

## הנושא: רעיון בבלי מעניין

הוכן ע"י: שמואל אביטל.

תקציר: בחומר מוצג רעיון לחישוב סכום הריבועים של המספרים הטבעיים מ-1 עד n כפי שהוצע ע"י הבבלים הקדמונים.

מילות מפתח: היסטוריה של המתמטיקה, בבל, בבליים, אלגברה, סדרה, סדרות, סדרה כללית, סכום סדרה, סכום ריבועים, הכללה, תבנית מספר.

החומר הוגש במסגרת: גליונות לחשבון מס' 52, אדר ב' תשל"ח.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: עמוד אחד.

## רעיון בבלי מעניין

הבבלים הקדמונים פיתחו מאוד את החשבון והאלגברה. שיטת העבודה שלהם היתה להכין לוחות עם הרבה מאוד דוגמאות מספריות של הטענה המתמטית שהיו מעוניינים בה.

אנו מוצאים בספרי ההסטוריה, כי הבבלים השתמשו בשיטה הבאה לחישוב סכום הריבועים של המספרים הטבעיים מ-1 עד  $n$ , כלומר, לחישוב הסכום:  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$ , כאשר  $n$  הוא מספר טבעי כלשהו.

לפי רעיון זה עלינו לבצע את הפעולות הבאות:

$$(א) \quad תחילה נחשב  $1 \times \frac{1}{3} + n \times \frac{2}{3}$$$

(ב) אח"כ נחשב את הסכום של המספרים הטבעיים מ-1 עד  $n$ , כלומר את הסכום:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n$$

(ג) לבסוף נכפול את התוצאה שקיבלנו ב- (א) בזו שקיבלנו ב- (ב) ומכפלה זאת שווה בדיוק לסכום הריבועים שרצינו לחשב.

בידקו האומנם התוצאה נכונה עבור  $n = 2, 3, 4, 5$ .

בדיקה זאת כמובן איננה הוכחה שהתוצאה נכונה תמיד. נסו להגיע לרעיון שיצביע על כך שאומנם התוצאה נכונה לכל  $n$ .

פתרון:

הנוסחה נכונה. נוסחה קצרה יותר לחישוב סכום  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$  היא:  $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ .