m = 8m + 7$

ב. $6m \bigcirc 7 \bigcirc 2m = 20m$

ג. $6m \bigcirc 7 \bigcirc 2m = 44m$

(ביטויים אלגבריים – פישוט, משימה 18)

2. מציאת מחובר על סמך הסכום

גלו מהו הסכום והשלימו את ריבועי הקסם.

$x+1$		
$4x-1$	$x-2$	
$-2x-6$		

		$\frac{x}{6}$
	$\frac{x}{3}$	
$\frac{x}{2}$		$-x$

(ביטויים אלגבריים – פישוט, משימה 11)

ב. ראייה תבניתית: זוהי תפיסה הנדרשת בעת הפעלה של ביטוי אלגברי מורכב כיחידה אחת בעלת ערך נתון, או כחלק מביטוי מורכב יותר. כישור זה דורש: מצד אחד חשיבה גלובאלית, ומאידך יכולת פירוק של מבנה מתמטי למרכיבים בדרכים שונות.

דוגמאות

1.הפעלת אותה פעולה על שני אגפים מאפשרת למצוא את ערך הביטוי המורכב.

נתון: $2x + 15 = -2$

מבלי למצוא את x, השלימו מספרים מתאימים במקומות הריקים:

א) $3(2x+15) = \_\_\_\_\_\_$

ב) $-1(2x+15) = \_\_\_\_\_\_$

ג) $-0.5(2x+5) = \_\_\_\_\_\_$

ד) $2x+16 = \_\_\_\_\_\_$

ה) $2x+20 = \_\_\_\_\_\_$

ו) $2x+5 = \_\_\_\_\_\_$

(משוואות – עבודה על אגפים, משימה 10)

המשך←

2. שימוש בפתרון של משוואה פשוטה בפתרון של משוואה מורכבת

הפתרונות של המשוואה : $x^2 = 4$ הם : 2 ו-1 -2 .

מצאו פתרונות לכל אחת מהמשוואות הבאות:

א) $(2x)^2 = 4$ ד) $(x-2)^2 = 4$

ב) $(x-1)^2 = 4$ ה) $(x+2)^2 = 4$

ג) $(x+1)^2 = 4$ ו) $(\frac{x}{2})^2 = 4$

(משוואות ואי-שוויונות לכיתה ז – פותרים משוואות ואי-שוויונות, משימה 4)

ג. יצירת דוגמאות ואי-דוגמאות: עמידה בדרישה זאת מעידה על הבנה לעומק של מושג או מיומנות, יכולת הנמקה, חשיבה יצירתית, ולפעמים אף יכולת להפעיל חשיבה הפוכה.

דוגמה

כתיבת מסיחים לבוחן

כתבו מסיחים לבוחן הבא.

כלומר, בכל סעיף רשמו שתי תשובות נכונות ושתי תשובות מְטעות. סמנו ב- √ את התשובות הנכונות.

בוחן

מצאו ביטויים שקולים לכל אחד מהביטויים המודגשים:

דוגמה: $5-2(7x-4)=$

א) $5-14x-4$ **ב)** $5-14x+8$ **ג)** $-14x+13$ **ד)** $3(7x-4)$

.1 $5-x-3=$

א) ____________ ב) ____________ ג) ____________ ד) ____________

.2 $7-2(x-3)=$

א) ____________ ב) ____________ ג) ____________ ד) ____________

.3 $4(x\cdot 5)=$

א) ____________ ב) ____________ ג) ____________ ד) ____________

.4 $6-(2-x)=$

א) ____________ ב) ____________ ג) ____________ ד) ____________

.5 $x-2=$

א) ____________ ב) ____________ ג) ____________ ד) ____________

(ביטויים אלגבריים – פישוט, משימה 15)

ד. איתור שגיאות ותפיסות מוטעות: יכולת זאת מבוססת על הבנה לעומק של משמעות מושג, על חשיבה ביקורתית, ועל ניתוח פתרונות של הזולת.

דוגמאות

1. בדיקת פתרון של משוואה

בדקו אם הפתרון נכון. אם לא, גלו את השגיאה ותקנו אותה.

$2(3 – x) + 3(x – 2) + 7x = 2$
$6 – 2x + 3x – 6 + 7x = 2$
$8x = 2$
$x = 4$

(משוואות – טיפול בשגיאות אופייניות, משימה 1)

2. איתור שגיאות וניתוחן

תלמידי הכיתה התבקשו להציב בביטוי: $-5-\frac{3+2a}{3}$ את המספר 3 ולחשב את התוצאה.

אביבה הציבה ופתרה כך: $-5-\frac{3+6}{3}=-5-1+6=0$

בני הציב ופתר כך: $-5-\frac{3+6}{3}=\frac{-15-3+6}{3}=\frac{-12}{3}=4$

גילה הציבה ופתרה כך: $-5-\frac{3+6}{3}=-5-\frac{9}{3}=-8$

איתי הציב ופתר כך: $-5-\frac{3+6}{3}=-5-\frac{9}{3}=-2$

מי מהתלמידים פתר נכון? מצאו את השגיאות של האחרים.

(ביטויים אלגבריים – הצבות, משימה 23)

ה. בחירה בין אפשרויות נתונות ודיון בעקבות הבחירה: משימות הדורשות חשיבה מסוג זה דורשות: יכולת לאתר שגיאות, למצות אפשרויות, להבין דרכי חשיבה של הזולת, להבין משמעות של מושגים, ויכולת הנמקה.

דוגמאות

1. בחירת ביטויים שקולים מאוסף מסיחים

בכל שורה, רק שלושה מבין הביטויים הרשומים שקולים. מחקו את הביטויים ש**אינם** שקולים.

א. $x+x$, $x+2$, x^2 , $x\cdot 2$, $2x$

ב. $1x$, $x+1$, x , $x\cdot 1$, $1+x$

ג. $2x+x$, $3x$, $2x^2$, $x+2x$, $2x$

ד. $x\cdot(-1)$, $(-1)x$, $-x$, $-1+x$, $1-x$

(ביטויים אלגבריים – פישוט, משימה 4)

2. פתרון שאלון אלגברי רב-ברירה (לאו דווקא מבחן) – בו חלק מן המסיחים של פריט (לאו דווקא אחד בלבד) נכונים

סמנו את כל הביטויים השקולים לביטוי: $30+6x$.

א) $(10+2x)3$ ב) $2(15+3x)$ ג) $6(24+x)$ ד) $36x$ ה) $6(5+x)$

(פירוק לגורמים – לפי חוק הפילוג, משימה 10)

ו. הבנת משמעויות של ביטויים או פעולות אלגבריים: הבנת משמעויות של מיומנות או מושג, ויכולת לעבוד אתו בייצוגים שונים, דרושות להבנה מלאה של אותו מושג או מיומנות, לתהליך של למידה משמעותית, וליכולת השימוש בהם ללא הזדקקות לזכירה טכנית.

דוגמאות

1. הבנת משמעות הביטוי כמייצג שטח של מלבן

לפניכם ארבעה מלבנים בעלי אותו שטח: $18x+36$. השלימו מידות אפשריות לאורכי הצלעות.

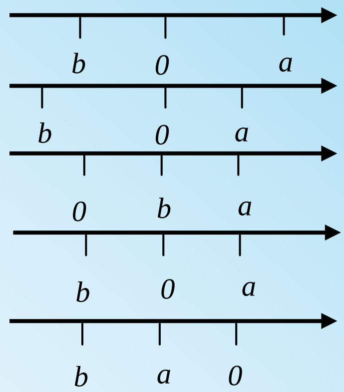
א. $\boxed{18x+36}$ ג. $\boxed{18x+36}$

ב. $\boxed{18x+36}$ ד. $\boxed{18x+36}$

(פירוק לגורמים – לפי חוק הפילוג, משימה 3)

2. הבנת משמעות מקום המספרים על ציר המספרים

a ו- b מייצגים מספרים על הציר. הקיפו בעיגול את הפעולות שיתנו תוצאה שלילית עבור: $a \square b$



א. + – x :

ב. + – x :

ג. + – x :

ד. + – x :

ה. + – x :

(מספרים מכוונים – כל הפעולות, משימה 4)

ז. הפעלת תובנות: במשימות אלה נדרש שימוש בדרכי חשיבה בלתי פורמאליות לפני, או במהלך, תהליכים חישוביים ואלגבריים. ההצעות לדיון המופיעות בסופן של משימות רבות, מדגישות אף הן את ההסתכלות הגלובלית על מקבץ של תרגילים, ואת השיקולים הלא פורמאליים המופעלים בעת בחירת אסטרטגיה לפתרון או בעת תהליך הפתרון עצמו.

דוגמאות

1. קביעת נכונות של היגדים גלובליים ומציאת דוגמאות מתאימות

ידוע, כי הממוצע של ארבעה מספרים הוא מספר שלילי.

א. האם ייתכן שכל המספרים שליליים? אם כן, תנו דוגמה. אם לא, נמקו.

ב. האם ייתכן שכל המספרים חיוביים? אם כן, תנו דוגמה. אם לא, נמקו.

ג. האם ייתכן ששניים מהמספרים חיוביים? אם כן, תנו דוגמה. אם לא, נמקו.

ד. האם ייתכן ששלושה מהמספרים חיוביים? אם כן, תנו דוגמה. אם לא, נמקו.

