

הנושא: מספרי פרמה

הוכן ע"י: שמואל אביטל.

תקציר: בחומר מוצגים מספרי פרמה, שהם מספרים מהצורה $2^n + 1$, כאשר n הוא חזקה של המספר 2. קיימת התייחסות להשערה של פרמה, ומובאות דוגמאות של ערכי n שעבורם מתקבלים מספרים ראשוניים ודוגמאות שעבורם מתקבלים מספרים מרוכבים.

מילות מפתח: היסטוריה של המתמטיקה, פרמה, תורת המספרים, חשבון, אלגברה, מספר ראשוני, מספרים ראשוניים, מספר פריק, מספרים פריקים, חזקה, חזקות.

החומר הוגש במסגרת: גליונות לחשבון מס' 52, אדר ב' תשל"ח.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: עמוד אחד.

מספרי פרמה

מספרים ראשוניים מן הצורה $2^n + 1$, כאשר $n = 0, 1, 2, \dots$, הם בעלי עניין מיוחד במתמטיקה. קל להוכיח שכדי שמספר כזה יהיה ראשוני, n מוכרח להיות חזקה של המספר 2, כלומר חייב להתקיים $2^n + 1 = 2^{2^k} + 1$ כאשר $k = 0, 1, 2, \dots$. מספרים מן הצורה הזאת נקראים מספרי פרמה, לזכרו של Pierre Fermat אשר חי במאה ה-17.

למשל: $2^0 + 1 = 2^3$, $2^2 + 1 = 5$, $2^4 + 1 = 17$, $2^8 + 1 = 257$ וכיו"ד הם מספרי פרמה.

פרמה שיער כי כל מספר מסוג זה מוכרח להיות ראשוני. אולם כבר במאה ה-18 (ב-1770 בערך) הוכיח אוילר כי המספר $2^{2^5} + 1$ איננו ראשוני, כי הוא מתחלק ב-641.

מספרי פרמה נחקרים עד היום והתברר שכל המספרים עבור $k > 5$, שחקרו, הם מורכבים! כלומר גם מתמטיקאים גדולים טועים לפעמים. מעניין שבין מספרי פרמה יש כאלה שאומנם הוכיחו, בדרכים עקיפות, שהמספר מורכב, אבל לא הצליחו לקבוע אפילו מחלק אחד שלו. כזה הוא למשל המספר $2^{2^8} + 1$.