

## הנושא: **בעיה בהסתברות**

הוכן ע"י: שמואל אביטל.

תקציר: בחומר מובאת בעיה בהסתברות ומוצע פתרון שלה בדרך גרפית, על-ידי חישוב יחס בין שטחים.

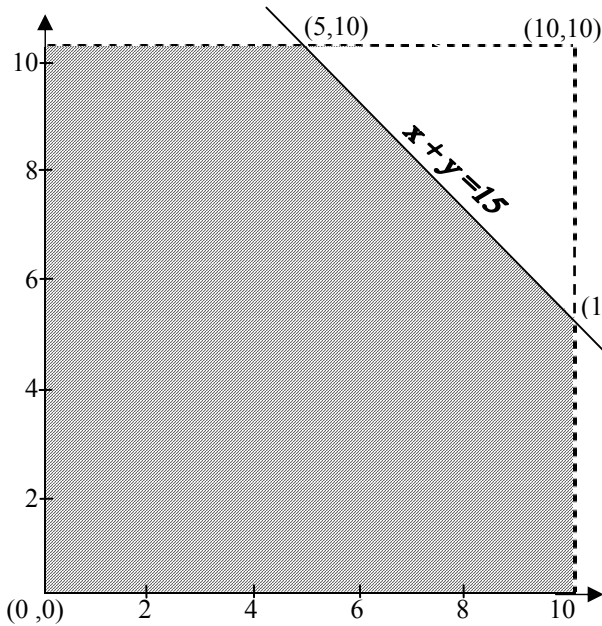
מילות מפתח: הסתברות, יחס, פתרון גרפי, שטחים, מערכת צירים, קו ישר, פונקציה ממעלה ראשונה, ערך מוחלט.

החומר הוגש במסגרת: גליונות לחשבון מס' 54, תשרי תשל"ט.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: עמוד אחד.

## בעיה בהסתברות

אדם בוחר באופן אקראי שני מספרים בין 0 ל-10. מהי ההסתברות שסכום מספרים אלה אינו גדול מ-15?



שימו לב! המספרים אינם דווקא שלמים, ויכולים להיות שברים, שורשים וכו'.

נתאר תחילה באופן גרפי את קבוצת כל זוגות המספרים אשר כל אחד משני בני הזוג נמצא בין 0 ל-10. במערכת צירים ניצבים יהיו אלה כל

$$0 \leq x \leq 10 \text{ שעבורן } (x, y)$$

$$\text{וגם } 0 \leq y \leq 10.$$

כל הנקודות האלה שייכות לריבוע שקודקודיו הם:

$$(0, 0), (10, 0), (10, 10) \text{ ו- } (10, 0).$$

אנחנו מעוניינים באותן נקודות בריבוע זה שעבורן

$$x + y \leq 15.$$

היכן נמצאות נקודות אלה בריבוע זה?

נבנה תחילה את הישר  $x + y = 15$ .

ישר זה עובר דרך הנקודות (5, 10) ו- (10, 5). נקודות אלה נמצאות על השפה של הריבוע.

הישר  $x + y = 15$  מוכרח לעבור דרך שתי נקודות אלה.

כל הנקודות מעל לישר זה מקיימות  $x + y > 15$  וכל הנקודות שמתחתיו, כולל הנקודות שעל הישר,

מקיימות  $x + y \leq 15$ . אנו מעוניינים בנקודות אלה בתנאי שהן נמצאות בתוך הריבוע או על שפתו.

אלה הן הנקודות שבשטח הצבוע. לפיכך, ההסתברות שהאיש בחר זוג מספרים שסכומם אינו גדול

מ-15 שווה ליחס שבין השטח הצבוע לבין כל השטח של הריבוע.

מידת השטח הצבוע שווה למידת שטח כל הריבוע פחות מידת השטח של המשולש כלומר:

$$10 \times 10 - \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = 87.5.$$

לפיכך ההסתברות היא:  $0.875 = \frac{87.5}{100}$ . משמעות תוצאה זו היא שאם נחזור על ניסוי כזה

מספר רב של פעמים, הרי שב-0.875 מכלל המקרים ייבחר זוג מספרים שסכומם לא גדול מ-15.

נסו למצוא בעצמכם את ההסתברות שהערך המוחלט של הפרש שני המספרים אינו גדול מ-5.

### פתרון:

ההסתברות שהערך המוחלט של הפרש אינו גדול מ-5 הוא כיחס השטח של חלק הריבוע שבו

נמצאות הנקודות שהשיעורים שלהן מקיימים  $x - y \leq 5$  וגם  $y - x \leq 5$ , לבין השטח של כל הריבוע.

אלה הן הנקודות בתוך הריבוע שעבורן מתקיים  $y \geq x - 5$  וגם  $y \leq x + 5$ . היחס שבין השטח שבו

נמצאות נקודות אלה לבין שטח כל הריבוע הוא 0.75.