

הנושא: **ריבוע קסם של 4x4**

הוכן ע"י: שמואל אביטל.

תקציר: בחומר מובאת דרך לבניית ריבוע קסם של 4x4 משבצות, ומוצג קסם נוסף בריבוע זה.

כמו כן מובאת דרך לבניית ריבוע קסם של 6x6 משבצות.

מילות מפתח: חידה, חידות, ריבוע קסם, פעולות חשבון, חיבור, סכום, מספרים טבעיים.

החומר הוגש במסגרת: גליונות לחשבון מס' 52, אדר ב' תשל"ח.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 2 עמודים.

ריבוע קסם של 4x4

כידוע, ריבוע קסם הוא ריבוע בעל $n \times n$ משבצות, שבהן רשומים המספרים הטבעיים מ-1 עד n^2 , מספר אחד בכל משבצת, כך שסכום המספרים בכל שורה, בכל עמודה, ובכל אחד משני האלכסונים הראשיים, הוא גודל קבוע. ישנה שיטה אחידה, פשוטה ביותר, לבניית ריבועי קסם שבהם מספר המשבצות בכל צלע הוא מספר אי-זוגי. לעומת זאת יותר קשה לבנות ריבועי קסם שמספר המשבצות בכל צלע הוא מספר זוגי. נתאר כאן את הבנייה של ריבוע קסם בן 16 משבצות ונציין רק שאפשר להשתמש בשיטה דומה לבניית ריבוע קסם בן $8 \times 8 = 64$ משבצות. נתאר תחילה את דרך הבנייה, בלי ציור, ובלי לבצע אותה:

1. תארו לעצמכם ריבוע של 4×4 משבצות אשר העברתם בו את שני האלכסונים הראשיים (שמאל למעלה-ימין למטה ושמאל למטה-ימין למעלה).
2. התחילו לרשום, לפי הסדר משמאל לימין, את המספרים מ-1 עד 16, אלא שעליכם לפסוח על כל מספר הנופל במשבצת שעובר בה קטע מן האלכסונים; משבצות אלה עליכם להשאיר, לעת עתה, ריקות. לפיכך, פיסחו על המשבצת הראשונה ועל המספר 1; רישמו 2 ו-3 זה ליד זה בשתי המשבצות הפנויות; פיסחו על המשבצת הרביעית משמאל בשורה הראשונה ועל המספר 4; רישמו את המספר 5 במשבצת הראשונה משמאל בשורה השנייה וכו'. המספר האחרון שתצליחו לרשום לפי שיטה זאת הוא 15.
3. חזרו למשבצת הראשונה הריקה משמאל ורישמו בה את המספר 16. התקדמו בספירה אחורנית 16, 15, 14 וכו', כאשר בכל פעם שנתקלתם במשבצת שכבר רשום בה מספר פיסחו גם על המשבצת וגם על המספר. כלומר, אחרי שרשמתם 16 פיסחו על שתי משבצות ועל שני המספרים 15, 14, ורישמו את המספר 13 במשבצת הריקה וכו'. בסופו של דבר תרשמו את המספר 1 במשבצת האחרונה מימין למטה.

בטרם תקראו הלאה נסו לבנות בעצמכם את ריבוע הקסם ובידקו שאומנם הסכומים בכל שורה, בכל עמודה, ובכל אחד משני האלכסונים, שווים. בסוף תוכלו להשוות את התוצאה שתקבלו עם זאת הנתונה להלן.

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

שלב 3

	2	3	
5			8
9			12
	14	15	

שלב 2

שלב 1

הסכום הקבוע המתקבל הוא 34. מדוע? (רמז: מהו סכום כל המספרים הטבעיים מ-1 עד 16?
לאיזה מספר עליכם לחלק סכום זה?)
שימו לב שריבוע הקסם שקיבלתם הוא **קסם ממש**. הסכום הקבוע מתקבל לא רק בכל שורה,
עמודה, ואלכסון, אלא גם בין היתר בכל ריבוע של 2×2 משבצות אשר בפינות הריבוע הגדול.
למשל, בפינה הימנית למטה $1 + 15 + 6 + 12 = 34$ וכך בריבוע של 2×2 משבצות אשר באמצע
הריבוע הגדול. חפשו ותגלו רביעיות של 2×2 משבצות אחרות, ערוכות בצורה סימטרית, אשר גם
בהן הסכום הוא 34. (למשל: $5 + 8 + 9 + 12 = 34$).

והנה דרך לבניית ריבוע קסם בן $6 \times 6 = 36$ משבצות. (מה צריך להיות הסכום הקבוע בריבוע זה?)

ניתן לראות ריבוע זה כמורכב מריבועים בני 3×3 משבצות כל אחד, כאשר ריבועים אלה
ממוקמים בארבע הפינות של הריבוע הגדול. בנו תחילה ריבוע קסם רגיל של 3×3 בפינה
השמאלית למעלה. אח"כ ריבוע קסם דומה, שבו כל מספר מוגדל ב-9 (כלומר, במקום 8 נרשום
את המספר 17 וכו') בפינה הימנית למטה. אח"כ שוב ריבוע קסם דומה בפינה הימנית למעלה,
אלא שכל מספר מוגדל ב-18, כלומר, במקום 8 נרשום את המספר 26 וכו', ולבסוף ריבוע קסם
רביעי של 3×3 משבצות בפינה השמאלית למטה, אלא שבו כל מספר יוגדל ב-27 (כלומר במקום 8
נרשום את המספר 35 וכו'). לבסוף יהיה עליכם להחליף את המספרים 8, 5 ו-4 במספרים 35, 32
ו-31.

גם ריבוע זה מוקסם ממש, חפשו ותגלו בו את הסכום הקבוע בכל מיני צירופים מעניינים.