(מספרים מכוונים – כל הפעולות, משימה 10)

המשך←

2. קביעה מראש של מבנה תוצאה, לפני ביצוע הפעולות

מבלי לכפול, רשמו ליד כל מכפלה את מספר המחוברים שיתקבל אחרי פתיחת הסוגריים ופישוט.

א) $(x+8)(y-6)$

ב) $(x+y)(6-8)$

ג) $(x-y)(x-y)$

ד) $(x+8)(x-8)$

ה) $(x+8)(x-6)$

ו) $(x+x)(8-6)$

ז) $(x+8)^2$

ח) $(x-y)(x-5)$

(פירוק לגורמים – ממכפלה לטרינום ולהיפך, משימה 5)

ח. חשיבה דיוורגנטית, הדורשת מיצוי שיטתי של אפשרויות: משימות אלה מאפשרות מציאת דרכי פתרון שונות וחשיבה יצירתית. בדרך כלל, סוגי הפתרונות המתקבלים תואמים את היכולות המתמטיות של הפותרים.

דוגמאות

1. השלמת אותו תרגיל בדרכים שונות

השלימו מספרים וביטויים מתאימים בדרכים שונות.

$\_\_+6x+\_\_=(\_\_+\_\_)^2$

$\_\_+6x+\_\_=(\_\_+\_\_)^2$

$\_\_+6x+\_\_=(\_\_+\_\_)^2$

$\_\_+3x+\_\_=(\_\_+\_\_)^2$

$\_\_+3x+\_\_=(\_\_+\_\_)^2$

$\_\_+12x+\_\_=(\_\_+\_\_)^2$

$\_\_+12x+\_\_=(\_\_+\_\_)^2$

$\_\_+12x+\_\_=(\_\_+\_\_)^2$

(פירוק לגורמים – נוסחאות הכפל המקוצר, משימה 3)

2. ניתוח מאפיינים של ביטויים או משוואות

לפניכם שמונה ביטויים:

א) $x^2+10x+25$

ב) x^2+25

ג) x^2-25

ד) $x^2+10x-25$

ה) $x^2-8x+16$

ו) x^2-16

ז) $x^2+8x+16$

ח) x^2+16

א. מיינו את הביטויים לשתי קבוצות ותנו שם לכל קבוצה.

ב. מיינו את הביטויים לשלוש קבוצות ותנו שם לכל קבוצה.

(פירוק לגורמים – נוסחאות הכפל המקוצר, משימה 8)

רמות תרגול

כל הגישות לדרך התרגול של מיומנויות אלגבריות מנסות להתאים תרגילים לתלמידים בעלי יכולות מתמטיות שונות. בדרך כלל, התאמה זאת מתחשבת בשלושת הקריטריונים הבאים:

1. רמת הקושי הטכני של המשימה – נקבעת על-ידי סוג המספרים או מורכבות הביטויים הכלולים בתרגיל.

2. מידת החידוש בהתמודדות עם המשימה – נקבעת בהשוואה להתנסויות קודמות במשימות באותו נושא. עיקרון זה הוגדר בטקסונומיה של בלום, והותאם והודגם לתחום המתמטיקה על-ידי אביטל (Avital, 1968).

3. רמת הדרישות החשיבתיות של המשימה – נקבעת לפי מספר שלבי הפתרון, מספר הפעולות המבוצעות במקביל, או מספר האילוצים העולים במהלך פתרון משימה. מרשל (Marshall, 1995) מכנה תהליך זה עיבוד חשיבתי מקביל (parallel cognitive processing).

התרגילים הבאים מדגימים ניסיון להתאים את אותה המשימה לתלמידים בעלי יכולות מתמטיות שונות, בהתאם לשלושת העקרונות האלה.

דוגמאות

1. השלימו.

א) $18x-36=2(\_\_\_-\_\_\_)$

ב) $18x-36=9(\_\_\_-\_\_\_)$

ג) $18x-36=4(\_\_\_-\_\_\_)$

ד) $18x-36=3(\_\_\_-\_\_\_)$

ה) $18x-36=6(\_\_\_-\_\_\_)$

ו) $18x-36=18(\_\_\_-\_\_\_)$

2. השלימו.

א) $18x-12x^2=6x(\_\_\_-\_\_\_)$

ב) $18x-12x^2=-6(\_\_\_-\_\_\_)$

ג) $18x-12x^2=-3(\_\_\_+\_\_\_)$

ד) $18x-12x^2=2(\_\_\_+\_\_\_)$

ה) $18x-12x^2=3(\_\_\_-\_\_\_)$

ו) $18x-12x^2=6(\_\_\_-\_\_\_)$

ז) $18x-12x^2=x(\_\_\_-\_\_\_)$

ח) $18x-12x^2=2(\_\_\_-\_\_\_)$

3. השלימו.

א) $18x-36x^2=\_\_\_(-6+\_\_\_)$

ב) $6x^2-36=6(\_\_\_-\_\_\_)$

ג) $20x-10x^2=\_\_(5-\_\_\_)$

ד) $15x-\_\_\_=3(\_\_\_-7)$

ה) $8x-4x^2=\_\_\_(\_\_\_-4x)$

ו) $18x-30=\_\_\_(3x-\_\_\_)$

(פירוק לגורמים – לפי חוק הפילוג, משימה 4)

שלושת התרגילים המובאים לעיל עוסקים בפירוק לגורמים על-סמך חוק הפילוג, ודורשים הפעלת חשיבה הפוכה **בכל הרמות**. יחד עם זאת, התרגילים מדורגים מבחינת רמת חשיבה נדרשת. התרגיל הראשון הוא ברמת קושי טכני נמוכה יותר (הביטויים ליניאריים) בהשוואה לתרגילים 2 ו- 3. בנוסף לכך, מיקום הביטויים הנתונים והביטויים החסרים בתרגילים השונים, משפיע על רמת החשיבה הנדרשת בכל תרגיל. למשל, מהלך הפתרון של תרגיל מן הסוג 3ה כולל עיבוד חשיבתי מקביל, המתבטא בצורך להתחשב בו-זמנית במספר אילוצים, בעוד שתרגיל מן הסוג 1ב דורש עיבוד חשיבתי סדרתי.

לסיום

על-פי הגישה המשלבת בין תחום התוכן ותחום כישורי החשיבה בתרגול מיומנויות אלגבריות, התרגול של כל מיומנות נעשה תוך גיוון ומיצוי של שני התחומים. טבלה 1 מסכמת את המיומנויות האלגבריות העיקריות הנלמדות בחטיבת הביניים ואת כישורי החשיבה שניתן לשלב בתרגולן. שיבוץ בטבלה זאת של המשימות הניתנות במסגרת תרגול, המשלב את תחומי התוכן והחשיבה, מוודא שמירה על איזון וגיוון בשני התחומים.

תוכן מתמטי / כישורי חשיבה	חשיבה הפוכה	ראייה תבניתית	דוגמאות ואי-דוגמאות	איתור שגיאות	בחירת אפשרויות	הבנת משמעויות	הפעלת תובנות	חשיבה דיוורגנטית
מספרים מכוונים								
ביטויים אלגבריים								
משוואות ואי-שוויונות								
מערכת משוואות								
פירוק לגורמים								
שברים אלגבריים								

טבלה 1: מעקב אחר גיוון בתחום התוכן ובתחום כישורי החשיבה בתרגול מיומנויות אלגבריות.

ההבדל העיקרי בין הגישה המסורתית לתרגול ובין הגישה המתוארת במאמר זה, מתבטא בעיקר בתחום **סוג החשיבה** הנדרשת במהלך התרגול. התנסויות רבות בכיתה הראו, כי רוב התלמידים מסוגלים להתמודד עם תרגילים הדורשים כישורי חשיבה מגוונים. ממצא זה הוביל אותנו למסקנה, כי הגיוון בסוגים של כישורי חשיבה מאפשר למידה משמעותית של מיומנויות אלגבריות, שהיא זכותם של **כלל** התלמידים – כולל תלמידים בעלי יכולת מתמטית נמוכה.

מקורות

רניק, צ', בוהדנה, ר', ופרידלנדר, א' (2007). *מיומנויות אלגבריות לכיתות ז'-ח' – מאגר משימות.* רחובות: מכון ויצמן למדע (תקליטור)

Avital, S. M., & Shettleworth, S. J. (1968). *Objectives for mathematics learning: Some ideas for the teacher, Bulletin No. 3.* Ontario: Institue for Studies in Education.

Kieran, C. (2004). The core of algebra: Reflections on its main activities. In K. Stacey, H. Chick, & M. Kendal (Eds.), *The future of teaching and learning of algebra: 12th ICMI Study* (pp. 21-34). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Marshall, S.P. (1995). *Schemas in problem solving.* Cambridge, UK : Cambridge University Press.

Star, J. R. (2005). Re-conceptualizing procedural knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education,* 36*(5)*, 404-411.

Star, J. R. (2007). Foregrounding procedural knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education,* 38*(2)*, 132-135.

ד"ר אלכס פרידלנדר

המחלקה להוראת המדעים במכון וייצמן. שותף בצוות הפיתוח של הסדרה החדשנית "גילויים" לבתי הספר היסודיים, והתכנית "מתימחשב" להוראת המתמטיקה בחטיבת הביניים בשילוב מחשב.