

"קשר חס": לקידום שיפור וריענון החינוך המתמטי

הנושא: מתמטיקה וספרות – "השידוך" לטובת החינוך המתמטי

הוכן ע"י: קלרה זיסקין ואלה שמוקלר.

תקציר: בחומר מובא סקר של יצירות ספרותיות המשלבות רעיונות ומצבים מתמטיים. כמו כן מודגמים קטעים מיצירות המראים את היעילות של שילוב יצירות ספרותיות בלימודי המתמטיקה. לבסוף, מובאות מספר דוגמאות להגשת הנושא של בעיות מילוליות בצורה של סיפורים ספרותיים בעלי עלילה ודמויות.

מילות מפתח: קישוריות, ספרות, שירה, אלגברה, חשבון, בעיות מילוליות, פתרון משוואות, משוואה ריבועית, משוואה ממעלה שלישית, מספר זוגי, מספר אי-זוגי, היסטוריה של המתמטיקה, ארכימדס, ארטוסתנס, טרטגליה, ויירשטראס.

החומר הוגש במסגרת: בי"ס קיץ בנושא "קישורים והקשרים במתמטיקה", שנה"ל תשס"ה – קיץ 2005.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 7 עמודים.

מתמטיקה וספרות – "השידוך" לטובת החינוך המתמטי

1. מבוא: ספרות ומתמטיקה - סקר היסטורי מקוצר

אימרה רווחת היא כי מכל המדעים מתמטיקה היא המדע המופשט ביותר. האומנם? כן וגם לא. נכון שמתמטיקאים מעגנים את טענותיהם בתהליכים של הסקה דדוקטיבית, אך לעיתים קרובות העלאת ההשערות נעשית לאור סקירה של מקרים פרטיים, ובנוסף דווקא המושגים המתמטיים המופשטים, השיטות והמשפטים שנראים לא-טבעיים, ומנותקים מהמציאות, משרתים נאמנה את ההתרחשויות המציאותיות – מתכנן ובניה של מבנה כלשהו ונטיעת העץ ועד יצירה ספרותית, מוזיקלית ואומנותית. בקצרה, למתמטיקה יש נוכחות מדהימה בתחומי חיים רבים ומתרבים.

קשר הדוק בין המתמטיקה לבין רוב רובם של תחומי הפעילות האנושית מדגיש את העובדה שהמתמטיקה היא שפה שנוצרה מתוך הצורך לתאר את ההיבטים הכמותיים והתהליכיים של העולם שבו אנו חיים.

השילוב בין מתמטיקה לספרות נשען על מסורת רבת שנים. דוגמה מוקדמת לכך היא בעיית ארכימדס על העדר של אל השמש, אשר הוצגה במאה השלישית לפני הספירה [1] [2]. הגרסה הראשונית של בעיה זו הופיעה כבר ב"אודיסיאה" של הומר במאה ה-8 לפני הספירה. ארכימדס (287-212 לפנה"ס) מציג את הבעיה במכתבו לארטוסטנוס בצורת פואמה בת 44 שורות.

המתמטיקאי האיטלקי ניקולו טרטוליה, אשר גילה שיטה לפתרון משוואות ממעלה שלישית [14], הציג אותה כשיר בשנת 1539.

במאה ה-19 כתבו סופרים ידועים יצירות בהם שילבו רעיונות מתמטיים. בין המוכרים ביותר נציין את "עליסה בארץ הפלאות" מאת הסופר והמתמטיקאי האנגלי לואיס קרול (פורסם בשנת 1865) ו-"שטוחלנדיה" מאת הסופר והתיאולוג האנגלי אדווין אבוט (פורסם בשנת 1884). שילוב מתמטיקה ביצירות ספרותיות נמשך עד זמננו וכעת רשימת היצירות באתר "*Mathematics Fiction*" באינטרנט מכילה יותר מ-450 פריטים [3].

יש לציין שרוב היצירות ברשימה זו לא מיועדות ללימוד המתמטיקה. רעיונות ומושגים מתמטיים מופיעים בהן כמרכיבי תרבות, לוגיקה וחשיבה ומכוונים למטרות אומנותיות בלבד. מתמטיקה בתפקיד כזה זכתה להופיע בספרות מופת ברומן של לב טולסטוי "מלחמה ושלו" (1869-1865) [4].

פול אוסטר, אחד הכישרונות הבולטים בספרות האמריקנית בת-זמנינו, ברומן שלו "מוסיקת המקרה" מעניק למספרים תכונות אנושיות [5].

בימינו קיים איגוד בינלאומי בשם "ספרות, מדע ואומנות" – *The Society for Literature, Science, and the Arts* החוקר ומציג קשרים בין ספרות למדע, בפרט, למתמטיקה [6].

2. מתמטיקה ושירה

קרל ווירשטראס (1815-1897) המתמטיקאי הגדול של המאה ה-19 אמר:

אף מתמטיקאי לא יכול להיות מתמטיקאי טוב
מבלי להיות קצת משורר.

גם אצל משוררים ניתן למצוא אמירות דומות: כך כותבת משוררת בת זמננו מסנט-פטרבורג בשם זויה אזורחי, שאינה מתמטיקאית במקצוע: "מתמטיקה ושירה הן אחיות, יתכן שהן שני ענפים של מדע אחד. כשם שבשירה קיים דיוק בלתי מתפשר של המחוגה, כך במתמטיקה קיים יופי אלוהי."

מהי "שירה מתמטית" ומי הם מחבריה?

השירה מוגדרת כשירה מתמטית אם המחבר מקדיש אותה לנושא מתמטי כלשהו או לפחות משלב בה, בצורה זו או אחרת, אלמנטים (מרכיבים) מתמטיים. במילים אחרות, לשירה המתמטית משתייכים שירים ופואמות הכוללים תיאורים ורעיונות מתמטיים. יש משוררים שכותבים על המתמטיקה ויש מתמטיקאים שכותבים שירה. ברור ששירה של מתמטיקאים יכולה להיות כללית, לאו דווקא מתמטית. המשורר היווני הידוע אווידיוס (המאה הראשונה לפנה"ס) כותב בפואמה שלו בשם "מטמורפוזות"¹ על המצאת המחוגה² על ידי פרדיכס, ילד בן שתיים-עשרה:

הוא הראשון שבקשר ברזל שני קצוות חיבר,
כך שאם יימצאו במרחק שווה זה מזה,
קצה אחד יעמוד והשני יחוג מעגל.

שטחי ההתעניינות של ארטוסתנוס איש קירני (המאה השלישית לפנה"ס) בן זמנו של ארכימדס, היו רחבים מאוד. הוא חישב את אורכם של קווי האורך של כדור הארץ. הוא הציע שיטה למציאת מספרים ראשוניים הידועה בשם "הנפה של ארטוסתנוס". גם אחד הפתרונות לבעיית הכפלת הקובייה הוא פרי המצאתו. בפתרונו נעשה שימוש במכשיר הבנוי משלושה מלבנים חופפים, אשר צלעותיהם הנגדיות יכולות לנוע על פני שני ישרים מקבילים. התגלה כי השיטה לא נוחה לשימוש, אבל למרות זאת ארטוסתנוס היה מאוד גאה בפתרונו ואפילו חיבר שיר לכבוד האירוע:

אם מקובייה קטנה רצית כפולה לבנות, חברי,
או נפח נתון לצורה אחרת להביא,
ואם תכננת את המרתף למדוד
או את התעלה או את הלוע הרחב של הבאר,
כדי שיצלח בידך, שים על הלוחיות עם הקצוות הסמוכים
שני ישרים אמצעיים, הדחוסים בין הטבלאות.
אל תשתמש בגלילים הכבדים של ארכיטס,
את החרוט אל תחתוך, כפי שמניכמוס דרש,
אל תתייעץ עם אודוכסוס האלוהי,
ואל תשרטט את עקומותיו החכמות.
אלף ממוצעים לבנות יעזרו לך הטבלאות,
צעד ישר קדימה, החל מהנתון הקטן . . .
מי יתן והתקווה תתממש, וכל צופה יאמר:
"הרי זאת המציא ארטוסתנוס בן קירני"³.

בשנת 1979 יצא לאור ספר בשם "מול האינסוף"^[7] ובו אוסף של שירים מתמטיים עכשוויים. המחברים הם שני אנשי המדע: הכימאי והסופר ארנסט רובסון ופרופסור למתמטיקה והמשורר דג'יט ווימפ. הספר מעניין מאוד ובולט גם בעיצוב יוצא דופן: בתחתית כל עמוד ליד מספרו הסידורי מופיע סימן האינסוף ∞, בספר שלובים גם ציורים מעניינים, חלק מהשירים משולבים בתוך הציורים או בתוך הנוסחאות המתמטיות. ישנם שירים הכתובים בתוך פרבולה, קשת ומשולש. הציורים והעיצוב נעשו על-ידי מאריון רובסון (אשתו של אחד המחברים).

החל משנת 1987 בארצות הברית יוצא לאור כתב עת בשם "מתמטיקה הומניסטית". בכל אחד מהגיליונות של כתב עת זה (עד היום יצאו 27 כרכים) אפשר למצוא מאמרים שעוסקים בקשר שבין מתמטיקה לספרות. כמו כן מופיעים בעיתון שירים ופואמות מתמטיים, רשימות ספרים ואתרים בנושא. בחודש יוני 2001, כנספח לאותו כתב עת, יצא לאור ספר קטן בשם "מספרים ודמויות"^[8] ובו 24 שירים המכילים מרכיבים מתמטיים. השירים נכתבו על-ידי משוררים

¹ מטמורפוזות - שינוי צורה, תמורה

² המחוגה הומצאה במאה ה-10 לפנה"ס ביוון לצורך ציור קישוטים גיאומטריים על דברי קרמיקה.

³ שיר זה והקודם לקוחים מתוך הספר של ויקטור פרסולוב "שלוש בעיות בניה קלאסיות" (ברוסית), תרגום לעברית: קלרה זיסקין

מפורסמים בני זמננו, חלקם חתני פרס פוליצר. עורכת הספר ג'ואן גרוני היא אישיות רב-גונית, פרופסור למתמטיקה, משוררת, חובבת טיולים, ובנוסף להוראה, מתנדבת בקהילה בארצות רבות. בספר נמצאים שיריה "מתמטיקה היא הריקוד שלי" (מוקדש למתמטיקאית אמי נוטר), "שיעור בגיאומטריה" ואחרים. נביא כאן שיר קצר מאת ג'ואן גרוני בשם "מנת האושר".⁴

הגורל המאושר
זהו המספרים הטובים-
אורך הקמטים,
ספירת השנים,
עומק שברון הלב,
מחיר ההסוואה,
נפח הדמעות שנשפכו.

בין מחברי הספר נמצא גם אבא קובנר (1918-1987), הסופר והמשורר, איש מחתרת בגטו ווילנה, חבר הארגון של העלייה הבלתי לגלית, מפקד גבעתי, היה בין העדים במשפטו של הפושע הנאצי איכמן. בשנת 1970 הוענק לאבא קובנר פרס ישראל בתחום הספרות. אחד מהשירים של אבא קובנר בשם "אל עצמי" [9] נמצא בין 24 השירים של הספר "מספרים ודמויות". בשיר זה מספר המשורר כיצד הוא מנסה להשתחרר מהפחדים האישיים שלו, תחת "העטיפה המתמטית".

גם יהודה עמיחי (1925-2000) שילב הרבה ביטויים מתמטיים בשיריו, בהשאלה לביטויי אהבה [10]. אחד מהם בשם "ראי, אנחנו שניים מספרים", שבו המשורר מספר על נושא קלסי – אהבה והיחסים בין גברים לנשים בעזרת מטאפורות מתמטיות: פעולות חשבון בסיסיות במספרים, כמו חיבור וחסור, כפל וחילוק.

נסכם את הסעיף בשאלה: **במה, בעצם, מתמטיקה מעשירה את השירה?**

כך עונה פרופסור מאוניברסיטת מאימי ד. קוכלר [11]: "מתמטיקה מספקת למשוררים מאגר עשיר של נושאים, תיאורים ומטאפורות".

מצד שני המתמטיקה "נהנית" לככב בתוך השירה. מרכיביה של שירה הם חושניים ואישיים, במתמטיקה לא קיים דבר כזה. כללים ומשפטים מתמטיים לא יכולים להיות אישיים וגם לחושניות אין בה מקום, אבל, בהחלט, אנו נהנים מגאוניות ויופי של התיאוריות המתמטיות. "יצירה של מתמטיקאי היא כמו יצירה של צייר או משורר, היא חייבת להיות יפה" – אומר פרופסור מאוניברסיטת קמברידג' הארדי – "בדומה לזה שהצבעים והמילים נמצאים בהתאמה זה לזה, כך גם רעיונות מתמטיים צריכים להיות בהרמוניה מסוימת. יופי הוא הדבר המרכזי במתמטיקה, אין בה מקום לכיעור. קשה להגדיר מהו היופי במתמטיקה, אם כך אז מהו היופי בתחומים אחרים? יתכן שאנו לא מבינים מהו היופי בשירה, אבל זה לא מפריע לנו ליהנות מהיופי של שיר זה או אחר." [12]

3. שילוב של מתמטיקה וספרות בהוראת המתמטיקה – לשם מה?

הפשטה היא אחד המאפיינים החוזקים של המתמטיקה. יחד עם זאת היא עלולה ליצור מחסום פסיכולוגי רציני מאוד לתלמידים ולגרום לפחד מפני המתמטיקה ואף לשנאת המתמטיקה. קיימות עדויות של תלמידים רבים על כך שהשינוי בהתייחסותם למתמטיקה חל דווקא כאשר היא הופיעה לפניהם ב"לבוש" ספרותי. קיימות יצירות המשלבות ספרות ומתמטיקה למטרות לימודיות ומנצלות אמצעים ספרותיים ואומנותיים כתמריץ להשגת מטרות אלו. בכיוון זה פותחו בזמן האחרון בארצות שונות ספרי לימוד במתמטיקה וספרים לקריאה חופשית עבור בית ספר

⁴ תרגום לעברית: קלרה זיסקין

יסודי ועל-יסודי, אשר מקנים מושגים ובעיות מתמטיים על רקע אגדות עם דמויות מוכרות היטב לתלמידים.

מטרת "העטיפה" הספרותית של נושאים מתמטיים היא לנצל את הפוטנציאל הגדול הגלום בספרות כדי לקרב את הבעיות המתמטיות לליבם של התלמידים, להפחית את החרדות מפניהן ולהגביר את ההנעה (מוטיבציה) לעסוק בפתרון.

כיצד אנו כמורים יכולים "לתבל" שיעורי מתמטיקה בספרות?

הנה כמה הצעות :

- ✧ להביא לשיעור סיפור או שיר שבו נמצאת בעיה מתמטית ולהציע לתלמידים לפתור את הבעיה תוך הבנת הטכסט.
 - ✧ לפתור בכיתה בעיה כלשהי ולבקש מתלמידים "לעטוף" את הבעיה בסיפור או בשיר.
 - ✧ להביא לכיתה יצירה ספרותית כלשהי ולבקש מתלמידים לחבר בעיה מתמטית בהשראה של היצירה (הבעיה יכולה להיות בהמשך של היצירה).
- להלן מובאות דוגמאות של המשימות שכל מורה יכול להציע לתלמידים.

משימה 1:

לפניכם הפואמה מאת ג'ואן גרוני מתמטיקאית בת זמננו :

A Mathematician's Nightmare

Suppose a general store –
Items with unknown values
And arbitrary price,
Rounded for ease to
Whole-dollar amounts
Each day Madam X,
Keeper of this emporium,
Raises or lowers each price –
Exceptional bargains
And anti-bargains.
Even-numbered prices
Divide by two,
While odd ones climb
By half themselves –
Then half a dollar more
To keep the numbers whole.
Today I pause before
a handsome beveled mirror
priced a twenty-seven dollars.
Shall I buy or wait
For fifty-nine long days
Until the price is lower?

בתרגום חופשי: "סיוט של מתמטיקאית".

נתאר לעצמנו חנות כלבו ובה פריטים שונים המתומחרים בדולרים שלמים (על מנת שיהיה קל יותר להתחשב). כל יום, גברת X, מנהלת החנות, מעלה או מורידה את המחירים לפי השיטה הבאה: את המספר הזוגי מחלקת ב-2, ולמספר האי-זוגי מוסיפה מחציתו ועוד חצי דולר, על מנת להגיע למספר שלם.

היום אני ניצבת לפני מראה
משופעת נאה שמחירה 27 דולר.
האם לקנות אותה או לחכות 59
ימים ארוכים עד שהמחיר ירד?

גיואן גרוני, בשירתה, מציגה פיסת מתמטיקה של ממש, השערת קולטז (*Collatz Conjecture*)⁵.

נתחיל ממספר חיובי שלם כלשהו. אם הוא זוגי, נחלק אותו ב-2, אם הוא אי-זוגי, נוסיף לו את מחציתו ונעגל למעלה אל השלם הקרוב ביותר לסכום. לדוגמה, כשמתחילים ב-18 מקבלים 9. ל-9 מוסיפים 4.5, מעגלים למעלה ומקבלים 14. ממשיכים כך הלאה (18, 9, 14, 7, 11, 17, 26, 13, 20, 10, 5, 8, 4, 2, 1). השערת קולטז, בעיה בלתי פתורה עדיין, טוענת שבאופן בלתי תלוי במספר בו מתחילים, התהליך מוביל ל-1 ובכך מסתיים.

בידקו את השאלה על המראה שמחירה 27 דולר או תציגו שאלות על מחירים של פריטים אחרים בחנות.

משימה 2:

לפניכם גרסא אנגלית של תשע שורות ראשונות של השיר מאת המתמטיקאי האיטלקי טרטגליה שבו הוא מתאר שיטה לפתרון משוואה ממעלה שלישית:

*When x cubed's summed with m times x and then
Set equal to some number, a relation
Is found where r less s will equal n.
Now multiply these terms. This combination
rs will equal m thirds to the third;
This gives us a quadratic situation,
Where r and s involve the same square surd.
Their cube roots must be taken; then subtracting
Them gives you x; your answer's been inferred.*

בתרגום חופשי:

ניקח x בחזקה שלישית נחבר אליו m פעמים x ונשווה למספר מסוים. הקשר יתברר כאשר r פחות s יהיה שווה ל- n . כעת נכפול את שני הערכים הללו. צירוף זה rs יהיה שווה לחזקה שלישית של שליש m ; מתקבל מצב של משוואה ריבועית, שבה r ו- s מבוטאים ע"י אותו מספר אי-רציונלי. יש להוציא את השורש השלישי מערכם; הפרשם ייתן לכם x ; כך תגיעו לתשובה.

נסו לפענח את השיטה.

משימה 3:

לפניכם שיר בשם "תחרות ריצה" מהספר "מתמטיקה בעזרת מחשב" [15]:

הארנב עם הצב התלוצץ:
"בוא נתחרה בריצה מן העץ.
ק"מ אחד עד למטרה
בלי לחזור בחזרה".

הארנב כל דקה 120 מ' דוהר,
הצב באותו זמן 3 מ' עובר.
בכל זאת הצב לא אמר: "לא יכול"
ומיד במרוץ הוא החל לחול.

הארנב לעומתו *Took His Time*
ומתחת לעץ הוא נרדם.
פתאום התעורר בתחושת אסון,
הצב התקרב לניצחון.

כמה זמן יכול היה לישון
אם הצב הגיע למטרה ראשון?
הצב הסכים על התחרות לחזור
אך הפעם הוא יקבל "פור".
ברצונו לנצח, מהירותו השתנתה

⁵ הוצגה לראשונה ע"י המתמטיקאי הגרמני Lothar Collatz (1910-1990) בשנת 1937.

ל-4 מ' לדקה עלתה.
כמה מטר "פור" הארנב הרשה
אם לנצח במרוץ הוא רצה?

פתרו את הבעיה המוצגת בשיר.

משימה 4:

לפניכם סיפור בלשי בשם "מי יתפוס את הצפוני?"⁶

לעולם לא ישכח מר פיקס את התאריך 27.2.92. הוא היה מאוד מופתע מהמסיבה המפוארת שערכו לו אשתו וידידיו במועדון היוקרתי, לרגל קבלת התפקיד החדש. כל הדרך חזרה הביתה התבדח וצחק בקול. לפתע, תוך כדי נהיגה, הפסיק פתאום לצחוק ורגלו סחטה את דוושת הגז. אשתו, שישבה לידו, הבינה מיד שמשוהו קרה. כשהביטה לכיוון הבית הבחינה שהאורות דולקים, והם הרי החשיכו את הבית לפני שיצאו. ואמנם, הבית נפרץ, חפצים יקרים נגנבו, ומר פיקס, שהוא עצמו בלש, לא ידע מה לעשות.

אך, השעון המעורר, שהיה על הרצפה מרוסק וחדל לעבוד, הראה את השעה 2:00 לפנות בוקר. מר פיקס הקים רעש גדול, שאל את השכנים, ואחד השכנים אמר לו שהוא ראה אנשים בסביבה, שנסעו במכונית ישנה, שמהירותה המקסימלית היא 60 קמ"ש וכיוון נסיעתם היה צפונה. מר פיקס הביט בשעונו, השעה הייתה 4:00, הרהור קל הספיק לו והוא מיד קפץ אל תוך רכבו והחל לדהור במהירות של 80 קמ"ש, לכיוון הגבול הצפוני, הנמצא במהירות 600 ק"מ מביתו. בינתיים הגיעה המשטרה. בשעה 5:00 יצא רכב משטרה, במהירות של 100 קמ"ש, בעקבות מר פיקס.

- 1) מתי ובאיזה מרחק מהבית ישיג רכב המשטרה את רכבו של מר פיקס?
 - 2) האם יתפסו את השודדים לפני שרכבם יגיע לגבול הצפוני?
 - אם כן, מי יתפוס אותם? באיזה שעה? באיזה מרחק מהגבול הצפוני?
 - 3) אם המשטרה לא הייתה מעורבת, היה מר פיקס משיג את השודדים. באיזה מרחק מהגבול הצפוני הוא היה משיג אותם?
- א. ענו על כל השאלות שבסיפור.**
- ב. נסחו בשפה מתמטית את הבעיה שנמצאת בסיפור.**
- ג. חיברו עלילה אחרת לבעיה.**

משימה 5:

לפניכם משל של איזופוס⁷ בשם "הכף וצלו":

כף אחד היה מהפך על פני מצר המתוח
מצר נחל, ופעילו נהג נתח פשר. קאה קאה
את מצר המים וסגר כי כף אחר נהג פשר
פשר פשו, - הוא זרק את נתחו מפיו וקפץ
אל המים לקחת את נתחו של הכף השני:
הפשר ההוא לא היה כף, ואת נתחו של
זרפו המים. וישאר הכף בלא כף.

חיברו המשך ליצירה ובו בעיה מתמטית.

⁶ הסיפור חובר ע"י המורה למתמטיקה אלי אסרף, ראה [15]
⁷ ממשיך משלים יווני מאה ה-6 לפני הספירה

לסיכום: על המודעות והתעניינות של מורי המתמטיקה בארץ בנושא של שילוב המתמטיקה וספרות מעידים מאמרים בכתב עת "עלייה" [16],[17],[18]. לכו בעקבותיהם: העזו, נסו והתחלקו עם קהל המורים (פרסמו בעלייה) בדרך ובתוצאות של מבצעיכם בתחום השילוב של מתמטיקה וספרות. אל תחשבו שהדבר אקזוטי למדי. הנסיונות הרציניים מאוד כבר נעשו לא רק בתחום המתמטיקה. דוגמא מרשימה של שיעור בפיסיקה המשלב קטעים מ"עליסה בארץ הפלאות" ניתן לראות ב- [20].

באתרים שונים באינטרנט ניתן למצוא שירים מתמטיים של דליה לזר: "העיגול והריבוע", "העיגול והמשולש", "המעוין הביישן", של אסתר אביבי: "קוביות" ואחרים. קיימים שירים ופזמונים מתמטיים מאת אהוד מנור ולאח לופנפלד שהולחנו והוצגו בסדרה "חשבון פשוט" של הטלביזיה הלימודית.

לפני מספר שנים הוקם אתר בשם "במה חדשה" [19]. רוב הכותבים הם אנשים צעירים ובין היצירות שלהם ניתן בקלות למצוא סיפורים, שירים וציורים עם תיאורים מתמטיים.

מקורות

1. <http://www.veling.nl/anne/templars/Statement.html>
2. Dorrie, H., *100 Great Problems of Elementary Mathematics*. Dover books, 1965
3. <http://math.cofc.edu/faculty/kasman/MATHFICT/>
4. טולסטוי, ל.ג. *מלחמה ושלוש*. ספרית פועלים בע"מ, 1977, כרך 3, חלק שלישי, א'.
5. אוסטר, פול. *מוסיקת המקרה*. עם עובד, 1997, פרק ד', עמ' 71-70.
6. <http://www.litsci.org>
7. Robson, E., Wimp, J. *Against Infinity*. Primary Press, 1979
8. Growney, JoAnne. *Numbers and Faces, a Collection of Poems with Mathematical Imagery*. Humanistic Mathematics Network, 2001.
9. קובנר, אבא. אל. הקיבוץ המאוחד, 1980, עמ' 40, עמ' 55.
10. עמיחי, יהודה. *שירים 1962-1948*. הוצאת שוקן, ירושלים ותל-אביב, 2002, עמ' 48, 113.
11. Koehler, D. O. *Mathematics and Literature*. Humanistic Mathematics Network Journal, Vol.55, num.2, March 1982, pg. 81-91.
12. Hardy, G. H. *A Mathematician's Apology*. Cambridge, 1940
13. קרול לואיס. *עליסה בארץ הפלאות*. מאנגלית אהרון אמיר, תל-אביב, 2004
14. איריס נגלר-גרוסמן, ניצה מובשוביץ-הדר 'על פתרון משוואות ממעלה שלישית ורביעית', עלייה 34 עמ' 29-25.
15. זסלבסקי, אשורת, טרייסטר, שמוקלר. *פונקציות – מושגי יסוד ושימושים*. הטכניון-המחלקה להוראת הטכנולוגיה והמדעים, דצמבר 1995, עמ' 39-38.
16. עמיר דן. *במה דומה עורב לשולחן? – מה משותף למתמטיקאים וילדים?* עלייה 33 עמ' 42-37
17. אחיטוב יונתן. *עליזה בארץ המתמטיקה*. עלייה 33 עמ' 44-43
18. גרוסמן קרן. *מתמטיקה, ספרות ומה שביניהם*. עלייה 22, 1998, עמ' 85-83
19. <http://stage.co.il>
20. http://www.education.gov.il/tochniyot_limudim/sifrut/asi16012.htm